

A New View
of Mathematical Education

数学教育新视野

◆ 王工一 著



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大學出版社

A New View
of Mathematical Education

数学教育新视野

■ 第二版

人民教育出版社
PEOPLE'S EDUCATION PRESS

G633.6
20

A New View
of Mathematical Education

数学教育新视野

◆ 王工一 著



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大學出版社

数学教育新视野

王工一 著

责任编辑 吴月珍

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(E-mail: zupress@mail. hz. zj. cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 浙江大学出版社电脑排版中心

印 刷 浙江大学印刷厂

开 本 787mm×960mm 1/16

印 张 14

字 数 220 千

版 印 次 2006 年 4 月第 1 版 2006 年 4 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 7-89490-179-2/O·01

定 价 22.00 元

内 容 简 介

本书首先在分析了文化内涵和教育本质的基础上,提出“文化·人·数学教育——三位一体”的数学教育研究模式;接着探讨了中国传统文化,尤其是儒释道教育思想及其对数学教育的启示;然后研究了中国传统数学和中国数学教育的发展,对它们作了较为深刻的反思,并对著名的“李约瑟难题”和“中国学习者悖论”进行了求解;最后以案例研究的形式例谈了构建中国数学教育未来的途径和方法。本书对中小学数学教师从多维视角理解数学教育,促进中小学数学教育教学改革具有很好的参考价值,适合于中小学数学教师、本专科数学教育专业的大学生阅读。

序

数学在人类生活和社会发展中的重要地位和作用,是一个无须说明的公认的事实;随着社会的进步和科学技术的发展,人们对这种重要地位和作用的认识更为深刻,有增无减。所以,多年来,对数学教育的研究一直受到教育界和数学界,以至整个社会的关注。尽管如此,数学教育作为一个独立学科而为人们所关注却是上个世纪中期以来的事。

20世纪70年代以来,我国的数学教育研究出现了一个蓬勃发展的的大好局面。标志之一,是高水平的科研成果不断出现,对促进数学教育的发展,提高数学教育和教学水平,提高全民数学素质,起到了积极的作用。另一个标志,就是形成了一支学术作风严谨,脚踏实地工作的数学教育研究队伍。其中,一批优秀的年轻数学教育工作者迅速成长,展示了他们的才华,并逐渐成为这支研究队伍的中坚力量,这对我国数学教育学科的发展无疑具有重要的意义。

王工一同志已在数学教育园地耕耘了将近二十个春秋,长期从事数学教育的研究和实践,不计功利、执著于学术追求,实在是难能可贵的。因此,尽管我对数学教育研究知之不多,当他的这一著作即将出版的时候,我还是很高兴为他写几句话,表示我的祝贺,也希望他再接再厉,在以后的研究中有更多更好的成果。

于秀源

2005年10月于衢州

(序作者于秀源教授为浙江大学、山东大学博士生导师)

目 录

第 1 章 文化、人和教育	1
1.1 文化概念	1
1.2 教育的本质	5
1.3 文化与教育、人与教育之间的关系再认识	9
1.4 数学教育研究新模式:文化·人·数学教育三位一体	14
第 2 章 中国传统文化与教育	17
2.1 儒释道梗概	18
2.2 儒家教育思想	24
2.3 从《维摩诘所说经》看佛家教育思想	27
2.4 道家教育思想	32
2.5 当代教育呼唤中国传统文化	34
2.6 儒释道教育思想对数学教育的启示	36
2.7 对传统文化的辩证思考	60
第 3 章 数学文化	62
3.1 数学的文化意义	62
3.2 《九章算术》及中国传统数学的特点	74
3.3 中国数学教育史一瞥	87
3.4 反思中国传统数学和中国数学教育史	104
第 4 章 试解“李约瑟难题”和“中国学习者悖论”	112
4.1 试解“李约瑟难题”	112
4.2 试解“中国学习者悖论”	121

第 5 章 例谈构建中国数学教育的未来·····	127
5.1 用先进的科学理论重新审视数学教育理论·····	127
5.2 关注人的发展·····	141
5.3 重视实证研究·····	147
5.4 正确使用计算机等辅助教学工具·····	163
5.5 倡导问题解决·····	176
5.6 创造数学的教育形态·····	193
主要参考文献·····	202
后 记·····	212

第 1 章

文化、人和教育

数学教育的研究可谓古已有之,特别是在 1908 年第四届国际数学家大会上成立了国际数学联盟(IMU)的一个新的下属组织——国际数学教育委员会(ICMI)后,更是取得了令人欢欣鼓舞的发展,如今数学教育已呈现出百花齐放、百家争鸣的局面.本章试图在分析文化内涵和教育本质的基础上,提出“文化·人·数学教育——三位一体”的数学教育研究模式.

1.1 文化概念

人类文化现象十分复杂,又极其广泛.“文化是个筐,什么都可以往里装.”这就是对文化广博性的通俗比喻.给“文化”下的定义也形形色色、林林总总.《辞海》上的解释是:①广义指人类在社会实践过程中所获得的物质、精神的生产能力和创造的物质、精神财富的总和.狭义是指精神生产能力和精神产品,包括一切社会意识形态:自然科学、技术科学、社会意识形态,有时又专指教育、科学、文学、艺术、卫生、体育等方面的知识与设施.作为一种历史现象,文化的发展有历史的继承性;在阶级社会中,又具有阶级性,同时也具有民族性、地域性.不同民族、不同地域的文化又形成了人类文化的多样性.作为社会意识形态的文化,是一定社会的政治和经济的反映,同时又给予一定社会的政治和经济以巨大的影响.②泛指一般知识,包括语文知识.如“学文化”即指学习文字和求取一般知识.又如对个人而言的“文化水平”,是指一个人的语文和知识程度.③指中国古代封建王朝所施的文治和教化的总称.南

齐王《曲水诗序》中言“设神理以景俗，敷文化以柔远。”^①罗竹风主编的《汉语大词典》除了和上述《辞海》中相近的三条解释外，还增加了一条：“考古用语。指同一历史时期的不依分布地点为转移的遗迹、遗物的综合体。同样的工作、用具，同样的制造技术是同一种文化的特征，如：仰韶文化；龙山文化。”^②王同亿主编的《语言大典》中对“文化”的解释是：“①culture：在某一种族、宗教或社会组织中，其传统的独特结构所含有的惯常信仰、社会礼仪和生活特征的总体。②civilization：人类向文化进化的一个特定的状态或阶段：如特定的时代、地点的文化特征；有时指常与亚文化一道得到广泛传播的历史悠久的文化（中国文化）。③learning：历代学者积累起来并传下来的知识。④education：通过教育所获得的知识、技能或品德的总和。”^③

美国人类学家克罗伯和克拉克洪曾收集分析过 160 多个有人类学家、社会学家、精神病学专家以及其他学者给文化下的定义，并将这些定义归纳为五种类型：

描述性定义：认为文化是包括知识、信仰、艺术、道德、法律及习俗等的复杂整体。

历史性定义：认为文化是人类一代又一代相传、积累而成的社会遗产的总和。

规范性定义：认为文化是一种生活和行为方式，提供模型、风格和准则。

心理性定义：认为文化是一种学习过程，学习对象包括传统的谋生方式和反应方式，以其有效性而为社会成员所普遍接受。

结构主义定义：认为文化是概括各种外显或内隐行为模式的概念。文化的基本内核来自传统，其中价值观念最为重要。文化是人类的创造物，它又是制约、限制人类活动的重要因素。

另据蔡俊生、陈荷清、韩林德 20 世纪 80 年代的统计，仅正式的文化定义就有 360 个以上。^④文化的多义性从此可略见一斑。

① 辞海编辑委员会：《辞海》（下），上海：上海辞书出版社，1999 年，第 4364 页。

② 罗竹风主编：《汉语大词典》（第六卷），北京：汉语大词典出版社，1990 年，第 1515 页。

③ 王同亿主编：《语言大典》（下），北京：三环出版社，1990 年，第 3661 页。

④ 蔡俊生、陈荷清、韩林德：《文化论》，北京：人民教育出版社，2003 年，第 1 页。

文化的多义性是建立在其词源意义基础上的,在中国古代思想史上,“文化”一词是由“人文化成”一词简化而来。基本上是指对人施以文治教化,把新生的本来不懂事理的人培养成为有教养的人的过程,带有动词的“文化”含义。作为一种结果或状态,它是与人的内在教养、德性等联系在一起的。

英语中的 culture 一词源于拉丁语 cultura,意指耕耘、种植、农作等,这种用法今天仍在“农业”(agriculture)和“园艺”(horticulture)两词中保存着。到了公元前 45 年,罗马的演说家和哲学家提出了“cultura animi”(耕种智慧)是自由人的真正使命的说法。从此, culture 一词开始用于对人的培养、教育的意义上,具有了改造、完善人的内心世界,使人具有理想公民素质的意思。“在 18 世纪的法国,像沃弗纳格和伏尔泰这样的学者,开始在法语中以一种完全的意义使用‘文化’一词。对他们来说,‘文化’意指训练和修炼心智(或思想,亦或趣味)的结果和状态……很快这个词就被运用于形容某一位受过教育的人的实际成就。良好的风度、文学、艺术和科学——所有这些都被称为‘文化’,被认为是通过教育能够获得的东西。”^①18 世纪末,在德国学者赫尔德那里,开始出现了文化一词的现代用法,对“赫尔德来说,文化乃是一个社会向善论的概念,它意味着人的完善,或者在发展他自己的过程中获得的工艺、技术和学识。”^②

由此可见,西方文化的转义与中国古代文化概念有着很大的相似性,都具有丰富、完善人的内心世界,提高人的德性和教养程度的意义。当然,在赫尔德这里,文化已经具有两种意义。一是描述性或称状态性意义,即受过教育的人所表现的状态,它是与文学、艺术、科学、学识相联系的;二是过程性意义,即文化是一种过程,是文化“化人”的过程,与今天广义的教育过程相似。

从上面文化的词源考察告诉我们:文化是与教育密切相关的,作为一种结果它标志着人的发展状态。要把握文化的实质,必须把它同人、劳动联系起来,人是通过劳动而创造文化的。劳动所创造的文化的表现形式是物质产品和精神产品。同时,人在创造这些物质产品和精神

① 菲利普·巴格比:文化:历史的投影。上海:上海人民出版社,1987年,第87页。

② 菲利普·巴格比:文化:历史的投影。上海:上海人民出版社,1987年,第88页。

产品过程中也创造着自身,丰富着自己本身的力量和发展着自身与社会的各种关系.马克思说:“在再生产的行为本身中,不但客观条件改变着……而且生产者也改变着,炼出新的品质,通过生产而发展和改造着自身,造成新的力量和新的观念,造成新的交往方式,新的需要和新语言.”由此可见,人不仅表现为劳动的主体,创造着物质产品和精神产品,同时,也表现为劳动的结果——发展了的人.这就是说,物质产品、精神产品和发展了的人都是劳动所创造的文化成果.

但这两种形式的文化成果并不是割裂的,而是统一的,其实质的意义是人本身的发展.物质产品和精神产品的价值在于它的有用性,但这种有用性并不能使之与自然物区别开来,因为水、空气、土地、阳光等自然物也都有有用性,使之与自然物区别的是人赋予物质产品和精神产品之上的人的活动形式.这种活动形式中留下了创造者的努力、经验和知识的痕迹,明显地表现出人的历史发展水平,表明了人的完善与发展程度.因此,我们说文化的本质不是别的,而是人本身的发展.^①

庞朴教授在谈到文化的本质时说:文化是人的本质的展现和形成的原因,^②后来又明确地提出文化就是“人化”.^③这里的“人化”有两种意义,一是对人的活动对象来说,使之取得“人的形式”,使物成为“人之物”;二是对人自身来说,向完善的人方面发展,获得完善的人、发展了的人的素质.所以说,“人化”的过程也就是人的发展的过程.

文化是以物质形态、关系形态、观念形态作为其存在的表现形式,为人们所认识并对人的实践活动发生制约与影响.^④

但是,文化存在的观念形态是凝结在物质形态和关系形态上的,构成文化的核心,即“文化存在于思想、情感和起反应的业已模式化了的方式当中,通过各种符号可以获得并传播给它;另外,文化构成了人类群体各有特色的成就,这些成就包括他们制造物的各种具体形式.文化的基本的核心由两部分组成,一是传统(即从历史上得到并选择)的思

① 张应强:文化视野中的高等教育.南京:南京大学出版社,1999年,第17—18页.

② 庞朴:文化的民族性与时代性.北京:中国和平出版社,1988年,第69—70页.

③ 肖海鹰:文化的“热”与“盲”——访文化学家庞朴,见光明日报1993年2月27日第3版.

④ 张应强:文化视野中的高等教育.南京:南京大学出版社,1999年,第18页.

想,二是与他们有关的价值”^①。据此,为了研究的方便起见,我们可以把作为一个完整的统一体的文化理解为三种形式,即物质文化、关系文化和观念文化,其中,观念文化居于文化结构中的核心层次。

综上所述,文化从广义上讲是与自然相对的概念,它是指通过人的活动对自然状态的变革而创造的成果,即一切非自然的、由人类所创造的物质财富和精神财富的总和。但文化中更为复杂的而且具有决定作用的部分则在它的深层,即观念、理想、信仰、价值、假说和思维方式等隐含的成分,这些成分不仅指导着人的行为,而且影响着人的世界观。也就是说,文化作为人的创造的总体,是人在劳动或实践过程中创造的,人的本质和文化的本质是互相规定着的,文化的真正内容在于人本身的发展。但是,文化一旦为人所创造出来,便要对人本身以及人的实践活动产生重大的影响。特别是千百年来经过长期的文化积淀所形成的文化传统对于新生代的成长,以及他们的实践活动有着重要的影响。

1.2 教育的本质

教育的本质问题,被人们认为是一个复杂的、悬而未决的问题。无论在中国或外国,在古代就有人开始讨论。在中国古代,在《大学》一书中,就明确地指出:“大学之道,在明德、在亲民、在止于至善。”《学记》指出:“建国君民,教学为先。”“欲化民成俗,其必由学乎。”到了汉代,董仲舒在《贤良对策》中向汉武帝提出建议说:“古之王明于此,是故南面而治天下,莫不以教化为大务。”以上思想,把教育本质说成是“明德”、“亲民”、“化民成俗”、“治天下”之“大务”。在外国,最早对教育本质进行讨论的是柏拉图和亚里士多德。柏拉图在《理想国》中,认为社会上存在三个等级,即哲学家、军人和手工业者,教育是由国家组织以对第一、第二种人施行教育的工具,其目的是培养国家的统治者和卫士。亚里士多德在《政治论》中,明确指出:“教育应由法律规定,并且应是国家的事”,它的责任是教育公民,使他们的生活适合于政府的形式。

在近代社会,在中国,康有为《上清帝第二书》中说:“秦西之所以富强不在炮械军器,而在穷理劝学。”并说:“今中国之弊,人才乏也;人才

^① 庄锡昌等编:多维视野中的文化理论。杭州:浙江人民出版社,1987年,第118页。

之乏,不讲学也。”“欲任天下之事,开中国之新世界.莫亟于教育。”曾任北京大学校长的著名教育家蔡元培先生则认为:“教育者,则立于现象世界,而有事于实体世界者也。”他甚至认为,一个小学教员的责任“比大总统还大些”。在外国,康德在《论教育·导言》中说:“只有人是需要教育的。”又指出:“所谓教育乃指体育、管束、训导和道法陶冶而言。”近代著名教育家杜威在1897年写的《我的教育信条》中,提出“教育即生活”的观点,认为“教育是生活所必需”。在《民主主义与教育》一书中,他又指出:“在最广泛的意义上,教育乃是生活延续的工具。”

在当代,由于教育理论研究不断深入,教育实践逐步深化,教育本质问题的争论也越来越突出。当前关于这一问题的讨论归纳起来,主要有以下几大类观点:第一类观点认为教育的本质是上层建筑或生产力,或两者的复合体;第二类观点认为教育的本质是“培养人”或者“促使个体社会化”;第三类观点认为教育的本质是“对人的身心发展的有意识的影响”;第四类观点认为教育的本质是“促使受教育者从原有发展水平向发展目标转化的活动”;第五类观点认为教育的本质是“社会遗传机制”;第六类观点认为教育的本质是文化与人的双向建构机制。笔者赞同这里的第六类观点,即张应强博士的观点——教育的本质是文化与人的双向建构机制^①。因前五大类观点要么只注意到了教育与外部的联系,因而把教育作为一种客观现象或活动来考察,从教育与政治、经济的关系中来认识教育的本质;要么只注意教育内部各要素的联系,因而把教育作为一种教育者与受教育者之间双边的、具体的活动来考察,从教育中的教育者(社会的代表者与体现者)、受教育者(身心待发展的个体)、教育资料的关系中来认识教育的本质。因而,很少能将两者联系起来考察,使得教育的内外部关系缺少沟通的桥梁,没能注意到事物发展变化中内因和外因的关系。因此在结论上不可避免地存在着以偏概全。

除此之外,尽管前五大类多数观点认为是从“矛盾关系”(外部矛盾关系或内部矛盾关系)入手的,但实质上大都是从教育的价值与作用出发,即根据社会的需要或人的需要而对教育作一定的价值选择或评论。在强调政治的年代里,认为教育是上层建筑,在发展经济的年代里,认

^① 张应强:文化视野中的高等教育,南京:南京大学出版社,1999年,第22—29页。

为教育是生产力,在强调人的主体性时期,强调教育对人的作用。教育的本质失去了客观稳定性。尽管教育的本质与教育表现出来的对人或社会的价值与作用是有密切联系的,但是教育的价值本身毕竟不是教育的本质。因为价值问题必然牵涉到价值判断标准,不同的时期,不同的社会和人有着不同的价值判断标准,由此会导致教育没有一个特定的本质。这显然是不正确的。

文化与人的双向建构机制教育本质观,较好地注意到了教育的内外部关系的联系或沟通问题,既从教育的外部关系,又从教育的内部关系中来把握教育的本质,其中文化起到了沟通内外关系的桥梁作用。同时,从文化发展和人的发展以及文化与人的矛盾,这一客观现实出发来揭示教育的本质,保证了教育本质的客观性和“稳定性”。另外,这种教育本质观,对传统的教育本质观也有较大的包容性。如教育的生产力属性,实际上是教育通过文化化人过程,使人的创造力得到发展而表现出来的;教育的上层建筑属性,是教育通过文化体现统治阶级的意志、观念而表现出来的;教育作为社会遗传机制,主要是教育通过人这一中介,即把人类的文化成果内化到人的文化心理结构中去而表现出来的;教育作为培养人的活动,实际上是教育使文化作用于人,使人得到发展。因此,笔者认为这种新的教育本质观是较为科学的。

下面,我们从文化的角度做进一步的阐述。

所谓事物的本质,即指事物固有的,决定事物性质、面貌和发展的根本属性。它有四个方面的特点:第一,是该类事物必然具有的最一般、最普遍和最稳定的共同属性。第二,是该类事物区别于其他事物的特有或独有的属性。第三,对该类事物的多种其他属性而言,则是规定和影响其他非本质属性的根本属性。也就是说,它是由该事物的特殊矛盾决定的,是该事物的其他一切矛盾的胚芽。第四,它是事物变化发展的根据。列宁在《哲学笔记》中,赞扬了黑格尔关于“本质”探索的一些思路,认为黑格尔的一些方法是非常辩证的。黑格尔认为,“本质”有三个涵义:

1. 本质是“实存”的根据。即一事物作为该事物而现实存在的根据。“根据是内在存在着的本质,而本质实质上即是根据。”

2. 本质通过关系得到揭示。“凡一切实存的事物都存在于关系中,而这种关系乃是每一实存的真正性质。”“关系是自身联系与他物联系

的统一。”因此,认识一事物的本质,一方面要分析该事物与他事物的联系,另一方面要分析该事物的自身联系。

3. 本质与规律是同等的概念。“规律是本质的关系。”^①

据此,我们可以说教育本质是教育“实存”的根据,教育本质通过教育关系而揭示,教育本质与教育规律是同等的概念。在这里,明确教育“实存”或所属的领域,把握教育关系是研究教育本质的前提和基础。教育是起源于文化的,是一种文化现象,属于文化领域之内,它“实存”的根据必然与文化有关。就教育关系来说,有教育的外部关系和教育的内部关系两种。教育与外部事物都有关系,这种关系是复杂的,但是有层次的。其中教育与文化的关系是基本关系,处于基本层次;教育与其他方面的关系,只是教育与文化的关系在不同背景下的投射或特定形式。^②教育的内部关系是教育各构成要素之间的关系,即教育者、受教育者及教育资料(内容)之间的关系。教育资料(内容)实际上是长期积淀下来的文化,教育者实际上是文化的代表者。他的道德素质、学识、教育教学方式方法等,也是文化的表现形式。他实质上是“凝聚”了的文化,“活化”了的文化。因此,教育的内部关系,实质上可归结为文化与人的关系。这样,在教育关系中,文化不仅存在于内部关系中,而且存在于外部关系中,成为沟通或统一教育内外部关系的桥梁。所以,研究教育的本质,着重点是研究教育、文化、人三者的关系。

教育是在解决文化与人的矛盾过程中表现为文化的社会遗传与再生机制的,其中教育的文化化人作用对文化的社会遗传和文化的创造具有重要意义。对文化的社会遗传来说,它把文化内化到人的心理结构中,在一定的环境与条件下,文化可能再现出来,起到传递和保存文化的作用。这种对文化的保存,是有别于文化遗址、博物馆等对文化的保存的。如果文化遗址被破坏,博物馆被焚烧,那么保存于其中的文化就可能永远不能恢复。然而内化于人的文化心理结构中的文化却不会因个体的死亡而消失,只要人类不灭,人类文化就永远不会中断。对文化创造来说,文化的内化促进了人的心理的重新建构,发展了人的心理能

① 黑格尔:小逻辑。北京:商务印书馆,1980年,第247—326页。

② 张应强:高等教育研究的文化视野及其意义,教育研究,1996年(11),第19—21页。

力。“知识是重要的,但知识是死的,而心理结构则是活的能力和能量”^①。人的文化创造,可以说就是这种“活的能力与能量”的外化。教育对文化系统的这种作用是任何其他形式的活动所不能具有的,是教育的本质特性的表现。因此,我们说,教育的本质就是文化与人的双向建构机制。^②

1.3 文化与教育、人与教育之间的关系再认识

1.3.1 文化与教育之间的关系

从广义上说,教育也是文化的一部分,它受到文化中其他因素的影响,同时它也对整个文化起着保存、承传、改造、创新的作用。

1. 教育是文化的形式,是一定人类文化的表现

历史上不少学者曾尝试对文化项目或者说文化要素进行分类。博厄斯把文化分为物质文化、社会关系、艺术宗教伦理三类。英国人类学家里弗斯曾将文化分为四类:物质文化、社会结构、语言、宗教。其门人塞里格曼略加改造,分为三类:物质文化、语言、道德文化(即一切社会制度)。马林诺夫斯基汇综了他们两人的分类,将文化具体分为八个方面:经济、教育、政治、法律与秩序、知识、巫术宗教、艺术、娱乐。

上述分类有的明确地把教育作为文化的一部分,有的虽未如此,但分类中的内容已具有教育上的意义,或已隐含地把教育包含在内。如博厄斯所讲的“社会关系”,里弗斯的“社会结构”,塞里格曼的“道德文化”。正如一些人类学家所指出的:所有主要的人类文化系统都必然包括教育的成分在内,虽然我们无法确切地指明文化应包括哪些领域,一说明其涉及内容,但它首先应包括教育等在其中。^③

价值取向是文化的核心内容。价值取向对人的思想、态度、行为倾向等具有统领作用和整合作用。一个人价值观的形成,与他的生活经历、周围环境有着密切的关系,而这种经历和环境渗透着文化传统中价

① 滕守尧:《审美心理概述》,北京:中国社会科学出版社,1985年,第369页。

② 张应强:《文化视野中的高等教育》,南京:南京大学出版社,1999年,第27—29页。

③ 巴比格:《文化:历史的投影》,夏克等译,上海:上海人民出版社,1987年,第88页。