

HITP

数学奥林匹克系列

2008·第二辑(文化卷)

数学奥林匹克与数学文化

Mathematical Olympiads and Mathematical Culture

刘培杰 主编

《数学奥林匹克与数学文化》是数学竞赛与数学文化方面的系列专业文集。本文集旨在为从事数学竞赛的师生与从事数学文化研究与传播的专业人员提供深度阅读，搭建表达平台，促进海内外华人同行业人士的学术交流与合作，推动数学的普及与进步。

哈尔滨工业大学出版社

HITP

数学奥林匹克系列

第二辑(文化卷)

数学奥林匹克与数学文化

Mathematical Olympiads and Mathematical Culture

刘培杰 主编

哈尔滨工业大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学奥林匹克与数学文化.第二辑,文化卷/刘培杰主编. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2008.7

ISBN 978 - 7 - 5603 - 2691 - 7

I .数… II .刘… III .数学课 - 中学 - 竞赛题 - 研究
IV .G634.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 056152 号

策划编辑 刘培杰
责任编辑 李广鑫
封面设计 卞秉利
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451 - 86414749
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>
印 刷 黑龙江省教育厅印刷厂
开 本 787mm × 1092mm 1/16 印张 32.25 字数 700 千字
版 次 2008 年 7 月第 1 版 2008 年 7 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978 - 7 - 5603 - 2691 - 7
印 数 1 ~ 3 000 册
定 价 58.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

◎ 卷首语

从本辑开始,《数学奥林匹克与数学文化》开始分设竞赛卷与文化卷,这是对文化价值重估的结果,所以在卷首要多说几句。

提起数学,人们都觉得很重,中国的数学神童通常是考试考出来的,于是很多人认为数学是应试的工具,只有在考试中才有价值,把它狭隘地理解为一种选拔手段,竞争科目。不单是中国,美国也是如此,美国国家研究委员会在一篇题为《振兴美国数学》的报告中指出:“在中学和高等学校中,数学起着过滤器而不是抽水机的作用;学生被挡住了,而数学人才却没能选拔出来并得到鼓励。”(美国国家研究委员会. 振兴美国数学—90年代的计. 叶其孝,刘燕,章学诚,蒋定华,译,冷生明,校. 世界图书出版公司,1993年,第61页)。

的确在以前作为一个社会成员,甚至是社会精英,不懂数学并无大碍,或以为数学好最多是将才,而文科好才能管人、用人,方为帅才。但时代毕竟变了,观念也应该改变。

美国数学专门委员会在1984年的报告中指出:“在现今这个技术发达的社会里,扫除数学盲的任务已经替代了昔日扫除文盲的任务,而成为当今教育的主要目标。”(美国数学的现在和未来. 上海:复旦大学出版社,1986)

我国著名数学家曾任武汉大学校长的齐民友教授认为:数学作为一种文化,在过去和现在都大大地促进了人类的思想解放,人类无论是在物质生活上,还是在精神生活上得益于数学实在太多,今后数学还会大大地促进人的思想解放,使人成为更完全、更丰富、更有力量的人。他指出:“历史上已经证明,而且将继续证明,一种没有相当发达的数学的文化是注定要衰落的,一个不掌握数学作为一种文化的民族也是注定要衰落的。”他进而说:“没有现代的数学就不会有现代的文化,没有现代数学的文化是注定要衰落的。”

1988年夏在布达佩斯举行的国际数学教育大会上,美国著名数学教育家 L. A. Steen 作了“面向新世纪的数学”的报告,他强调要“振兴中学后数学教育”。他说:“对于中学后数学教育,最重要的任务是使数学成为一门对于怀着各种各样不同兴趣的学生都有吸引力的学科,要使大学数学对众多不同的前程都是一种必不可少的预备。”同年在天津南开数学研究所召开了“21世纪中国数学展望学术讨论会”,程民德教授作了长篇主题报告,他说:“环顾世界,所有的经济大国和科技大国,必然也是数学强国。”

也许有人会说,当前中国可能是世界上最重视数学的国度了,我们的练习册堆积如山,我们的模拟题汇集似海,我们总结的解题技巧多如牛毛,我们的知识点梳理密不容针。但是这并不是数学。

M·克莱因指出:“数学学科并不是一系列的技巧,这些技巧只不过是它微不足道的方面。它们远不能代表数学,就如同调配颜色远不能当做绘画一样。技巧是将数学的激情、推理、美和深刻的内涵剥落后的产物。如果我们对数学的本质有一定的了解,就会认识到数学在形成现代生活和思想中起重要作用这一断言并不是天方夜谭。”

法国近代重要哲学家马勒伯朗士(Nicolas Malebranche)在总结他所认识的真理观时指出:

“有两种真理,一种是必然的真理,另一种是偶然的真理。所谓必然的真理,就是其本性持久不变的真理,接着上帝的意志捕获的真理——所有其他的真理都是偶然的真理:数学、大部分物理学和伦理学都含有必然的真理;历史学、语法学、特殊的权利和习俗,以及其他依赖人类意志变化的学问,都只能包含偶然的真理。”(马勒伯朗士·论寻找真理·第一卷·巴黎:哲学图书出版社,第16-17页。)

数学作为人类思维的有效形式与手段,渗透至其他一切领域是有其必然性的。

斯宾诺莎曾代表了近代启蒙思想家的共同立场,从他的著作中我们不难看出,他们所谓的“理性”并不是狭隘的认识论概念,而是含有各种各样的“公”之义,它是认识论,也是方法论、伦理学、政治学、文学、科学、历史、经济学等。每个人出让给社会的自然权利构成了某种类似于乌托邦的东西,或者说,它是人类想象力的最大成就,由于近代数学成为科学王国的国王,这样的乌托邦也被称为“公理”(斯宾诺莎的伦理学就是由许多这样的公理组成的)。

李文林先生曾举了两个例子说明数学对观念与制度形成的重要影响:法国大革命形成两部基础文献《人权宣言》和《法国宪法》,是资产阶级民主革命思想的结晶。《人权宣言》开明宗义指出:

“组成国民议会的法国人民的代表们……决定把自然的,不可剥夺的和神圣的人权阐明于庄严的宣言之中,以便——公民们今后以简单而无可争辩的原则为根据的那些要求能经常针对着宪法与全体幸福之维护。”

而后来(1791年)公布的《法国宪法》又将《人权宣言》置于篇首作为整部宪法的出发点。

无独有偶,美国独立战争所产生的《独立宣言》开头也说:

“我们认为下述真理乃是不言而喻的:人人生而平等,造物主赋予他们若干固有而不

可让与的权利,其中包括生存权、自由权以及谋求幸福之权。”

把大家认为“简单而无可争辩的原则”和“不言而喻的真理”作为出发点,按照数学的语言这就是从公理出发.显然,领导法国大革命和美国独立战争的思想家、政治家们都接受了欧几里得数学思维的影响.另外,有记载说美国南北战争时期的总统林肯相信思维能力像肌肉一样也可以通过严格的锻炼而得到加强……为此他想方设法搞到了一本欧几里得的《几何原本》并下决心亲自证明其中的一些定理,1860年他还自豪地报告说他已基本掌握了《几何原本》的前六卷.(李兆华.汉字文化圈数学传统与数学教育.北京:科学出版社,2004,第184页)

苏黎世数学家斯派泽(Speiser)曾对数学与埃及美术之间做出了值得注目的评论:

“如果你真想准确地判断埃及的数学水准,你无需去看他们算术书中的计算或他们测量系统中的初等几何.你只要分析一下那些覆盖在他们庙宇或雕塑上的令人惊异的纹样,你就能领略到活在这些民众心中的高度的数学精神.”

我们时常抱怨我们的城市建筑风格单一,美术界缺乏国际大师,索斯比拍卖行艺术品价格不高,甚至音乐水准不高.要大力发展美育教育,其实这些可能都是一些表象,深层的原因中肯定有数学的成分在内.

我们习惯于孤立地看待数学、文学与艺术,有时加以贬损,有时以科学主义的名义将其无限抬高,其实它们是相通的.

孙小礼教授指出:“过去,在我国学术界,常常强调数学与艺术的区别,以为在数学中运用的是逻辑思维,而在艺术中则运用形象思维.事实上,形象思维对于数学同样是非常重要的,而且是必不可少的,而逻辑思维规律对于艺术也是必要的,是必须遵守的.数学和艺术确实有许多相通之处和共同之处,例如数学和艺术,特别是音乐中的五线谱,绘画中的线条结构等,都是用抽象的符号语音来表达内容.有人说,数学是理性的音乐,音乐是感性的数学.”

美国当代数学家哈尔莫斯(P. R. Halmos)说:“数学是创造性的艺术,因为数学家创造了美好的新概念;数学是创造性的艺术,因为数学家像艺术家一样的生活,一样的工作,一样的思索;数学是创造性的艺术,因为数学家这样对待它.”

数学家与文学家、艺术家在思维方法上有共同之处,都需要抽象,也都需要想象、幻想,例如数论中有一个重要方法叫筛法.为什么起这样一个名字,这其中要有一点想象力,因为最初从自然数中寻找素数是将全部自然数都写到纸草上(注意不是草纸,这是一种由尼罗河岸边生长的一种植物制成的早期的纸),然后逐次将合数烧去,由于最初纸草被紧固在木框上,再烧一些小洞,很像筛子,故而起名为筛法,后期是将蜡平涂在木板上,再将1及合数用香点一个小黑点,也很像筛子,所以延用至今.至于幻想马克思和列宁早已注意到了.马克思在讨论微分学,特别是切线问题时曾写道:“所有的妙处只是通过两个三角形相似性才显示出来,并且辅助三角形的两个边是由 dx 和 dy 构成的,因此它们比点(point)还小,所以在这种情况下要敢于把弦等同于弧,或者反过来把弧等同于弦.此外,在第一种方法中,也只把两条直角边相互比较,并且也可对斜边的性质赋予幻想.”列宁则说:“有人以为,只有诗人才需要幻想,这是没有理由的,这是愚蠢的偏见!甚至在

数学上也是需要幻想的,甚至没有它就不可能发明微积分。”

数学理论虽以逻辑的严密性为特征,但是新概念的提出,新理论的创立则需要借助于直觉、想象和幻想.数学史上的众多成就都证实了这种规律性.著名数学家庞加莱说:“没有直觉,数学家便会像这样一个作家:他只是按语法写诗,但是却毫无思想。”

庞加莱还说过这样一段名言:“科学家研究自然,是因为他爱自然,他之所以爱自然,是因自然是美好的.如果自然不美,就不值得理解;如果自然不值得理解,生活就毫无意义.当然,这里所说的美,不是那种激动感官的美,也不是质地美和表现美;不是我低估那种美,完全不是,但那种美与科学不相干.我说的是各部分之间有和谐秩序的深刻的美,是人的纯洁心智所能掌握的美。”(北京大学学报·哲学社会科学版.1993年第1期)

美学当然是现代人多少应该感兴趣的学科,而数学之美又是其中较高层次之美,它虽然不具有表面的功利性,但对人深层的影响还是很大的,它的作用有些像宗教的说教.有人说多做善事会福虽未至但祸已远离,总做坏事则会祸虽未至但福已远离;同样可说:学了数学雅虽未至但俗已远离,不学数学则俗虽未至但雅已远离.1998年美国《数学情报》(《Mathematical Intelligencer》)曾刊出数学上24个著名的定理.让读者给每一个定理打分,评出最美的定理,统计结果,第一名为18世纪瑞士大数学家欧拉(I. Euler, 1707—1783)给出的公式

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

这个公式让数学上最重要的五个常数1、0、 π 、e、i团聚了。

海德格尔说人应该诗意地栖居,我们说人特别是现代人应同时过两种生活,那就是物质生活和精神生活,物质生活层面讲求舒适,精神生活则讲求理性、秩序与美感,对实现这一目的学习数学有益。

“为什么我需要学这个?”这是中学数学教师最害怕学生问的问题.传统的回答是:“因为在你工作的时候需要掌握这种技能。”但这种回答其实是不诚实的,因为即使班上有些学生将来会成为工程师,他们也并不是提这种问题的学生.更诚实的回答似乎应该是:“因为你需要这种知识去参加大学入学考试。”但是明显带有嘲笑挖苦的意味.托马斯·杰斐逊有一句关于数学的名言——“思考的能力就像身体的组织,可以通过练习不断地加强和改进。”(帕特里夏·克莱因·科恩(patricia Cline Cohen).善于计算的人民:美国早期数学能力的传播(A Calculating people: The spread of Numeracy in Early America).纽约:劳特里奇出版社,1999,第132页)和我们关于为什么学习数学有着如此重要性的观念更为接近,但是我们承认,这种观点很难激励那些对数学缺乏兴趣的十几岁的青少年.([美]德里克·尼德曼,戴维·博伊姆.数学密码.庄莉,译.上海:上海世纪出版集团,2006,第3页)

对于一个心智健全的少年他有着成为各类天才的可能,而人才成长的规律告诉我们成才的第一步是立志,他首先要有这种志向,而为发达而数学显然是得不偿失的.所以靠外在吸引是行不通的,俗话说攻心为上.为了吸引更多的潜在数学天才学习数学.必须要晓之以数学真之理,动之以数学美之情.上海交通大学科学史系纪志刚教授在《让我们播种数学》一文中指出:“一个把数学仅仅看成是工具的教师,他只会给出大量的公式和呆

板的例题；一个把数学仅仅看成是逻辑体系的教师，他只会依循一种有条不紊却异常枯燥乏味的定义—公理—定理的方式去讲授；一个把数学看成仅仅是智力游戏的教师，他会偏爱刁钻的难题而忽视基本功夫；一个认为数学除了包含以上各方面之外还有更丰富内涵的教师，他的教学才会别具一格。”

本卷的目的之一就是通过文化的传播，使更多的数学教师别具一格。

庞加莱说：“数学有三个目的，它必定提供了一种研究自然的工具，但这并非一切：它具有哲学的目的，我敢坚持，它还有美学的目的，它必定能帮助哲学家揣摩数、空间、时间的概念。尤其是，数学家能由此获得类似于绘画和音乐所给予的乐趣。他们赞美数和形的微妙和谐；当新发现向他们打开了意想不到的视野时，他们惊叹不已；他们感到美的特征，尽管感官没有参与，他们难道不乐在其中吗？只有少数有特权的人才能充分享受其中的乐趣，这是真的，对所有最杰出的艺术家来说，情况难道不也是这样吗？”

“这就是为什么我毫不犹豫地说，为数学而数学是值得的，为不能应用于物理学以及其他科学而研究数学是值得的。即使物理学的目的和美学的目的不统一，我们也不应该牺牲两者中的任何一个。

“可是另外还有：这两个目的是不可分割的，得到其一的最好办法是对准另一个或者至少从来也不丧失对于它的洞察，这就是我在陈述纯粹科学及其应用之间的关系的本性时正准备试用证明的东西。”（庞加莱，科学的价值）

过去，国人之间最大的不敬就是一句：“真没文化。”在今天我们的老师的老师读过了《范氏大代数》，我们的老师读过了那汤松的《实变函数》，我们自己可能早已读过了韦伊的《代数几何基础》，而我们的子女也开始参加各种奥林匹克数学竞赛，但小心这一切并不能保证我们就有文化！我们不能没文化。

刘培杰
2008.7

数学奥林匹克与数学文化

Mathematical Olympiads and Mathematical Culture

第二辑(文化卷)

目 录 CONTENTS

特 稿

Special Features

- 1 高斯——数学王者 科学巨人

数学与哲学

Mathematics and Philosophy

- 116 几何学的起源
135 从原逻辑思维与计数的关系看原逻辑思维

域外高手

Master Extraterritorial

- 162 数学赞
164 一道美国奥赛题的探讨
194 一道 IMO 预选题的探讨
216 一道联赛题与 Garfunkel - Bankoff 不等式

科学随笔

Science Column

- 265 “随机时代”的精英处境与信仰危机
271 孤独虞美人——数学·诗歌·艺术断想

科普名篇

Popular Science Renowned

- 276 现代通信、密码与代数组论

281 斯蒂夫·库克和利奥尼德·莱文:好办法难找

293 素因子分解与计算机

301 素性判断的一个重大进展

中国古代数学史

History of Mathematics in Ancient China

305 世界最古的几何学

317 开立方程序是如何由几何分割产生的

318 十三世纪的中国多项方程

360 从勾股比率论到重差术

370 刘徽的方程理论

数学游戏

Mathematics Game

384 从华罗庚教授研究过的一个数学魔术谈起

388 游戏在数学教育中的作用

数学前沿

Mathematics Forefront

393 Hilbert 的第十六问题:多少个环?

405 股票市场中的非线性动力学模型

课外活动

Extracurricular Activities

412 S 先生和 P 先生的新谜题(摘要)

数学新闻

Mathematics News

418 汉密尔顿致丘成桐代理律师的信

业界信息

Internal Information

421 首届数学文化节

科普天地

Popular Science World

431 “道同志合”荐好书——封田廷彦的来信

432 科普作品概览

民科天地

Amate Urcareer

- 466 一封读者来信
- 469 胡桢与哥德巴赫猜想
- 479 蒋春暄黎鸣现象和中国民间数学

数海钩沉

Research on the Figures

- 491 函数的定义
- 493 由拣石子得到的定理

高斯 —— 数学王者 科学巨人

沈永欢

如果上帝有一天突发奇想,把古往今来名垂青史的大数学家召集起来举行殿试,结果会怎样?最近一百多年的数学家比较一致的看法会是:阿基米得、牛顿和高斯应当位列三甲.这三位都在纯粹数学和应用数学两大领域掀起创造狂澜,他们在伟大数学家中处于最伟大的同一档次.我们这些平凡之人似乎不应当试图再去分出状元、榜眼和探花.

高斯 1777 年生于德意志不伦瑞克,生前就已头顶“数学之王”的桂冠.当时的德意志虽然经济落后、政治保守,但在文化上却处于德意志文化史上最辉煌的时期.高斯诞生时,文学巨人歌德已开始创作《浮士德》;而在高斯诞生 7 年之前,乐圣贝多芬也来到世间.有趣的是,这两位在各自领域中都位居前三名:通常把莎士比亚、但丁和歌德列为欧洲诗剧作家前三位;而除了瓦格纳的狂热崇拜者外,音乐家和音乐爱好者大多同意贝多芬、莫扎特和巴赫是他们心中的音乐顶峰.

高斯生活在一个迅猛变化的时代,一个政治和社会发展的非常时期.革命与反动迭起,战争与和平交替.当他 12 岁时,法国大革命爆发;随着拿破仑称帝和入侵德意志,神圣罗马帝国在高斯 29 岁时寿终正寝;高斯 38 岁时拿破仑倒台,神圣同盟建立,普鲁士崛起;刚过 70 岁,1848 年革命席卷欧洲大陆主要国家.同时,高斯生活的时代也是第一次工业革命的时代,工农业生产、科学技术和人们的日常生活都发生了深刻的变化,其影响极其广泛持久.

1 德国情势

如果按“国家”的通常定义,即占有一定地域,拥有一个不依赖于外部势力的权威政府的有组织社会,那么在高斯诞生时,并没有“德国”这样一个“国家”,有的是“德意志”,在其地域里大大小小邦国林立.当然也有一个“帝国”,即“神圣罗马帝国”.16 世纪宗教改革运动后,它陷入天主教邦国与新教邦国之间的内部斗争.在一系列冲突之后,爆发了三十年战争(1618 ~ 1648).战争使德意志满目疮痍,使它成为一个几乎没有军队、没有岁入、没有政府机关的“三无帝国”.诚如伏尔泰所说,它既不是神圣的和罗马的,也不是什么帝国.歌德在《浮士德》第一部第五场(写于高斯诞生前 3 年)中就借大学生之口发出这样的感慨:

“亲爱的神圣罗马帝国，
怎样才能撑得住？”^[1]

在第二部第一幕第二场“皇帝的宫殿”中，他更辛辣地讥讽了这个帝国君不君、臣不臣、分崩离析、互相残杀的情景。^[2]

三十年战争后德意志拥有主权的邦国的数目，由于计算方法不同而差别很大，大致在 300 到 2 000 之间。不算南部和莱茵兰的“帝国骑士”，大约有 300 个能做某些独立行动的邦国：自由市、修道院长、主教和大主教、伯爵、侯爵、公爵，以及仅有一位国王即波希米亚国王。其中级别最高的是 7 位“选帝侯”，即莱茵河的特殊伯爵，萨克森公爵，勃兰登堡侯爵，波希米亚国王和科隆、美因茨、特里尔的大主教。“帝国”以合法的形式维系邦国之间的联合。

高斯出生的不伦瑞克，据传说其前身是由撒克逊公爵布罗诺和丹克瓦尔德兄弟于 861 年建立的小镇。他们在奥克河边建造了一座城堡，取名为不伦瑞克。亨利（雄狮）公爵 11 世纪后半叶定居于此使城镇大大扩张。亨利的领地包括不伦瑞克和吕内堡的大部，后归其孙奥托公爵。腓特烈二世于 1235 年赠以不伦瑞克 - 吕内堡公爵称号，以不伦瑞克为首府。后经无数次分合，到 1671 年鲁道尔夫·奥古斯特公爵征服不伦瑞克，使它大大繁荣，成为仅次于莱比锡和法兰克福的贸易中心。1690 年城里开设剧院，莱辛的《爱米丽亚·迦洛蒂》就是 1772 年在此首演的。1735 年开始，卡尔一世公爵统治此地，文化和经济又有发展，建立了卡洛琳学院，即现在的不伦瑞克理工大学的前身。1736 年它成为不伦瑞克 - 沃尔芬比特尔邦首府，1750 年时人口两万。如同德意志其他小邦国一样，不伦瑞克 - 沃尔芬比特尔邦的经济支柱是农业，它是政府财政收入的主要来源。它也曾试图仿照法国和普鲁士搞工业，但不成功。王室还颁布了几道法令，禁止使用机械织布机，以保护组织得很好的纺织行会。坚固的古老社会秩序似乎毫不动摇，也似乎没有根本变革的迹象，但这只是像剧烈暴风雨到来之前的窒闷天气。这期间取得真正进步的领域不多，国民教育是其中之一。尽管义务教育尚未严格推行，但大多数人都会读会写并会做四则运算，有些地方甚至还教基本的拉丁文。随着类似卡洛琳学院的一批学校的建成，教会失去了教育中的部分领地，在新教各邦中也失去了对大学的控制。

卡尔一世于 1780 年去世，由长子费迪南德公爵继位。按当时标准，费迪南德算得上有文化素养、有能力、有远见。他的老师就是卡洛琳学院的奠基者，以启蒙运动和理性基督教精神教育费迪南德。费迪南德于 1766 年游历英格兰、法兰西和意大利，研究文化和艺术。他与狄德罗和米拉波通信，任命莱辛为沃尔芬比特尔图书馆馆长。七年战争中他建立军功，成为腓特烈大帝最喜欢的侄子。

从经济上看，费迪南德公爵的开明专制主义对不伦瑞克好处不大，它未能缩小甚至还扩大了正在上升的第三阶层——未来的资产阶级同大多数贫困的农工和学徒之间的差距。像 18 世纪德意志其他邦国一样，不伦瑞克在 18 世纪中财富并未增加，生产力没有多少发展。中产阶级财富的提升是以社会其他群体的下降为代价实现的。

不过从文化上看，当时德意志正处于启蒙运动和古典人文主义这一德意志文化史上

最光辉灿烂的时期.一般认为这个时期起于莱辛诞生的 1729 年,终于歌德逝世的 1832 年.这一百多年中德意志文化科学界英才辈出,群星璀璨,德意志音乐、德意志诗歌、德意志哲学、德意志科学声誉远播全球,永远成为人类文明不朽的纪念碑.

这是一个反抗文化领域中猥琐、褊狭和市侩作风的时期.歌德就曾自豪地说:“你们可以像为布吕歇尔(在 1813 年 10 月莱比锡战役中率普鲁士军队打败拿破仑的将军——引用者)塑像一样为我树立一座纪念碑,他把你们从法国人手中解放出来,我把你们从市侩作风中解放出来.”^[3]

这个时期促成了从宗教和来世价值标准到世俗和现世观念的重大转变.它崇拜人,崇拜作为个体的个人和作为集体的人类,认为充分实现每个人的个性是社会的最高目标,推崇人性中自强不息的一面.歌德的《浮士德》第一部于 1790 年出版,整部作品完成于他去世前一年,好像是古典人文主义的终曲.第一部反映了狂飙突进时期的某些叛逆性格,第二部则展开了不断前进、无尽追求人生完美的信念,这正是现代文明最突出的特征之一.

总的来说,这一时期的作家和思想家都不大关心政治,但有着人类大同和世界公民的观念,以“世界公民”的称号而自豪.席勒说:“我作为一个不替任何君王服务的世界公民写作.我早就丢掉祖国,用它来换取全世界.”^[4]拿破仑战争时期,德意志民族主义已占支配地位,但歌德仍拒绝让他写仇恨法国的诗歌的要求.1830 年埃克曼对歌德说:“人们都责怪您,说您当时没有拿起武器,至少是没有以诗人的身份去参加斗争.”他回答说:“我心里没有仇恨,怎么能拿起武器……本来没有仇恨,怎么能写表达仇恨的诗歌呢……我并不仇恨法国人……对我来说,只有文明和野蛮之分才重要.”^[5]关于普遍和平和人类兄弟友爱的观念是古典人文主义的根本理想之一.席勒的《欢乐颂》表达了这种观念,而贝多芬在《第九交响曲》中则把它谱成世代传唱的激动人心的乐曲.

在 18 世纪,科学从形而上学的桎梏和神学的浪漫主义中解放了出来,取得了空前崇高的地位.数学方面,代数学得到扩展和系统化,解析几何原理得到比较一般的表述,画法几何初露端倪,微积分学迅速发展并被用来解决几何、力学和物理学中的问题,建立了函数的一般理论,提出了方程和无穷级数理论;力学方面,一些基本原理得到了概括,数学分析系统地应用于力学问题,流体力学研究有所进展,气体分子运动论开始出现;天文学方面,在牛顿力学的基础上构造了庞大的动力学体系,三体问题得到研究,望远镜有了改进,发明了消色差透镜和量日仪,康德和拉普拉斯提出了太阳系起源的理论;物理学方面,各个分支中都取得可观进步,尤其是电和磁的研究进步飞快;化学、气象学、地质学、地理学、大地测量学、生物学、医学等都有很大进展;技术方面也取得了巨大进步,农业上发明了打谷机和切草机,纺织工业中发明了纺织辊、水力纺纱机、各种新式织机和新的漂染方法,道路桥梁建造大有进步,火车、蒸汽机和轮船开始出现,酸和碱开始大规模生产,还出现了煤气照明灯.

当然也要指出,在古典人文主义中发展起来的唯心主义哲学所提出的精神世界与现实世界的分裂,对德意志的自由主义和民主主义运动产生了麻痹作用.另外古典人文主义传统的体现者最关心美学和美的领域,这种唯美主义在精神上必定是贵族的,因而必

定会加强反民主潮流。

2 贫寒之家

高斯这个姓在不伦瑞克北部很普遍,拼法不下七八种,有 Gauss, Gooss, Goos 等。由于博赫搜寻了教堂纪事和账簿,到 20 世纪 20 年代末,已经有了关于高斯祖先的精确资料^[6]。高斯的家谱与名门望族无缘,他的曾祖父欣里希·高斯住在弗尔肯罗德,结婚 3 次,生有 12 个子女。高斯的祖父于根是欣里希第三位夫人所生的第二子。

新公民记录本显示,高斯祖父于 1739 年 1 月 23 日提交申请,定居不伦瑞克。他在离开弗尔肯罗德前结婚。在不伦瑞克市政厅的记录中,于根登记的身份是零工,以泥瓦匠和屠宰工应招。

1739 年,于根住进骑士街 10 号的房子。与房东订的契约规定于根每年应付给房东 5 塔勒(德意志 15 至 19 世纪的银币,1 塔勒值 3 马克)100 芬尼;房东去世后此房即归他所有。房子很狭小,附近居民称它为“姜饼片”。夫妻俩在此生育了 3 个儿子,1 个女儿。1751 年于根买下位于文登格拉本街 100 号(后改为威廉街 30 号)的房子,议定售价 900 塔勒。他当时付了 400 塔勒,其余 500 塔勒作为向市长的抵押贷款。于根 1774 年 7 月 5 日去世,死于肺癌。

高斯的父亲格布哈德·迪特里希是于根的长子,生于 1744 年。格布哈德 1768 年结婚,结婚时太太带来了 150 塔勒的嫁妆。1769 年,长子约翰·格奥尔格·海因里希出生。1775 年他同两兄弟达成分家协议,房子作价给他,他则相应付一笔钱给两兄弟。他从市长那里抵押借贷了 125 塔勒,加上积蓄,付清了该给的钱。

格布哈德的第一任妻子歿于 1775 年,时年 30 岁,死于肺病。1776 年,他与邻近村庄的石匠女儿多萝特娅·本察结婚,她带来了 100 塔勒的嫁妆。多萝特娅生于 1743 年,没有上过学校,不会写,也几乎不能读。1777 年 4 月 30 日,未来的数学王者、科学巨人卡尔·弗里德里希·高斯出生于格布哈德的小屋之中。

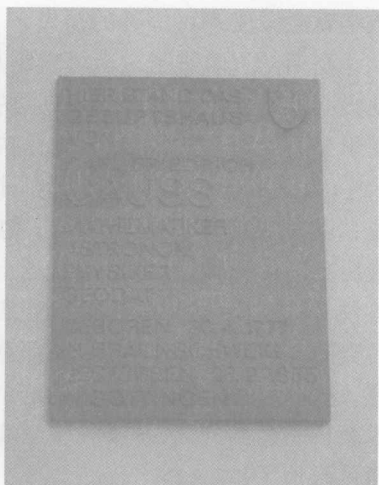
格布哈德的头衔是水工师傅,但干过许多活计。他当过园丁,照管过运河,做过砌砖工。他最后的职业是园艺,也协助一个商人打理他在不伦瑞克和莱比锡的事务。他能写会算,所以也在一家公司管管账。格布哈德诚实正派,受人尊重。他坚持不懈地劳作,使家境有所改善,不过生活从来没有达到舒适的水平。他在家很粗暴,对孩子很严厉,下手很重。高斯后来说其父“在许多方面值得尊敬,也确实受人尊重,但在家里却独断专横,粗野而无教养”。^[7]

高斯的母亲婚前当过 7 年女仆。从高斯口中我们得知她与高斯父亲婚后生活不甚愉快,“主要因素是物质生活条件,同时也是由于两人性格不合。”高斯说他母亲是一位“非常杰出的女性”^[8],小时他对母亲比对父亲要亲密得多。高斯是多萝特娅唯一的儿子,顽固的父亲曾力图让高斯走他的老路,亏得母亲总是站在高斯一边,想方设法呵护他,终于战胜了他的父亲。我们真得对这位伟大的女性鞠躬致敬,没有她可能就不会有后来的高斯,数学发展的损失就会难以估量。高斯 19 岁时,多萝特娅曾问高斯的好友 W·波尔约她

儿子会不会有出息. 当她听到回答说高斯会是“欧洲最伟大的数学家”时, 不禁涕泪滂沱. 从此儿子一直是她的骄傲. 她身体很好, 虽然最后4年失明, 但活到97岁高龄. 高斯很孝顺母亲, 当母亲失明后, 他不让别人照料她, 只由他一人侍候, 在她病时一直护理着她. 母亲同爱子在格廷根住宅中一起生活了22年, 于1839年仙逝.



1886年时高斯出生地的照片
此建筑于1944年10月毁于空袭



现在威廉街30-34号悬挂的
作为高斯出生地的纪念铜牌

不伦瑞克属于新教地区, 尽管那时宗教在日常生活中仍起很大作用, 但高斯的双亲宗教倾向不甚强烈, 不像他们所属那个阶层的多数人那样狂热笃信基督教.

在高斯的长辈中, 值得一提的是高斯的舅父即多萝特娅的弟弟约翰·弗里德里希·本察. 他聪颖非凡, 机敏能干, 专心致志于编织, 竟然无师自通, 达到艺术织锦的水平. 聪明的舅舅在外甥身上发现了类似的特点, 尽自己所能以好奇的观察来唤醒孩子敏捷的逻辑能力. 随着舅舅的不时指点, 两人感情不断加深. 本察于1809年英年早逝, 使高斯十分伤心, 哀叹“一位天生的天才就这样去了!”^[9]

3 心算神童

对于高斯的童年和少年时代, 我们只知道少量典型的有意思的事情. 这方面的主要来源是高斯本人, 他在晚年时喜欢回忆他的童年. 很多轶事已难于证实, 比较可靠的当是萨托里乌斯写的《回忆高斯》^[10] 和《高斯》^[11]. 萨托里乌斯是格廷根大学地质学教授, 高斯的学生和挚友, 高斯葬礼上的第二位致悼词者, 所说所写应当是比较可靠的.

高斯幼年时就显得智力超常, 问了家里人字母的发音后, 在上小学前已自己学会阅读. 他的心算能力更是异乎寻常. 他父亲夏天时干砌砖活, 手下有一些砖瓦工, 每到星期天得发工资. 一天他父亲算完准备发钱时, 突然听到3岁的小高斯尖声说: “爸爸, 您算错了, 应当是……” 这里高斯说了一个数. 核对下来, 孩子说得一点不错. 后来高斯常开玩

笑说自己在会说话之前就已会算数。

高斯还回忆过童年时有一次险些丧命。那时他家边上有一条小河连着奥克河，春天河水暴涨，水冲到他家小屋旁，一下把正在玩耍的小高斯冲进河里，亏得正巧有一个工人在那里，把他救了起来。我们也得感谢这位无名氏，没有他见义勇为，高斯就会小命不保，数学就会蒙受不可弥补的损失。

高斯7岁时进圣·卡塔琳纳小学。学校由一位名叫比特纳的人掌管。教室潮湿低矮，地板高低不平，一边能看到教堂两座高高的哥特式尖塔，另一边则对着马厩和贫民窟。教室里坐着上百名学生，比特纳手执教鞭走来走去。一次他布置了一道算术题，让孩子们把1到100这100个数加起来。老师刚说完题，小高斯就把石板放到讲桌上，用不伦瑞克方言说：“就是它！”老师嘲讽地瞟了他一眼，但当算得最慢的学生交上石板，他一块一块翻到最后高斯的石板时，惊讶地发现上面只写着正确答案“5 050”。问他答案怎么来的，他回答说：“1加100得101，2加99也得101，3加98还得101，一共有50对101，所以得5 050。”后交的孩子一步一步往后加，都算错了，挨了鞭子。高斯年老时对此事津津乐道，非常得意。这件事也使比特纳意识到这个9岁孩子天赋非凡，自掏腰包从汉堡定购了较好的算术教科书送给高斯。孩子很快学完了这本书，比特纳只得说：“他已超过我，我再也没有东西可教他了！”

幸运的是比特纳有一位助手巴特尔斯，对数学极感兴趣。他很快发现了高斯的天才，与高斯产生了热烈的友情。两人一起学习，互相帮助，扩充手头拥有的代数和解析入门书上的证明。这样，高斯在11岁时已独立掌握一般形式的二项式定理，开始了解无穷级数理论。比特纳和巴特尔斯还请高斯父亲去学校讨论如何进一步教育孩子的问题。父亲问怎样才能让小高斯获得继续学习的机会，回答是争取地位很高的人物的资助。顽固的父亲终于让步，答应孩子再也不用每晚织出规定数量的亚麻。据说小高斯回家知道这事后就立即把纺车搁到后院，后来把它砍了当引火柴。

1788年，由于比特纳的帮助，高斯进了国民学校。该校教学老式，课程即使按当时标准也很陈旧，而且不太平衡，过分强调古代语文尤其是拉丁文。不过这倒使高斯打下了坚实的拉丁文基础，还学会了运用高地德语（即路德翻译《圣经》所用的德语）。高斯很用功，冬天晚上，为了节省，父亲总是让孩子早早上床睡觉。小高斯就在芜菁中间挖个洞，塞进粗布卷，倒上一点油作为灯，在阁楼上凭借着这暗淡的“灯”光苦读到半夜，直到又冷又困才睡。

巴特尔斯于1788年进入卡洛琳学院。他向不伦瑞克的几位显贵人物特别是学院的数学、物理和自然史教授齐默尔曼介绍了高斯的才能。齐默尔曼地位很高，1786年被授予枢密顾问头衔，后来还是费迪南德公爵的私人顾问。齐默尔曼看出高斯在科学上前程远大，建议费迪南德公爵召见高斯。

据说听差到高斯家时，开门的是高斯的哥哥约翰。他眼泪汪汪，不肯让听差进门。当得知要见的是他弟弟，那个“老把鼻子钉在破书上的小饭桶”，这才让进门。高斯后来举世闻名时，兄长还是终年辛劳、默默无闻的工人。这位仁兄后来说：“早知如此，我现在会是教授了。本来是让我去的，但我不想去那城堡。”