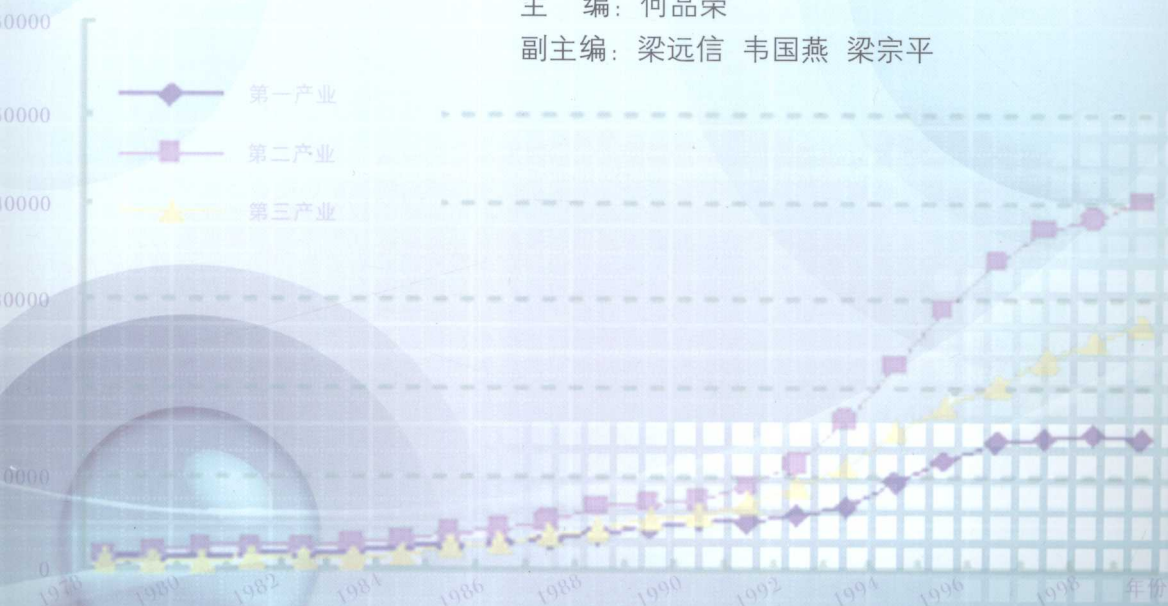


数学与管理

SHUXUE YU GUANLI

主 编：何品荣

副主编：梁远信 韦国燕 梁宗平



数学与管理

SHUXUE YU GUANLI

主 编：何品荣

副主编：梁远信 韦国燕 梁宗平



GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS
广西师范大学出版社

·桂林·

图书在版编目(CIP)数据

数学与管理 / 何品荣主编. —桂林: 广西师范大学出版社, 2008.11

ISBN 978-7-5633-7840-1

I. 数… II. 何… III. 经济数学—高等学校: 技术学校—教学参考资料 IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 163153 号

广西师范大学出版社出版发行

(广西桂林市中华路 22 号 邮政编码: 541001)

网址: <http://www.bbtpress.com>

出版人: 何林夏

全国新华书店经销

湖南省地质测绘印刷厂印刷

(湖南省衡阳市园艺村 9 号 邮政编码: 421008)

开本: 720 mm × 960 mm 1/16

印张: 15.5 字数: 276 千字

2008 年 11 月第 1 版 2008 年 11 月第 1 次印刷

印数: 0 001~2 600 册 定价: 25.00 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与印刷厂联系调换。

前 言

管理是一门哲学,这句话现在已经广为传播,但实践证明,光有“哲学管理”还不够,还需要引入“数学管理”。哲学是从宏观到微观,不可量化但富有智慧,数学是从微观到宏观,可以量化。而现代化管理离不开数量化管理,离不开定性与定量相结合的分析,因此,真正的管理应该是哲学管理加数学管理。为了解决学与用脱节的问题,加强对学生数学管理能力的培养,我们进行了大量的调查研究和尝试,在此基础上,结合新世纪广西高等教育教学改革工程立项资助的项目《管理学科中应用数学教学问题集成研究》的研究成果及多年来的数学教学改革心得体会,针对高职高专学生特点,编写了《数学与管理》一书。

本书主要突出下面几个方面:

1. 力求体现管理数字化和管理手段现代化的时代特征。本书的一个重要内容是如何用数字数据进行管理,如何用计算机软件处理和展示数字数据。

2. 介绍最优化的思想方法,引导最优化方法的应用。本书第3章结合实例介绍了管理、工作和生活中的几种优化思想方法,为读者在今后的工作生活中自觉地用最优化方法处理所遇到的各种问题打下基础。

3. 在科学性的基础上力争摆脱传统课程体系的束缚,贯彻“与专业结合,必需、够用为度”的原则,案例取自经济与管理前沿,有效缩短了数学与后续课程和实际应用的距离。

4. 引入先进的软件,使计算与管理手段现代化。学生演练计算时间少了,但由于他们能用软件进行计算和处理,反而能更有效地解决经济与管理实践中的复杂计算及应用问题。

本书除署名作者外,参加编写的还有马瑞兴、蒋爱先、谭促伦、娄亮华和魏

鹰老师,数学教研室的其他老师也对本书的校对付出了辛勤劳动.现借本书出版之际,向他们和关心支持本书出版的其他同志表示由衷的感谢.

本书可作为高职高专教育和成人高等教育有关专业的教材,也可供经济、管理等相关工作者参考.

本书内容丰富,但由于时间仓促和水平所限,错误和不妥之处在所难免,谨请读者指教.

目 录

C O N T E N T S

第 1 章 数和管理	1
1.1 数在管理中的妙用	1
1.1.1 为何决策机构的成员数都是奇数	1
1.1.2 你记得你的身份证号码吗	1
1.1.3 数字能帮你说出心里的话	2
1.1.4 管理就是管数字	6
1.2 如何处理管理中的数据	7
1.2.1 从数的产生讲起	7
1.2.2 管理中的数学典型问题分析	12
1.2.3 管理中常用数据处理方法	18
第 2 章 几种常见的经济与管理指数分析	61
2.1 指数的一般概念与种类	61
2.1.1 指数的概念	61
2.1.2 指数的性质和作用	62
2.1.3 指数的种类	63
2.1.4 指数编制的基本问题	64
2.1.5 指数编制	65
2.2 几种常见的指数	68
2.2.1 居民消费价格指数	69
2.2.2 股票价格指数	70

2.2.3	房地产价格指数	72
第3章	管理中的最优化方法	79
3.1	最优化方法概述	79
3.2	优选法	80
3.2.1	单因素优选法	80
3.2.2	双因素优选法	84
3.2.3	应用优选法的一般步骤	87
3.2.4	0.618 在管理中的应用	88
3.3	正交试验	91
3.3.1	几个常用的基本概念	92
3.3.2	正交试验的一般步骤	95
3.3.3	正交试验应用实例	97
3.4	线性规划方法	102
3.4.1	线性规划问题及模型	102
3.4.2	线性规划解法	105
3.4.3	线性规划方法的应用实例	109
3.5	优化决策的图论方法	113
3.5.1	图论方法与问题	113
3.5.2	最小连接问题	116
3.5.3	最优路线问题	118
第4章	微积分在管理中的应用	122
4.1	微积分的基本思想	122
4.1.1	微积分创建史	122
4.1.2	微积分的基本思想	124
4.1.3	微分学的重要概念及计算	126
4.2	导数在经济管理中的应用	133
4.2.1	边际分析	134
4.2.2	弹性分析	136
4.2.3	最大值最小值问题	140
* 4.3	偏导数在经济管理中的应用	143
4.3.1	多元函数与偏导数	143
4.3.2	偏导数在经济管理中应用举例	150

4.4	积分与社会收入分配	156
4.4.1	定积分的概念	156
4.4.2	定积分的计算	159
4.4.3	积分在经济管理中的应用	164
第5章	随机数学思想在管理中的应用	172
5.1	随机事件及其概率	172
5.1.1	随机事件	172
5.1.2	事件间的关系及运算	173
5.1.3	随机事件的概率	175
5.2	随机变量的概率分布及其在管理中的应用	180
5.2.1	随机变量的概念	180
5.2.2	离散型随机变量的概率分布	181
5.2.3	连续型随机变量的概率分布	184
5.3	随机变量的数字特征及其在管理中的应用	188
5.3.1	随机变量的数学期望	189
5.3.2	随机变量的方差	191
5.4	数理统计的基本概念	194
5.4.1	总体与样本	194
5.4.2	样本的数字特征	195
5.4.3	统计量及其分布	196
5.5	参数估计在管理中的应用	199
5.5.1	参数的点估计	200
5.5.2	参数的区间估计	201
5.6	假设检验在管理中的应用	205
5.6.1	假设检验的基本思想	205
5.6.2	一个正态总体的期望和方差的检验	206
5.7	线性回归分析在管理中的应用	212
5.7.1	一元线性回归方程的建立	212
5.7.2	回归方程的相关性检验及预测	214
参考答案		220
附录		227
参考文献		237

第 1 章

数和管理

我们在日常生活和工作中,都在有意识或无意识地运用着数学这个工具,而用得最多的是数.本章从数的角度出发,来理解数学与管理,并阐述分析了管理中的数学典型问题,进而介绍如何处理管理中的数据.

1.1 数在管理中的妙用

1.1.1 为何决策机构的成员数都是奇数

大家都知道:“1,3,5,7,……”是奇数,但大家注意到没有,各级决策机构委员会所设的委员的数目也都是奇数,为什么呢?因为奇数个委员可以避免表决时 1:1 相持不下的局面,这便是奇数在选举中的一个妙用.

诸如此类还有很多,如同余数、质数应用在密码学和信息安全上.又如 0.618,这是一个极为迷人而神秘的数字,它有着一个很动听的名字——黄金分割率,它是古希腊著名哲学家、数学家毕达哥拉斯于 2500 多年前发现的.古往今来,这个数字一直被后人奉为科学和美学的金科玉律,在艺术史上,几乎所有的杰出作品都不谋而合地验证了这一著名的黄金分割率.后面第 3 章第 1 节我们还介绍了 0.618 在管理中的应用.

1.1.2 你记得你的身份证号码吗

在日常生活工作中,我们会经常用到身份证,请问:“你记得你的身份证号码吗?”其实只要你留心一下身份证号码的规律,很快地你就能够记住它.公民身份证号码是特征组合码,由 18 位数字组成的,前 6 位为地址码,表示所在的省市(县);第 7 至 14 位为出生日期码,如 1986 年 2 月 28 日出生的人便是

19860228;第15、16位数字表示:所在地的派出所的代码;第17位数字表示性别:奇数表示男性,偶数表示女性;第18位数字是校验码:通过复杂公式算出,普遍采用计算机自动生成,用来检验身份证的正确性,如果你改变了前面某个数字而后面的校验代码不相应改变就会被计算机软件判断为非法身份证号码。

同理,可设计某学校学生的学号.要求学号不能重复,由学号可知是哪个班级学生及其性别.设计如下:入学的时间+班级号+男女编码(男的为0,女的为1)+每个学生的编码(以班级为单位,从01——**两位数下去)就可以了。

车牌号码也是利用数码特征组合成的.一个城市的车牌号从理论上讲有多少个?车牌号码够用吗?下面我们来分析一下这个问题。

目前我国机动车号码是按以下规律排列的:第一个汉字是表示省市区的简称,第二个是代表地级名称的字母,后面五位是由阿拉伯数字和英文字母(在字母中要去除I和O,因为这两个字母和1与0比较接近)构成的数码,例如南宁市的车牌号为“桂A*****”。从字母和数字来讲,在不增加其他可用的符号,也不增加车牌的位数的条件下,城市车牌号码的多少实际上是可以计算的。地方车牌除了第一位汉字和第二位字母外还有五位,除去O和I,还有24个字母和10个数字可以用,那么牌号的后五位每位都可以用这34个符号,其车牌数量上限就是 $34 \times 34 \times 34 \times 34 \times 34 = 34^5 = 45\,435\,424$,当然军警用车牌另计。4千5百多万的数字,就目前中国所有城市来讲已经是足够的,要超越这个数字,恐怕人均都要几辆到几十辆车。

以上几例,都是数的特征、数的组合的应用实例.大家可以思考在工作、管理和日常生活中,我们在哪些方面也可利用特征组合数。

1.1.3 数字能帮你说出心里的话

例1 “公说公有理,婆说婆有理”。

下面有一组数据:

香港某企业有5位股东,100名工人.1990,1991,1992三年的利润分配情况如表1-1所示:

表 1-1 利润分配

年份	工资总额(万元)	股东红利(万元)
1990	10	5
1991	12.5	7.5
1992	15	10

由以上数据,你可以得到什么结论?

有意思的是,在企业从业人员大会上,股东老板上台画了一张图(见图 1-1).标题是“有福同享,有难同当”.三年来工资和股东红利都增加了 5 万元,劳资双方的利益同步增加.

但是,工会的负责人说,我也来画一张图(见图 1-2).大家都以 1990 年为基础,定为 100%.三年来,工资从 10 万元到 15 万元,增长了 50%,而股红却从 5 万元到 10 万元,增长了 100%,翻了一番.所以,工资增长速度赶不上股东红利增长速度,今后应多加工资.

一位工人的发言指出,每个工人的平均工资从 1 000 元增加到 1 500 元,股东红利从 1 万元增至 2 万元.我也画一张图(见图 1-3).一个太高,一个太低,工人工资应该多多增加.

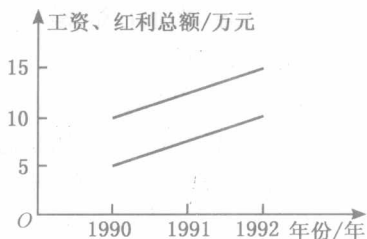


图 1-1 “有福同享,有难同当”

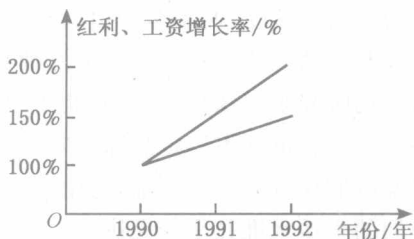


图 1-2 “工资增长速度赶不上股东红利增长速度”

这真可谓“公说公有理,婆说婆有理”.

以上这个例子是香港教材中的一道题,它显示了经久不衰的魅力,是数在管理中的绝妙运用,是“为什么学数学”的一个很好的例证.它告诉我们,数字的确非常有用,它是一种灵活机动的工具,能帮你说出你想说的话.同时,我们要善于运用数据,善于对数据进行分析处理,而分析处理数据的方法不同可能得出不同的结论.

例 2 “无中生有”.

设想有一家制造系列玩具兔子“蜷伏先生”的厂商“怀抱小动物”公司,他们的近两年销售额为:

去年销售额 500 000 英镑;

今年销售额 515 000 英镑.

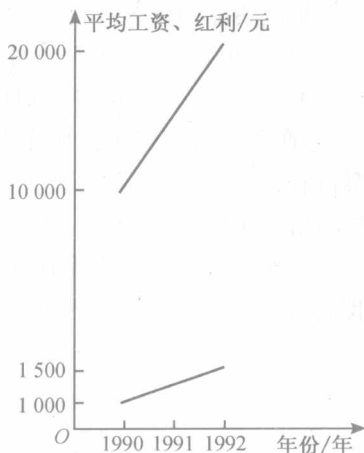


图 1-3 “太高与太低”

对这家宠物玩具公司来说,难道不是好消息吗?公关部大言不惭地如此声称,当然不足为奇.报纸上登出了大标题“蜚伏先生的系列玩具销售量又创新纪录”,小兔子赚到的钱从未有过如此之多,吹得天花乱坠,令人不能不信.

戏法究竟在哪里?被公关部轻而易举地忽略的(因为在这种情况下帮不了忙)事实是,每年都一样,今年也存在着通货膨胀,而通胀率碰巧是3%.每个国家的国民经济都有通货膨胀,商品价格与工资都在增长.如果价格上涨3%,工资也上涨3%,那就什么事情也没有发生——每个消费者的购买能力同上一年完全一样.“怀抱小动物”公司的销售额增加了15 000/500 000,正好是3%.换句话说,销售方面几乎没有什么变化.然而,通过数字戏法,“无消息”却变成了“好消息”.

无视通货膨胀几乎是舆论导向专家最经常使用的一种花招,可以通行无阻地为公众所接受,而不至于引起传媒的非议.人人都乐于看到教师工资、医疗支出以及不动产价值每年都在上涨而并无怨言,正常的通货膨胀是可以承受的.这一切听起来都像是好消息,但其实此类增长毫无意义.“更多”未必就是“更好”,当然它也并不意味着“更坏”.同样的论证也可适用于电费、啤酒价格以及政府税收的逐年上涨,但由于工资也在提高,所以这些商品价格的上涨对人们的生活水准几乎并无影响.

例3 “使事物忽而变小、忽而变大的花招”.

舆论导向专家变戏法时,百分比是一个特别有用的道具.请看下面这个出口大幅度萎缩的例子.

“我不想否认,对我们公司来说,这些日子并不好过”,发言人说,“由于货币购买力的原因,去年我们公司的出口下跌了40%,但是我可以愉快地告诉各位,感谢我们市场经理部所作出的巨大业绩,今年可望有多达50%的反弹”.股票持有人一听,印象深刻极了——40%的下跌,继之以50%的回升,听上去像是净增了10%.

当然这只是玩弄数字魔术者的又一次误导,其手法堪称经典之作.下面让我们给出这家公司真正的出口数字:

表 1-2 两年前和去年公司的出口数字

两年前	100 000 单位
去 年	60 000 单位

所以去年一年,出口单位从他们以前的100 000水平跌去了40 000,那可真是40%的猛跌.今年,我们被告知,将在去年的基础上,增长50%.去年的出

口是 60 000 单位,它的 50% 是 30 000,因而在 50% 的增长后我们现在将有:

表 1-3 今年公司的真正的出口数字

今年	90 000 单位
----	-----------

仅仅迟疑一秒钟,便会恍然大悟,这根本不是比两年前增长了 10%。在下跌 40% 后继之以增长 50%,结果还是减少了 10%。真是不可思议! 怎会如此? 实际上并无秘密可言,这正是百分比的作用方式。发言人拿 40% 与 50% 来比较,似乎它们是同样东西,但由于它们各自建立在不同的原始数据之上,实际上无异于拿苹果同梨子来比较。

例 4 “芝麻变西瓜”。

下面的图 1-4 取自颇具权威性的一家地方公共卫生书刊。它表明医院里看病等待时间正在减少:

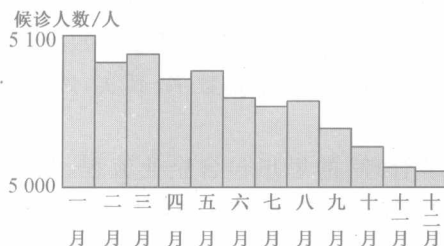


图 1-4 看病等待时间正在明显减少

看了图 1-4 以后,不是留下深刻印象吗? 照片前你同卫生主管首长坐在一起,添上解说词“我们正在取得进展”,这给人留下了不可磨灭的印象,事情正在变得越来越好。然而,你慢点高兴,请你去看下面的另一幅图形。事实上,在六个月中,每月排队候诊人数的减少,仅仅是在 5 000 人的基础上减少了 100 人左右——微不足道的 2%。如果我们把左边的坐标轴,从 0 到 5 000 完全显示出来,那么图形看上去就大不一样了,见图 1-5,所谓候诊情况的改善太微不足道了,简直是不值得一提。我们由此再次看到:弄虚作假,能使小事变成大事。

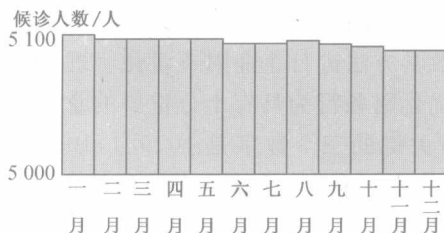


图 1-5 看病等待时间减少微不足道

像这样有选择性地出示一些数据的现象可以说是屡见不鲜,以致舆论导向专家会认作正确报告,而它当然是经过精心设计的数据显示,旨在传递一种完全背离真实情况的“利好”印象。

1.1.4 管理就是管数字

众所周知,科学的科学是数学,十个阿拉伯数字加上一些数学符号构成了奇妙的数学天地.数学是几乎所有学科的基础.物理、化学、经济学、管理学等都以数学为基础.由上面的介绍,我们也体会到了数在管理中的妙用,善于用数学的管理才是科学的管理。

但是,很多企业家和经理人在企业经营和管理过程中,不知不觉地运用着语文方式,总是用很多形容词,用很多感叹词来描述企业的状况.其实这些语言在企业的数字面前苍白无力!真正企业每天所接触的都是数字,经营收入是数字,成本开支是数字,工资奖金是数字,合同条款是数字,要求员工的是数字,绩效考评的是数字……企业的每一天都是数字.其实,做企业就是做数学,管理就是管数字。

企业活动中,“数学管理”的思想包含企业流程、制度、可量化的考核等要素,应用非常广泛.比如说,如果你要对许多区域的经销商进行管理,建议用一种颜色对一个区域着色,那么一共需要多少种颜色就能保证两个相邻的区域明显区分开呢?答案是4种.只需要4种颜色就能保证每两个相邻的区域的顏色不同.这样的着色效果能使渠道体系脉络清晰,尽可能杜绝交叉和无序.这就是一个数学题目。

“数学管理”也经常用到考核上,业绩突破多少,可以晋升到经理;业绩下滑多少,扣发年度奖金,等等.这些都应当通过数学方法计算表达出来,以表明公司管理上的严谨与公平.企业财务量化管理就是“数学管理”进步和深入的具体表现.所谓企业财务量化管理,就是运用一定的数学方法,以定量为手段,调控企业财务管理活动,达到优化财务行为的目的.在市场经济条件下,企业财务管理是一项开放性、动态性、综合性的管理活动,在整个企业经营管理工作具有举足轻重的地位.用数学方法进行企业财务量化管理,采取定量手段,调控企业财务管理活动,对于优化财务行为具有十分重要的意义。

所有数字里面最关键的三个数字是10、9、1,10是收入,9是成本,1是利润. $10-9=1$,收入-成本=利润,这就是企业的管理公式,这就是企业家和经理必须充分管理的数字.数字1是利润,也就是10%,为什么只有10%,全世界五百强企业平均利润只有11%到15%,说明我们企业的利润真的是来之不

易. 数字 10 是开源, 大多数企业包括创业者都比较重视, 重视市场, 重视营销, 重视客户, 企业所有的重点都围绕着增加收入这一业务导向. 但是数字 9 没有管理好, 没有削减成本, 便会造成严重浪费, 重复购买甚至错误决策, 造成严重亏损. 实质就是因为数字不清晰, 没有数字管理, 就没有有效的财务管理.

数字 9 里都包括哪些成本? 一是直接成本, 直接成本就是这项工作直接的销售成本, 比方说制造成本、采购成本、材料费用、佣金和抽成等, 每一个业务、每一个客户、每一笔业务, 直接的销售成本叫直接成本. 收入减掉直接成本不是利润, 很多企业包括员工甚至企业家都会误解为, 我们的公司很赚钱啊, 你看收入 100 减掉成本 50、40, 我们的利润有 50、60 啊. 不对, 因为还有间接费用. 间接费用包括的就多了, 企业的房租水电、物业管理、工资福利、保险补贴、培训培养、库存折旧、交通通讯、差旅费用、公关应酬、养车养人、业务开支、办公设备、邮件邮箱、打字复印、用笔用纸等一系列费用, 从上到下, 从大到小, 每个人每个时间都有理由要花钱, 不管企业产不产生客户, 不管客户签不签单, 不管销售业绩有多高还是有多低, 只要企业还在, 这些费用一定会产生. 从企业开张那天开始, 这些费用永远伴随着企业.

企业的管理都离不开数字, 每个公司到最后所谈的, 也只是数字, 而且管理者评估工作的进展和成果也是根据数字. 一个对数字没概念, 不懂运用数字去管理的管理者, 肯定不是一个合格的管理者. 所有管理者, 都强调能在最短时间里最有效地解决问题, 也就是要做到快、准、高. 唯有数字概念强, 善于运用数字的管理者, 才可做到用最短的时间、最妙的方法、最少的精力、最大的功效去解决各方面的难题.

所以说, 做企业就是做数学, 管理就是管数字. 那么如何处理管理中的数据呢? 下面将介绍常用数据处理的基本方法.

1.2 如何处理管理中的数据

1.2.1 从数的产生讲起

所谓数, 是指抽象的数目, 是一种能表征一个量的大小的抽象概念. 抽象数目概念的形成, 是人类长期在对具体物件观察和总结的基础上, 在认识上所产生的一个飞跃. 可以肯定地说, 表示数目的数字的形成, 远在一般文字出现之前. 大约在五千多年前, 人类对数、量已有相当程度的认识.

1. 古代记载事件和管理财物的方法——原始记数法

现在,我们大家都知道 $1, 2, 3, 4, 5, \dots, \frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{7}{3}, \dots, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots$, 等等, 这些都是数, 其实, 人们对数的认识是逐步发展的. 原始社会, 人们打猎归来, 狩猎到很多野兽, 例如有梅花鹿 1 头、2 头、3 头、4 头、5 头、 $\dots$, 首先形成了多与少的概念, 之后在长期的经验积累中, 逐步把数从具体事物集合中抽象出来, 形成了自然数的概念. 刚开始人们只认得 $1, 2, 3, 4, 5$ 等少数自然数, 后逐步发展成为 $1, 2, 3, 4, 5, \dots$ 无穷多个自然数.

怎样记数呢? 在数字没有出现以前, 有两种原始记数法——结绳记数法和刻画记数法. 结绳记数大约盛行于我国的新石器时代, “事大, 大结其绳; 事小, 小结其绳; 结之多少, 随物众寡”. 刻画记数起源于原始社会. 根据现有考古资料, 在我国最早可以追溯到一万多年前的山顶洞人, 遗址中出土的四根有磨刻符号的骨管, 可能就是一种刻画记数的实物. 刻画记数方法沿用了较长时期, 原始社会末期、奴隶社会、直至封建社会都可找到这方面的资料. 我国的少数民族, 在没有文字之前, 也都采用结绳和刻画记数的方法. 新中国成立后, 在云南等地收集到不少这方面的实物. 直到 20 世纪 50 年代, 傈僳族还用在板上刻画符号来记事或表意. 新疆巴尔坤草原的哈萨克族牧民至今仍在使用羊毛绳打结的方法来记羊的数目. 这些都是古代刻画记数和结绳记数的遗风. 由以上可见, 结绳记数和刻画记数是古代记载事件和管理财物的一种方法.

另外, 石子记数(有的是用小木棍)也是古代较有代表性的记数方法. 在古希腊的荷马史诗《奥德赛》中有这样一则故事: 当主人公奥德修斯刺瞎了独眼巨人波吕斐摩斯仅有的一只眼睛以后, 那个不幸的盲老人每天都坐在自己的山洞里照料他的羊群. 早晨羊儿外出吃草, 每出来一只, 他就从一堆石子里捡起一颗. 晚上羊儿返回山洞, 每进去一只, 他就扔掉一颗石子. 当他把早晨捡起的石子全都扔光时, 他就确信所有的羊儿返回了山洞. 这则故事告诉我们, 很可能是牧羊人计算羊群的只数产生了数学, 正如诗歌起源于乞求丰收的祷告, 这两项人类最古老的发明均源于生存的需要.

说来有点残酷, 一些美洲印第安人通过收集被杀者的头皮来计算他们杀敌的数目, 而一些非洲的原始猎人通过积累野猪的牙齿来计算他们杀死野猪的数目. 据说, 居住在乞力马扎罗山坡上游牧民族的少女习惯在颈上佩戴铜环, 其个数等于自己的年龄, 这比起如今缅甸某些少数民族的妇女所保持的相似的习俗多了审美以外的含义. 从前, 英国酒保往往用粉笔在石板上画记号来记顾客饮酒的杯数, 而西班牙酒保则通过向顾客的帽子里投放小石子来做这一记数, 这

两种不同的记数方法似乎也反映出这两个民族不同的个性:谨慎和浪漫。

2. 数字的产生和数的发展

(1) 数字的出现和传播

在结绳和刻画记数的基础上,经过长期演变,进而形成数字.现在国际通用的阿拉伯数字:0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 实际上起源于印度,印度人大约在公元前 4 世纪就开始使用阿拉伯数码,这种数码在公元 8 世纪传入阿拉伯国家,后经阿拉伯商人传入欧洲,欧洲人称其为阿拉伯数字.原来的形体与现在的形体也不尽相同,经历好几个世纪,才演变成现在这样.阿拉伯数字传入我国,最早也就是在 13 世纪到 14 世纪之间,但却迟迟不被采用,直到 19 世纪末,20 世纪初才逐渐使用.为什么数字是由商人传播的呢?光从这一点看,就知道数字和数的运算在商业管理中是最为基础的数学问题.

用符号“0”表示零是印度人的一大发明.在数学中,“0”的意义是多方面的,它既表示“无”的概念,又表示位置记数法中的空位,而且是数域中的一个基本元素,可以与其他数一起运算.“0”在约公元六世纪时被引用.印度著名数学家婆罗摩笈多(Brahmagupta, 公元 598—660)在他的天文学著作《婆罗摩修正体系》一书中较完整地叙述了零的运算法则:“负数减去零是负数;正数减去零是正数;零减去零什么也没有;零乘负数、正数或零都是零.……零除以零是空无一物,正数或负数除以零是一个以零为分母的分数.”零的传播要稍晚一些,至迟在 13 世纪初,斐波那契的《算经》中已包括零号在内的完整印度数码的介绍.印度数码和十进制记数法对欧洲的科学进步起了重大的促进作用.在今天世界上存在的数以千计的语言系统里,这 10 个阿拉伯数字是唯一通用的符号(比拉丁字母使用范围更广).可以想象,假如没有阿拉伯数字,全球范围内的科技、文化、政治、经济、军事和体育方面的交流将变得十分困难,甚至不可能进行.

“0”是一个数吗?“当然是啦!”你会脱口而出.但是“0”作为一个符号,人们使用了它近六个世纪后,才把它当做一个数来看待.“0”是自然数吗?在曾经的教材中“0”不是自然数,但是目前国外的数学界大部分都规定“0”是自然数.为了国际交流的方便,1993 年颁布的《中华人民共和国国家标准》(GB3100~3102-93)《量和单位》中规定自然数包括“0”.于是近年来,各中小学课本都改成了“0”是自然数,表示“一个物体也没有”.目前,在我国“0”已经被纳入自然数的集合了,自然数是非负的整数.

在日常生活中,人们发现了一个问题,如“拿来了 6 个苹果”与“拿走了 6 个苹果”是不同的;站在一棵树下,“向上树高 10 米”与“向下井深 10 米”,也是不同的.“拿来”与“拿走”,“向上”与“向下”,这些都是具有相反性质或相反方向的