

# 课标本

---

# 教材完全解读

---

王后雄学案

总策划：熊辉



---

## 高中数学 必修2

---

配人教B版

丛书主编：王后雄

本册主编：曾祥红



中国青年出版社





## 教材完全解读·高中课标本 丛书目录

### 高中 (课标本·必修1)

- |      |                            |      |                    |
|------|----------------------------|------|--------------------|
| 《语文》 | 人教版 粤教版 鲁人版 苏教版 语文版<br>北京版 | 《生物》 | 人教版 苏教版            |
| 《数学》 | 人教A版 人教B版 苏教版<br>北师大版      | 《政治》 | 人教版                |
| 《英语》 | 人教版 外研版 译林牛津版<br>北师大版      | 《历史》 | 人教版 人民版<br>岳麓版     |
| 《物理》 | 人教版 粤教版 鲁科版 教科版            | 《地理》 | 人教版 鲁教版<br>湘教版 中图版 |
| 《化学》 | 人教版 苏教版 鲁科版                |      |                    |

### 高中 (课标本·必修2)

- |      |                            |      |                    |
|------|----------------------------|------|--------------------|
| 《语文》 | 人教版 粤教版 鲁人版 苏教版 语文版<br>北京版 | 《生物》 | 人教版 苏教版            |
| 《数学》 | 人教A版 人教B版 苏教版<br>北师大版      | 《政治》 | 人教版                |
| 《英语》 | 人教版 外研版 译林牛津版<br>北师大版      | 《历史》 | 人教版 人民版<br>岳麓版     |
| 《物理》 | 人教版 粤教版 鲁科版 教科版            | 《地理》 | 人教版 鲁教版<br>湘教版 中图版 |
| 《化学》 | 人教版 苏教版 鲁科版                |      |                    |

### 高中 (课标本·必修3)

- |      |                            |      |                    |
|------|----------------------------|------|--------------------|
| 《语文》 | 人教版 粤教版 鲁人版 苏教版 语文版<br>北京版 | 《政治》 | 人教版                |
| 《数学》 | 人教A版 人教B版 苏教版<br>北师大版      | 《历史》 | 人教版 人民版<br>岳麓版     |
| 《英语》 | 人教版 外研版 译林牛津版 北师大版         | 《地理》 | 人教版 鲁教版<br>湘教版 中图版 |
| 《生物》 | 人教版 苏教版                    |      |                    |

### 高中 (课标本·必修4)

- |      |                            |      |                       |
|------|----------------------------|------|-----------------------|
| 《语文》 | 人教版 粤教版 鲁人版 苏教版 语文版<br>北京版 | 《英语》 | 人教版 译林牛津版<br>外研版 北师大版 |
| 《数学》 | 人教A版 人教B版 苏教版<br>北师大版      | 《政治》 | 人教版                   |

### 高中 (课标本·必修5)

- |      |                            |      |                       |
|------|----------------------------|------|-----------------------|
| 《语文》 | 人教版 粤教版 鲁人版 苏教版 语文版<br>北京版 | 《英语》 | 人教版 译林牛津版<br>外研版 北师大版 |
| 《数学》 | 人教A版 人教B版 苏教版<br>北师大版      |      |                       |

ISBN 978-7-5006-7590-7



01 >

9 787500 675907

定价: 21.30元

新课标全套教材

课标本

# 教材完全解读

王后雄学案

高中数学 必修2

配人教B版

丛书主编：王后雄  
本册主编：曾祥红  
编委：周锋 王强芳  
        黄河清 丁仁贵  
        杜建国 王志明  
        王涛 杜苏勇  
        陈锐 王春勇  
        胡建平 徐志平  
        邵爱先 朱少华



中国青年出版社

## (京)新登字083号

### 图书在版编目(CIP)数据

教材完全解读:人教B版.高中数学.2:必修/王后雄主编.  
—2版.—北京:中国青年出版社,2008  
ISBN 978-7-5006-7590-7

I.教... II.王... III.数学课—高中—教学参考资料 IV.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第112005号

策 划:熊 辉  
责任编辑:李 扬  
封面设计:木头羊

### 教材完全解读

#### 高中数学 必修2

中国青年出版社 出版发行

社址:北京东四12条21号 邮政编码:100708

网址:www.cyp.com.cn

编辑部电话:(010)64034328

读者服务热线:(027)61883306

孝感市三环印务有限责任公司印制 新华书店经销  
889 × 1194 1/16 12.5印张 334千字

2008年9月北京第2版 2008年9月湖北第2次印刷

印数:5001—15000册

定价:21.30元

本书如有任何印装质量问题,请与承印厂联系调换

联系电话:(027)61883355



# 教材完全解读

本册

## 本书特点

基础教育新课标改革已如火如荼地展开，新课程教材助学助考的开发问题已成为人们关注的焦点。应广大读者的要求，我们特邀来自国家新课程改革试验区和国家级培训班的专家编写课标版《教材完全解读》丛书。该系列丛书能帮助学生掌握新的课程标准，让学生能够按照课程理念和教材学习目标要求科学、高效地学习。该书以“透析全解、双栏对照、服务学生”为宗旨，助您走向成功。

这套丛书在整体设计上有两个突出的特点：一是双栏对照，对教材全解全析，在学科层次上力求讲深、讲透、讲出特色；另一个就是注重典型案例学习，突出鲜活、典型和示范的特点。

为了让您更充分地理解本书的特点，挑战学习的极限，请您在选购和使用本书时，先阅读本书的使用方法图示。

高中数学必修2  
湖南教育出版社

## 3 重点全解

从知识、方法、思维三个方面诠释教材知识点和方法点，帮您形成答题要点、解题思维，理清解题思路、揭示考点实质和内涵。

## 第1章 解三角形

### 课标要求

本章主要涉及正弦定理、余弦定理、正弦定理和余弦定理的应用三个部分的内容。教材通过正弦定理和余弦定理揭示了任意三角形边角之间的客观规律。

### 高考命题趋势

正弦定理、余弦定理是解三角形的工具，在每年的高考中都有出现，一般命题占4到12分之间。前几年主要考查方式为三角形形状的判断；利用正弦定理、余弦定理解决三角形的边角关系；利用正弦定理、余弦定理解决实际问题。

### 1.1 正弦定理

#### 1 知识·能力素养

1. 正弦定理及其证明  
在△ABC中，a, b, c分别为角A, B, C的对边，r为△ABC的外接圆的半径，则有  
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

2. 正弦定理及其证明  
利用  $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$ ，即  $\frac{b^2}{\sin^2 B} = \frac{a^2 + c^2}{\sin^2 B} - \frac{2ac}{\sin^2 B}$   
利用可得  $\frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$   
若△ABC为钝角三角形(如图1-1-(2))为直角三角形时，利用同样的方法也可以证明结论，请同学们自己证明。

#### 2 方法·技巧平台

4. 如何判断三角形的形状  
(1) 已知三边的长度或知道三角形某些特殊性的角，如直角三角形、直角三角形、钝角三角形、等腰三角形、等腰直角三角形等。  
(2) 对于给出的条件是边角关系综合在一起的问题，一般地，应先用正弦定理，求出某一个角的度数，再运用三角恒等变换，得到三角形的形状，或者根据等差、等比和代数恒等变形方法进行转化，从而得出结论。

#### 3 例析·思维拓展

5. 三角形中有角正弦定理的综合问题  
在利用正弦定理解决三角形的综合问题时，要注意以下两式的使用： $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$ ； $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ ； $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$ ； $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ 。

#### 名师精讲

◎【例题1】在△ABC中，已知A>B，求证  $\sin A > \sin B$ 。  
【证明】在△ABC中，由A>B得a>b，又因为  $a = 2R \sin A$ ， $b = 2R \sin B$ ，所以有  $2R \sin A > 2R \sin B$ ，即  $\sin A > \sin B$ 。

◎【例题2】已知△ABC的三个内角是2B=A+C，且最大边为最小边的2倍，求三角形的三个内角。  
【证明】因为2B=A+C，而且A+B+C=π，∴B=π/3。不妨设A=π/3，C=π/3，a(=b)=1，再设最小边为x。

◎【例题3】在△ABC中，求证： $\frac{\cos A}{\sin B} = \frac{c-b \cos A}{b \cos A}$ 。  
【证明】根据正弦定理  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ ，得  $\frac{\cos A}{\sin B} = \frac{c-b \cos A}{b \cos A}$ 。

◎【例题4】已知△ABC中，AD是∠BAC的平分线，求证： $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ 。  
【证明】本题是证明平面几何中的三角形内角平分线定理。利用正弦定理证明之。过点D作DE∥AB，交AC于点E，则DE∥AB，即∠ADE=∠BAD，∠EDC=∠BAC，∠EDC=∠BAC，∠EDC=∠BAC。



# 读者反馈表

您只要如实填写以下几项并寄给我们，将有可能成为最幸运的读者，丰厚的礼品等着您拿，数量有限（每学期50名）一定要快呀！（欢迎登陆“X导航”教育网www.xxts.com.cn）

您最希望得到的**礼品** （请您自行填写）



A \_\_\_\_\_



B \_\_\_\_\_



C \_\_\_\_\_



## 您的个人资料

（请您务必填写详细，否则礼品无法送到您的手中）

|                   |                             |  |
|-------------------|-----------------------------|--|
| 姓名：               | 学校：                         | 联系电话：  |
| 邮编：               | 通讯地址：                       |  |
| 职业：               | 教师 <input type="checkbox"/> | 学生 <input type="checkbox"/> 调研员 <input type="checkbox"/> |
| 您所在学校现使用的教材版本     |                             |  |
| 语文：               | 数学：                         | 英语：  |
| 物理：               | 化学：                         | 生物：  |
| 政治：               | 历史：                         | 地理：  |
| 请在右栏列举3本您喜爱的教辅（参） |                             |  |
| 您发现的本书错误：         |                             |  |
| 您对本书的意见或建议：       |                             |  |

以下为地址，请剪下贴在信封上

信寄：湖北省武汉市江汉区长江日报路图书大世界湖滨路11号“X导航教育研发中心”收  
邮编：430015

# 教辅大师王后雄教授、特级教师科学超前的体例设置，帮助您赢得了学习起点，成就您人生的夙愿。

——题记

## 整体训练方法

针对本节重点、难点、考点及考试能力达标所设计的题目。题目难度适中，是形成能力、考试取得高分的必经阶梯。

## 解题错因导引

“点击考点”栏目导引每一道试题的“测试要点”。当您解题出错时，建议您通过“测试要点”的指向，弄清致错原因，找到正确答案。

## 教材课后习题解答

帮助您弥补课堂上听课的疏漏。答案准确，讲解繁简适度、到位、透彻。

## 最新5年高考名题诠解

汇集高考名题，讲解细致入微，教纲、考纲，双向例释；练习、考试，讲解透彻；多学、精练，效果显著。

## 单元知识整合

单元知识与方法网络化，帮助您将本单元所学教材内容系统化，形成对考点知识的二次提炼与升华，全面提高学习效率。

## 考试高分保障

精心选编涵盖本章节或阶段性知识和能力要求的检测试题，梯度合理、层次分明，与同步考试接轨，利于您同步自我测评，查缺补漏。

## 点拨解题思路

试题皆提供详细的解题步骤和思路点拨，鼓励一题多解。不但知其然，且知其所以然，帮助您养成良好的答题习惯。

2. 教材完全解读 高中数学 必修5

**能力·题型设计**

[1] A. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $a=8, B=60^\circ, C=75^\circ$ ，则 $b=( )$ 。  
A.  $4\sqrt{3}$     B.  $4\sqrt{5}$     C.  $4\sqrt{6}$     D.  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

[2] A. 在 $\triangle ABC$ 中，定成立的等式是( )。  
A.  $\sin A = \sin B$     B.  $\cos A = \cos B$     C.  $\sin A = \sin B$     D.  $\cos A = \cos B$

**教材课后习题解答**

课本第9页练习

1. B  
2. (1)  $a=3, b=\sqrt{3}, c=2\sqrt{3}$  (2)  $a=4, \sqrt{3}$   
3. (1)  $B=57.7^\circ, A=69.3^\circ, c=46.9$   
(2)  $A=90^\circ, C=60^\circ, d=22.52$

最新5年高考名题诠解

1. [2006年山东·4] 在 $\triangle ABC$ 中，角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ，已知 $A=\frac{\pi}{3}, a=\sqrt{3}, b=1$ ，则 $c=( )$ 。  
A. 1    B. 2    C.  $\sqrt{3}-1$     D.  $\sqrt{3}$

[解析] 由正弦定理得 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{3}} = 2$ ，  
由 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ 得 $\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sin B}$ ， $\sin B = \frac{1}{2}$ ，  
因为 $a > b$ ，所以 $B < A = \frac{\pi}{3}$ ，  
所以 $B = \frac{\pi}{6}$ ，  
从而 $C = \frac{\pi}{2}$ ，  
所以 $c^2 = a^2 + b^2 = 4$ ，  
故 $c = 2$ 。  
[答案] B

**单元知识梳理与能力整合**

归纳·总结·查错

一、知识梳理  
二、能力整合

1. 解三角形的常用类型及解法  
在三角形的6个元素中要知三个(除二角外)才能求解，常见类型及其解法如下：

**第1章 知识与能力同步测控题**

(测试满分：150分    测试时间：90分钟)

一、选择题(12×5分=60分)

1. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\sin A : \sin B : \sin C = 2 : 3 : 4$ ，则 $\cos B = ( )$ 。  
A.  $\frac{1}{4}$     B.  $-\frac{1}{4}$     C.  $\frac{1}{2}$     D.  $-\frac{1}{2}$

2. 在 $\triangle ABC$ 中， $\sin^2 A - \sin^2 B = \sin^2 C - \sin^2 A$ ，则角 $C$ 为( )。  
A.  $60^\circ$     B.  $45^\circ$     C.  $120^\circ$     D.  $30^\circ$

**答案与提示**

1. C 由 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$ ，  
由 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ 得 $\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3}{\sin B}$ ，  
 $\sin B = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ ，  
因为 $a > b$ ，所以 $B < A = \frac{\pi}{3}$ ，  
所以 $B = \frac{\pi}{6}$ ，  
从而 $C = \frac{\pi}{2}$ ，  
所以 $c^2 = a^2 + b^2 = 4$ ，  
故 $c = 2$ 。  
[答案] B

2. C 由 $\sin^2 A - \sin^2 B = \sin^2 C - \sin^2 A$ 得 $2\sin^2 A - \sin^2 B = \sin^2 C$ ，  
由 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = k$ 得 $a = k\sin A, b = k\sin B, c = k\sin C$ ，  
代入上式得 $2a^2 - b^2 = c^2$ ，  
由 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ 得 $2(b^2 + c^2 - 2bc\cos A) - b^2 = c^2$ ，  
整理得 $b^2 - 2bc\cos A = 0$ ，  
因为 $b \neq 0$ ，所以 $b - 2c\cos A = 0$ ，  
即 $\cos A = \frac{b}{2c}$ ，  
由 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = k$ 得 $\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = k$ ，  
所以 $\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = k$ ，  
所以 $\sin B = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ ，  
因为 $B < A = \frac{\pi}{3}$ ，  
所以 $B = \frac{\pi}{6}$ ，  
从而 $C = \frac{\pi}{2}$ ，  
所以 $c^2 = a^2 + b^2 = 4$ ，  
故 $c = 2$ 。  
[答案] B

3. D 由正弦定理得 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{5\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 10$ ，  
所以 $a = 10\sin A, b = 10\sin B, c = 10\sin C$ ，  
代入 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ 得 $100\sin^2 A = 100\sin^2 B + 100\sin^2 C - 200\sin B\sin C\cos A$ ，  
整理得 $\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C - 2\sin B\sin C\cos A$ ，  
由 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = k$ 得 $a = k\sin A, b = k\sin B, c = k\sin C$ ，  
代入上式得 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ ，  
整理得 $\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C - 2\sin B\sin C\cos A$ ，  
由 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = k$ 得 $\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = k$ ，  
所以 $\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = k$ ，  
所以 $\sin B = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ ，  
因为 $B < A = \frac{\pi}{3}$ ，  
所以 $B = \frac{\pi}{6}$ ，  
从而 $C = \frac{\pi}{2}$ ，  
所以 $c^2 = a^2 + b^2 = 4$ ，  
故 $c = 2$ 。  
[答案] B

教辅大师王后雄教授、特级教师科学超前的体例设置，帮您赢得了学习起点，成就您人生的夙愿。

——题记

### 整体训练方法

针对本节重点、难点、考点及考试能力达标所设计的题目。题目难度适中，是形成能力、考试取得高分的必经阶梯。

### 解题错因导引

“点击考点”栏目导引每一道试题的“测试要点”。当您解题出错时，建议您通过“测试要点”的指向，弄清致错原因，找到正确答案。

### 教材课后习题解答

帮助您弥补课堂上听课的疏漏。答案准确，讲解繁简适度、到位、透彻。

### 最新5年高考名题诠解

汇集高考名题，讲解细致入微，教纲、考纲，双向例释；练习、考试，讲解透彻；多学、精练，效果显著。

### 单元知识整合

单元知识与方法网络化，帮助您将本单元所学教材内容系统化，形成对考点知识的二次提炼与升华，全面提高学习效率。

### 考试高分保障

精心选编涵盖本章节或阶段性知识和能力要求的检测试题，梯度合理、层次分明，与同步考试接轨，利于您同步自我测评，查缺补漏。

### 点拨解题思路

试题皆提供详细的解题步骤和思路点拨，鼓励一题多解。不但知其然，且知其所以然，帮助您养成良好规范的答题习惯。

· 2 · 教材完全解读 高中数学 必修5

**多能力·题组设计**

[1] 在△ABC中，已知  $a=8, b=60, C=75^\circ$ ，则  $c=()$ 。  
A.  $4\sqrt{5}$     B.  $4\sqrt{6}$     C.  $4\sqrt{7}$     D.  $\frac{32}{3}$

[2] 在△ABC中，一定成立的等式是( )。  
A.  $\sin A = \sin B$     B.  $\cos A = \cos B$   
C.  $\sin A = \sin C$     D.  $\cos A = \cos C$

**教材课后习题解答**

**课本第9页练习**

1. B  
2. (1)  $a=3+\sqrt{3}, b=2\sqrt{3}$     (2)  $a=c=4\sqrt{3}$   
3. (1)  $B=57.3^\circ, A=97.3^\circ, a=46.9$   
(2)  $A=90^\circ, C=60^\circ, c=22.52$

**课本第10页练习**

1. 54, 95  
2. (1) 直角三角形 (2) 等腰直角三角形  
3. A

**最新5年高考名题诠解**

1. (2006年山东·4) 在△ABC中，角A, B, C的对边分别为a, b, c，已知  $A=\frac{\pi}{3}, a=\sqrt{3}, b=1$ ，则  $c=()$ 。  
A. 1    B. 2    C.  $\sqrt{3}-1$     D.  $\sqrt{3}$

**【解析】** 由正弦定理得  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ ，得  $\sin B = \frac{b \sin A}{a} = \frac{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$ 。  
∴  $B = \frac{\pi}{6}$  或  $B = \frac{5\pi}{6}$ 。  
∵  $A = \frac{\pi}{3}$ ，∴  $B < \frac{\pi}{2}$ ，∴  $B = \frac{\pi}{6}$ ，从而  $C = \frac{\pi}{2}$ ， $c^2 = a^2 + b^2$ ，故  $c = 2$ 。  
【答案】 B

**单元知识梳理与能力整合**

**归纳·总结·专题**

一、知识梳理  
二、能力整合

**第1章 知识与能力同步测控题**

(测试时间: 150分钟)    (测试时间: 90分钟)

一、选择题(12×5分=60分)

1. 在△ABC中，若  $\sin A : \sin B = 2 : 3$ ，则边  $b : a$  等于( )。  
A. 3 : 2 或 9 : 4    B. 2 : 3    C. 9 : 4    D. 3 : 2

2. 在△ABC中， $\sin^2 A + \sin^2 C + \sin^2 B = \sin A \cdot \sin B$ ，则角C为( )。  
A.  $60^\circ$     B.  $45^\circ$     C.  $120^\circ$     D.  $30^\circ$

**答案与提示**

**第1章 解三角形**

1.1 正余弦定理

1. C 由  $B=60^\circ, C=75^\circ$  可知  $A=45^\circ$ ，∴  $\frac{a}{\sin 45^\circ} = \frac{b}{\sin 60^\circ}$ ，∴  $b = 4\sqrt{6}$ 。

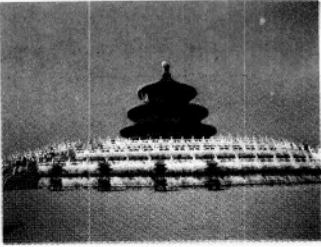
2. C 选项A可变为  $a^2 = b^2 + c^2$ ，选项B可变为  $\sin 2A = \sin 2B$ ，选项C可变为  $\sin A = \sin B$ ，选项D可变为  $\sin A \cos B = \sin B \cos A$ ，即  $\sin(A-B) = 0$ ，故只有选项C一定成立。

3. D 由正弦定理  $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$ ，得  $\frac{5\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = \frac{10}{\sin C}$ ，∴  $\sin C = \frac{10}{5\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ ，故只有选项D一定成立。

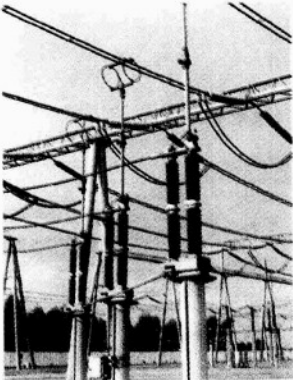


学法指津.....1

第1章 立体几何初步.....2

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| 1.1 空间几何体.....3             |  |
| 1.1.1 构成空间几何体的基本元素.....3    |  |
| 1.1.2 棱柱、棱锥和棱台的结构特征.....9   |  |
| 1.1.3 圆柱、圆锥、圆台和球.....15     |  |
| 1.1.4 投影与直观图.....23         |  |
| 1.1.5 三视图.....29            |  |
| 1.1.6 棱柱、棱锥、棱台和球的表面积.....35 |  |
| 1.1.7 柱、锥、台和球的体积.....42     |  |
| 1.2 点、线、面之间的位置关系.....52     |  |
| 1.2.1 平面的基本性质与推论.....52     |  |
| 1.2.2 空间中的平行关系.....58       |  |
| 1.2.3 空间中的垂直关系.....70       |  |
| 单元知识梳理与能力整合.....81          |  |
| 知识与能力同步测控题.....93           |  |

第2章 平面解析几何初步.....95

|  |                             |
|--|-----------------------------|
|  | 2.1 平面直角坐标系中的基本公式.....96    |
|  | 2.1.1 数轴上的基本公式.....96       |
|  | 2.1.2 平面直角坐标系中的基本公式.....100 |
|  | 2.2 直线的方程.....105           |
|  | 2.2.1 直线方程的概念与直线的斜率.....105 |
|  | 2.2.2 直线方程的几种形式.....110     |
|  | 2.2.3 两条直线的位置关系.....118     |
|  | 2.2.4 点到直线的距离.....127       |
|  | 2.3 圆的方程.....133            |
|  | 2.3.1 圆的标准方程.....133        |
|  | 2.3.2 圆的一般方程.....137        |
|  | 2.3.3 直线与圆的位置关系.....141     |
|  | 2.3.4 圆与圆的位置关系.....147      |
|  | 2.4 空间直角坐标系.....153         |
| 2.4.1 空间直角坐标系.....153  |                             |
| 2.4.2 空间两点的距离公式.....157  |                             |
| 单元知识梳理与能力整合.....161  |                             |
| 知识与能力同步测控题.....171   |                             |

模块测试题.....172

答案与提示.....173

# 知识与方法

## 阅读索引

### 第1章 立体几何初步

|  |    |
|--|----|
| 1.1 空间几何体                                  | 3  |
| 1.1.1 构成空间几何体的基本元素                         | 3  |
| 1. 长方体的有关概念                                | 3  |
| 2. 平面                                      | 3  |
| 3. 空间基本图形之间的关系                             | 5  |
| 4. 平面图形与空间图形的区别与联系                         | 6  |
| 5. 平面划分空间问题                                | 6  |
| 6. 剪拼问题                                    | 6  |
| 1.1.2 棱柱、棱锥和棱台的结构特征                        | 9  |
| 1. 多面体                                     | 9  |
| 2. 棱柱的结构特征                                 | 9  |
| 3. 棱锥的结构特征                                 | 10 |
| 4. 棱台的结构特征                                 | 10 |
| 5. 有关棱柱概念的判断                               | 11 |
| 6. 处理棱锥问题的策略                               | 11 |
| 7. 处理棱台问题的策略                               | 12 |
| 8. 多面体表面上两点间距离的最小值的求法                      | 12 |
| 1.1.3 圆柱、圆锥、圆台和球                           | 15 |
| 1. 圆柱、圆锥、圆台的结构特征                           | 15 |
| 2. 球                                       | 15 |
| 3. 组合体                                     | 17 |
| 4. 截面圆的性质及其应用                              | 18 |
| 5. 球面距离的求法及球面距离的应用                         | 18 |
| 6. 有关旋转体问题的处理策略                            | 18 |
| 1.1.4 投影与直观图                               | 23 |
| 1. 平行投影                                    | 23 |
| 2. 直观图                                     | 23 |
| 3. 中心投影                                    | 25 |
| 4. 如何根据直观图画平面图                             | 25 |
| 5. 斜二测画法的综合运用                              | 25 |
| 6. 已知原图形的面积,如何求直观图形的面积与已知直观图形的面积,如何求原图形的面积 | 26 |
| 7. 投影在实际中的应用                               | 27 |
| 1.1.5 三视图                                  | 29 |
| 1. 正投影                                     | 29 |
| 2. 三视图                                     | 29 |
| 3. 如何根据三视图画出相应的立体图                         | 30 |
| 4. 识图与画图的综合运用                              | 31 |
| 5. 三视图的综合应用                                | 31 |
| 1.1.6 棱柱、棱锥、棱台和球的表面积                       | 35 |
| 1. 直棱柱的表面积                                 | 35 |
| 2. 正棱锥的表面积                                 | 35 |
| 3. 正棱台的表面积                                 | 36 |

|                                    |    |
|------------------------------------|----|
| 4. 球的表面积                           | 36 |
| 5. 圆柱、圆锥、圆台的表面积                    | 37 |
| 6. 柱、锥、台、球中的接、切问题的处理策略             | 38 |
| 7. 柱、锥、台在实际中的应用                    | 38 |
| 8. 柱、锥、台的综合运用                      | 38 |
| 1.1.7 柱、锥、台和球的体积                   | 42 |
| 1. 祖暅原理和柱体的体积公式                    | 42 |
| 2. 锥体的体积公式                         | 42 |
| 3. 台体的体积                           | 43 |
| 4. 球的体积公式                          | 43 |
| 5. 求体积的几种方法                        | 44 |
| 6. 球、柱、锥体积的综合应用                    | 47 |
| 1.2 点、线、面之间的位置关系                   | 52 |
| 1.2.1 平面的基本性质与推论                   | 52 |
| 1. 平面的基本性质                         | 52 |
| 2. 立体几何中常用的数学符号                    | 54 |
| 3. 点线共面的证明                         | 54 |
| 4. 点共线、线共点的证明                      | 55 |
| 5. 平面个数的确定及平面把空间分成若干部分             | 55 |
| 6. 公理和推论的综合运用                      | 55 |
| 1.2.2 空间中的平行关系                     | 58 |
| 1. 平行直线                            | 58 |
| 2. 空间四边形                           | 59 |
| 3. 直线与平面平行                         | 59 |
| 4. 平面与平面的平行                        | 61 |
| 5. 直线与平面平行的判定方法                    | 63 |
| 6. 证明线线平行的方法                       | 64 |
| 7. 两个平面平行的判定方法                     | 64 |
| 8. “线线平行”与“线面平行”间的综合转化能力           | 64 |
| 9. “线面平行”问题中的空间想象能力和计算能力的培养        | 65 |
| 10. 平行关系的综合转化能力                    | 65 |
| 1.2.3 空间中的垂直关系                     | 70 |
| 1. 直线与平面垂直                         | 70 |
| 2. 直线与平面垂直的性质                      | 72 |
| 3. 平面与平面垂直                         | 73 |
| 4. 线面垂直的判定方法                       | 74 |
| 5. 面面垂直的证明方法                       | 75 |
| 6. 求点线、点面、线面距离的方法                  | 75 |
| 7. 线线垂直、线面垂直、面面垂直之间的相互转化以及综合论证推理能力 | 75 |

### 第2章 平面解析几何初步

|                   |    |
|-------------------|----|
| 2.1 平面直角坐标系中的基本公式 | 96 |
|-------------------|----|

|                                     |     |  |     |
|-------------------------------------|-----|--|-----|
| 2.1.1 数轴上的基本公式 .....                | 96  | 8. 平面上的点与直线上的点有关距离的最值问<br>题的处理方法研究 .....       | 123 |
| 1. 数轴上的点与实数的对应关系 .....              | 96  | 2.2.4 点到直线的距离 .....                            | 127 |
| 2. 向量 .....                         | 96  | 1. 点到直线的距离 .....                               | 127 |
| 3. 数轴上两点的距离公式 .....                 | 97  | 2. 两条平行直线间的距离 .....                            | 127 |
| 4. 利用数轴上两点的距离公式解决某些绝对值不<br>等式 ..... | 97  | 3. 点到直线的距离公式的应用 .....                          | 127 |
| 5. 数轴上的基本公式在实际中的应用 .....            | 98  | 4. 点到直线的距离的创新应用 .....                          | 128 |
| 6. 直线坐标法的应用 .....                   | 98  | 2.3 圆的方程 .....                                 | 133 |
| 2.1.2 平面直角坐标系中的基本公式 .....           | 100 | 2.3.1 圆的标准方程 .....                             | 133 |
| 1. 两点的距离公式 .....                    | 100 | 1. 圆的标准方程 .....                                | 133 |
| 2. 中点公式 .....                       | 100 | 2. 如何根据条件求圆的标准方程 .....                         | 133 |
| 3. 解析法(坐标法)的运用 .....                | 101 | 3. 判断点与圆的位置关系的方法 .....                         | 134 |
| 4. 构造距离公式求无理函数的最值或值域 .....          | 102 | 4. 利用“数形结合”的方法将代数问题转化为几<br>何问题的能力 .....        | 134 |
| 5. 两点间距离公式与中点坐标公式的综合应用<br>.....     | 102 | 2.3.2 圆的一般方程 .....                             | 137 |
| 2.2 直线的方程 .....                     | 105 | 1. 圆的一般方程 .....                                | 137 |
| 2.2.1 直线方程的概念与直线的斜率 .....           | 105 | 2. 圆的标准方程与一般方程的互化 .....                        | 137 |
| 1. 直线方程的概念 .....                    | 105 | 3. 如何选用圆的方程 .....                              | 137 |
| 2. 直线的斜率 .....                      | 105 | 4. (补充)利用圆的参数方程解决某些问题的方<br>法(供学有余力的学生参考) ..... | 138 |
| 3. 直线的倾斜角 .....                     | 106 | 5. 利用圆的方程解决实际问题的能力 .....                       | 138 |
| 4. 求直线斜率的方法 .....                   | 106 | 2.3.3 直线与圆的位置关系 .....                          | 141 |
| 5. 三点共线问题的斜率观点处理 .....              | 107 | 1. 直线与圆的位置关系 .....                             | 141 |
| 6. 斜率公式的几何特征探究 .....                | 107 | 2. 直线与圆相切,切线的求法 .....                          | 141 |
| 2.2.2 直线方程的几种形式 .....               | 110 | 3. 弦长问题的处理方法 .....                             | 142 |
| 1. 直线的点斜式方程 .....                   | 110 | 4. 与圆有关的最值问题 .....                             | 143 |
| 2. 直线的斜截式方程 .....                   | 110 | 5. 直线与圆的综合问题 .....                             | 143 |
| 3. 直线的两点式方程 .....                   | 110 | 2.3.4 圆与圆的位置关系 .....                           | 147 |
| 4. 直线的截距式方程 .....                   | 111 | 1. 圆与圆的位置关系 .....                              | 147 |
| 5. 直线方程的一般式 .....                   | 112 | 2. 相交弦与公切线问题 .....                             | 147 |
| 6. 直线方程的几种形式的联系与区别 .....            | 112 | 3. 两圆相切,求动圆圆心的轨迹方程 .....                       | 148 |
| 7. 直线截距式方程的应用 .....                 | 113 | 4. 圆系方程的应用能力 .....                             | 149 |
| 8. 直线方程形式的灵活选择技巧 .....              | 113 | 5. 两圆的位置关系在集合中的应用 .....                        | 149 |
| 9. 由直线方程的形式拓展迁移的创新变化说明<br>.....     | 114 | 2.4 空间直角坐标系 .....                              | 153 |
| 10. 与直线方程有关的最值问题 .....              | 114 | 2.4.1 空间直角坐标系 .....                            | 153 |
| 11. 利用直线方程的知识解决实际问题 .....           | 114 | 1. 空间直角坐标系 .....                               | 153 |
| 2.2.3 两条直线的位置关系 .....               | 118 | 2. 求空间中点的坐标的方法 .....                           | 154 |
| 1. 两条直线相交、平行与重合的条件 .....            | 118 | 3. 空间中点的对称问题 .....                             | 154 |
| 2. 两条直线垂直的条件 .....                  | 119 | 4. 空间直角坐标系的应用 .....                            | 155 |
| 3. 两条直线位置关系的判定方法 .....              | 120 | 2.4.2 空间两点的距离公式 .....                          | 157 |
| 4. 直线系方程及其应用 .....                  | 120 | 1. 空间两点间的距离 .....                              | 157 |
| 5. 由平面上两直线的位置关系拓展为对称性问题<br>.....    | 121 | 2. 根据两点间的距离公式求点的坐标的方法 .....                    | 157 |
| 6. 光线的入射、反射问题的数学处理的创新能力<br>.....    | 123 | 3. 利用两点间的距离公式判断某些图形的特征<br>.....                | 158 |
| 7. 三角形中角平分线问题的处理技巧 .....            | 123 | 4. 空间直角坐标系以及空间中两点间的距离公<br>式的综合应用 .....         | 158 |

# 学 法 指 津

## 怎样学好人教 B 版高中数学(必修 2)

本模块包括立体几何初步和平面解析几何初步这两章内容. 这两章内容是立体几何和平面解析几何的基础, 在整个高中数学中占有重要的地位, 在历年高考数学试题中占有相当大的比例. 要学好本模块, 必须从以下几个方面入手:

### 一、加强空间想象能力的培养

空间几何体不在一个平面内, 可是我们经常把它画在一个平面内, 这就给认识它带来很大的困难. 克服这种困难有多种途径. 例如, 我们的生活空间、实物等基本上是以空间几何体的形式出现, 我们应留心观察它们的呈现方式、结构等; 当然也可以借助于实物模型和计算机软件观察几何体的结构特征, 用平行投影和中心投影画出三视图与直观图, 用头脑想象几何体的现实模型等, 这些方法都有助于我们认识空间图形, 培养空间想象能力与几何直观能力.

### 二、加强数学思想方法的培养

数学思想方法是数学的灵魂. 要学好数学, 必须加强数学思想方法的培养. 转化与化归、分类讨论和数形结合这三种思想方法在本模块中使用的频率极高, 正确运用它们, 就能提高解题的速度与正确率, 从而更好地学好本模块. 尤其是“数形结合”的思想方法在本模块的第二章中显得尤为突出, 这体现出“数形结合”的思想是解决解析几何问题的主要思维方式. 因此, 在初学这一章时, 一定要牢固树立“数形结合”的思想, 培养将问题转移到图形中并利用图形分析解决问题的能力, 这将大大提高解题的效率和质量. 另外一些常用的数学思想, 如函数与方程的思想、对称思想、参数思想等与上面提到的三种数学思想方法结合在一起, 是解决这一章乃至本模块的常用组合方式.

### 三、掌握基本题型, 以不变应万变, 提高运用能力和应变能力

在每章数学知识中都包含了若干典型问题, 解决了这些典型问题, 就能以不变应万变. 本书精选了大量典型例题和习题, 经过精心编排形成一个科学体系. 按照这个体系进行合理的训练, 就能掌握典型题型, 从而举一反三, 提高自己的运用能力和应变能力, 最终取得满意的成绩.

高中数学  
PDG

# 第1章 立体几何初步

## 课标单元知识

### 解读课程标准

#### 1. 单元知识概要

立体几何是研究空间图形的形状、大小及相互关系的一门学科,是中学平面几何的延续与发展.本章介绍了立体几何的初步知识,包括空间几何体与点、直线、平面间的位置关系两部分内容.

本章共两大节,第一节(空间几何体)主要介绍了空间几何体的基本构成元素(点、线、面),空间体(柱、锥、台、球)的结构特征、重要性质及其表面积、体积公式的推导与应用,同时又介绍了投影、三视图与几何体的直观图画法.第二节(点、线、面间的位置关系)主要介绍了平面的基本性质,空间中的平行关系(线线平行、线面平行、面面平行)与空间中的垂直关系(线面垂直、面面垂直)的判定及性质.

立体几何研究的主要对象为“点、线、面、体”,即空间的点、直线、平面、多面体与旋转体,其研究的主要任务可归纳为“平行,垂直,成角,距离,面积,体积”等六大类问题,本章介绍的正是其研究的对象与任务的初步认识,学习中要多结合我们熟悉的事例,做好由模型到图形的过渡,逐步培养我们的空间想象能力与逻辑推理能力,为立体几何的深入学习打下坚实的基础.

本章的重点是通过探索、研究,发现柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征.

本章的难点是对空间垂直概念的理解和掌握以及从二维到三维空间思维方式的改变.

#### 2. 能力目标

(1)了解构成几何体的基本元素,对直线、平面间的平行、垂直有直观的认识.

(2)了解多面体和凸多面体及柱、锥、台、球的概念.

(3)掌握棱柱、棱锥、棱台和球的结构特征、性质及表面积公式.

(4)掌握圆柱、圆锥、圆台的结构特征及性质.

(5)掌握柱、锥、台和球的体积公式.

(6)掌握投影的定义及性质,掌握直观图与三视图的画图规则,并能用斜二测画法画水平放置的平面图形的直观图及三视图.

(7)掌握平面的基本性质、推论及确定平面的条件.

(8)掌握空间直线与直线、直线与平面及平面与平面平行关系的判定与性质.

(9)掌握空间直线与平面、平面与平面垂直关系的判定与性质.

## 高考命题趋向

立体几何是研究立体图形的性质、线面位置关系的判定、画法以及相关应用的学科,它对逻辑思维能力和空间想象能力有较高的要求.在历年高考中,立体几何考查的立足点放在空间图形上,突出对空间观念和空间想象能力的考查.立体几何的基础是对点、线、面的各种位置关系的讨论和研究,进而讨论、研究几何体,采用的是公理化体系的方法,这是考生进入高校必须具备的一项重要的数学基础.因此,在高考命题时,突出空间图形的特点,侧重于直线与直线、直线与平面、平面与平面的各种位置关系的考查,以便审核考生的立体几何知识水平和空间想象能力.

在高考中不仅有直接求多面体或旋转体的侧面积、表面积或体积的问题,有时也有已知它们的侧面积或体积求某些元素的量或元素间的位置关系的问题.新课标补充了视图的有关内容,我们不但要会画组合体的三视图,另一方面,若给出一个组合体的三视图,也应当把它还原成原空间图形,有时还应学会简单的计算.

要注重转化与化归思想的应用,提高对知识的理解能力和应用能力,准确地把握知识脉络,点线、线面、面面的位置关系及柱、锥、台、球的结构特征,它们既互相联系又能互相转化.从解题的方法来看,空间问题平面化,几何问题代数化,等价转化等都是解立体几何问题的常用思想方法.解决立体几何问题一般需要遵循“先证后算,边证边算”的原则,且以严格的论证和推理为主,以代数运算为辅.

《考试大纲》要求参考:

立体几何初步

(1)空间几何体

①认识柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征,并能运用这些特征描述现实生活中简单物体的结构;

②能画出简单空间图形(长方体、球、圆柱、圆锥、棱柱等的简易组合)的三视图,能识别上述的三视图所表示的

立体模型,会用斜二测法画出它们的直观图;

- ③会用平行投影与中心投影两种方法画出简单空间图形的三视图与直观图,了解空间图形的不同表示形式;  
④会画某些建筑物的三视图与直观图(在不影响图形特征的基础上,尺寸、线条等不作严格要求);  
⑤了解球、棱柱、棱锥、台的表面积和体积的计算公式(不要求记忆公式).

(2)点、直线、平面之间的位置关系

①理解空间直线、平面位置关系的定义,并了解如下可以作为推理依据的公理和定理.

◆公理1:如果一条直线上的两点在一个平面内,那么这条直线上所有的点在此平面内.

◆公理2:过不在同一条直线上的三点,有且只有一个平面.

◆公理3:如果两个不重合的平面有一个公共点,那么它们有且只有一条过该点的公共直线.

◆公理4:平行于同一条直线的两条直线互相平行.

◆定理:空间中如果一个角的两边与另一个角的两边分别平行,那么这两个角相等或互补.

②以立体几何的上述定义、公理和定理为出发点,认识和理解空间中中线面平行、垂直的有关性质与判定.

理解以下判定定理.

◆如果平面外一条直线与此平面内的一条直线平行,那么该直线与此平面平行.

◆如果一个平面内的两条相交直线与另一个平面都平行,那么这两个平面平行.

◆如果一条直线与一个平面内的两条相交直线都垂直,那么该直线与此平面垂直.

◆如果一个平面经过另一个平面的垂线,那么这两个平面互相垂直.

理解以下性质定理,并能够证明.

◆如果一条直线与一个平面平行,经过该直线的任一个平面与此平面相交,那么这条直线就和交线平行.

◆如果两个平行平面同时和第三个平面相交,那么它们的交线相互平行.

◆垂直于同一个平面的两条直线平行.

◆如果两个平面垂直,那么一个平面内垂直于它们交线的直线与另一个平面垂直.

③能运用公理、定理和已获得的结论证明一些空间位置关系的简单命题.

## 1.1 空间几何体

### 1.1.1 构成空间几何体的基本元素

#### 知识·能力聚焦

#### 1. 长方体的有关概念

如图 1-1-1-1 所示,长方体由六个矩形(包括它的内部)围成,围成长方体的各个矩形,叫做长方体的面.(如图 1-1-1-1 中矩形  $ABCD$ 、 $A_1B_1BA$  等均

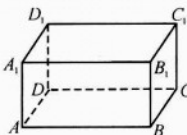


图 1-1-1-1

为长方体的面);相邻两个面的公共边,叫做长方体的棱(如  $A_1A$ 、 $AB$ 、 $BC$  等均

为长方体的棱);棱和棱的公共端点,叫做长方体的顶点(如点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $A_1$  等均

为长方体的顶点).由图 1-1-1-1 可知长方体有 12 条棱,8 个顶点.

#### 2. 平面

##### (1)平面的概念

平面和点、直线一样是构成空间图形的基本要素之一,是一个只描述而不加定义的原始概念.

[注意] ①立体几何中所说的平面与我们

#### 名师怪释

◆[考题 1] 下列有关长方体的叙述不正确的是( ).

- A. 将一个矩形沿竖直方向平移一段距离可形成一个长方体  
B. 长方体中相对的面都互相平行  
C. 长方体中某一底面上的高的长度就是两平行底面间的距离  
D. 两底面之间的棱互相平行且长度相等

[解析] 当矩形水平放置时,沿竖直方向平移才可得到一个长方体,当不是水平放置时,沿竖直方向平移不能得到长方体,即选项 A 不正确,选项 B、C、D 符合长方体的性质.

[答案] A

◆[考题 2] 下列命题中正确命题的个数为( ).

- ①书桌面是平面;②9 个平面重叠起来,要比 7 个平面重叠起来厚;  
③有一个平面的长是 50m,宽是 20m;④平面是绝对平的,无厚度,可以无限延展的抽象的数学概念.

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

[解析] 由平面的概念知,它是平滑,无厚度,可无限延展的,可判断④正确,其余都不符合平面的概念,①②③都不对.

[答案] A

[点评] 把握平面概念的关键之处在于:无限延展,且平滑,无厚度,无大小,无体积,无面积大小之分.



日常生活中所见到的平面是有区别的,立体几何里所说的平面就是从生活中常见的平面里抽象出来的,生活中的平面是比较平的,且有限的,而立体几何中的平面是理想的、绝对的平且无限延展的.以后在立体几何中所说的平面都是指后一种.

②立体几何中的平面与平面几何中的平面图形是有区别的,平面图形如三角形、正方形、梯形等,它们有大小之分;而几何平面是无大小、无厚薄之分的,类似我们以前学的直线,它可以无限延伸,是不可度量的.

③平面具有无限延展性.数学里所说的“平面”将空间分成了两部分,如果想从平面的一侧到另一侧,必须穿过这个平面.平面无边界.

④数学中的平面是点的集合,因此,在空间中,平面无大小、无厚薄、无所谓面积.

#### (2) 平面的画法

立体几何中,我们通常画平行四边形来表示平面,但应注意:

①画的平行四边形表示的是整个平面

需要时,可以把它延展开来,如同在平面几何中画直线一样,直线是可以无限延伸的,但在画直线时却只需画出一条线段来表示.

②加“通常”二字的意思是因为有时根据需要也可用其他平面图形来表示:如用三角形、矩形、圆等平面图形来表示平面.如图 1-1-1-2 (1)(2)(3) 所示.三棱锥  $S-ABC$  的底面三角形  $ABC$ ,就是用三角形来表示的;长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的侧面  $ABB_1A_1$ ,就是用矩形来表示的;圆锥  $SO$  中的底面  $\odot O$ ,就是用圆来表示的.

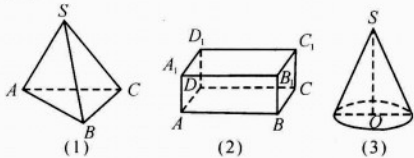


图 1-1-1-2

③画表示平面的平行四边形时,通常把它的锐角画成  $45^\circ$ ,横边画成是邻边的两倍.

④两个相交平面的画法.当一个平面的一部分被另一个平面遮住时,应把被遮住部分的线段画成虚线或者不画,以增强立体感.具体画法的步骤为:

a. 画两条相交直线,表示两个平面的平行四边形相交的两条边,如图 1-1-1-3(1) 中的  $EF$ 、 $MN$ ;

b. 画两个相交平面的交线,如图 1-1-1-3(2) 中的  $AB$ ;

c. 通过端点  $E$ 、 $F$ 、 $M$ 、 $N$  分别画出与  $AB$  平行且相等的线段  $EC$ 、 $FD$ 、 $MP$ 、 $NQ$ . 连接  $CD$  和  $PQ$ , 可以得到表示平面的平行四边形  $EFDC$  和  $MNQP$ ,

◆【考题 3】判断下列说法是否正确?并说明理由.

- (1) 四边相等的四边形是菱形;
- (2) 若四边形的两个对角都是直角,则这个四边形是圆内接四边形;
- (3) 平行四边形是一个平面;
- (4) 任何一个平面图形都是一个平面;
- (5) 空间图形中先画的线是实线,后画的线是虚线.

【解析】(1) 不正确. 因为四边相等的四边形不一定是平面图形;

(2) 不正确. 两个对角是直角的四边形有可能不是平面四边形而是空间四边形,故不一定是圆内接四边形;

(3) 不正确. 平行四边形是平面上四条线段所构成的图形,它是不能无限延展的;

(4) 不正确. 平面和平面图形是完全不同的两个概念. 平面图形是有大小的,它是不可能无限延展的;

(5) 不正确. 在空间图形中,为了增强图形的立体感,都是把能够看得见的线画成实线,把被平面遮住的线画成虚线(无论是图形中原有的,还是后来引入的辅助线).

【点评】(1) 在立体几何中,我们通常用平行四边形表示平面,但绝不是说平行四边形就是平面.

(2) 在平面几何中,引入的辅助线都要画成虚线,但在立体几何中却不然. 在学习立体几何时,若认识不到这一点,必将影响空间立体感的形成,阻碍空间想象能力的培养.

◆【考题 4】如图 1-1-1-9 中表示两个相交平面,其中画法正确的是( ).

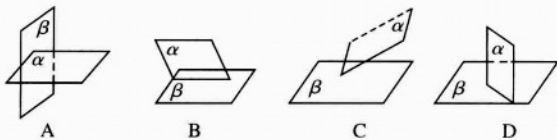


图 1-1-1-9

(2007 年青岛市部分中学统考题)

【解析】对于 A, 图中没有画出平面  $\alpha$  与平面  $\beta$  的交线, 另外图中的实、虚线也没有按照画法原则去画, 因此 A 的画法不正确. 同样的道理, 也可知 B、C 的图形画法不正确. D 的图形画法正确.

【答案】D

◆【考题 5】按照给出的要求, 完成下面两个相交平面的作图. 图 1-1-1-10 的(1)、(2)、(3)、(4)、(5)、(6) 中, 线段  $AB$  分别是两个平面的交线.

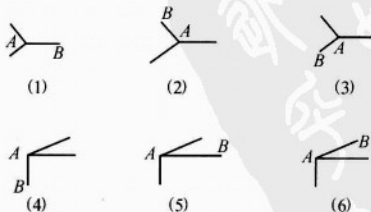


图 1-1-1-10

【解析】本题考查两个相交平面的画法. 只需过线段的端点画出与交线  $AB$  平行且相等的线段, 即可得到相交的平行四边形. 注意被平面遮住的部分应画成虚线或者不画, 然后在相关的平面上标上表示平面的字母即可.

如图 1-1-1-11 所示.

如图 1-1-1-3(3) 所示;

d. 把被平面遮住的部分画成虚线或者不画,

如图 1-1-1-3(4) 所示.

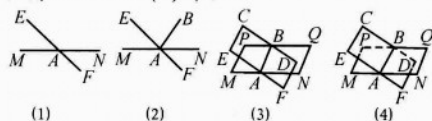


图 1-1-1-3

[注意] 以前在平面几何中,凡是后添加(或自己根据需要所作)的辅助线都画成虚线,而立体几何中则不然,凡是被平面遮住的线,都画成虚线,凡是不被遮住的线都画成实线(无论是题中原有的,还是后来引入的辅助线).

(3) 平面的表示

平面通常用一个小写的希腊字母表示,如平面  $\alpha$ 、平面  $\beta$ 、平面  $\gamma$  等,根据问题实际需要有时也用表示平行四边形  $ABCD$  的相对顶点的两个大写字母来表示,如平面  $AC$ 、平面  $BD$ ;或者用表示多边形顶点的字母来表示,如平面  $ABC$ (见图 1-1-1-2 中的三棱锥和长方体).

### 3. 空间基本图形之间的关系

在几何中,把点运动的轨迹看成线,线运动的轨迹看成面.如果点运动的方向不改变,那么它的轨迹为一条直线或线段;如果点运动的方向时刻在变化,则运动的轨迹是一条曲线或曲线的一段.同样,一条线运动的轨迹可以是一个面,面运动的轨迹(经过的空间部分)可以形成一个几何体,如图 1-1-1-4 所示.

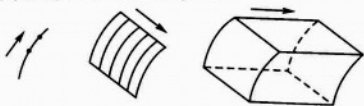


图 1-1-1-4

直线平行移动,可以形成平面或曲面,直线绕定点转动,可以形成锥面,如图 1-1-1-5 所示.

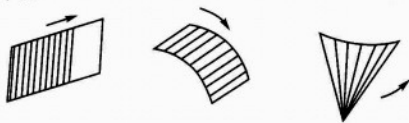


图 1-1-1-5

如图 1-1-1-6 中的长方体(水平放置),通常记作  $ABCD-A'B'C'D'$ ,这个长方体可看成矩形  $ABCD$  上各点沿铅垂线向上移动相同距离到矩形  $A'B'C'D'$  所形成的几何体.如果长方形  $ABCD$  作为它的一个底面,侧棱  $AA'$ 、 $BB'$ 、 $CC'$ 、 $DD'$  互相平行且等长,我们知道它们的长度都是这个底面上的高,这个高的长度是两平行底面间的距离,也是顶点  $A'$ 、 $B'$ 、 $C'$ 、 $D'$  到底面  $ABCD$  的距离.

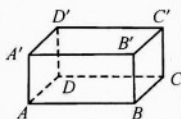


图 1-1-1-6

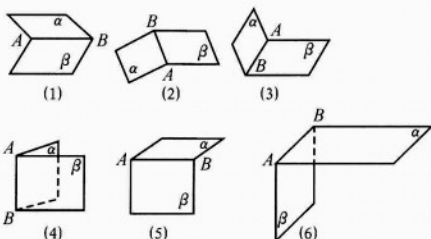


图 1-1-1-11

◆ [考题 6] 如图 1-1-1-12 所示,画出(1)、(2)、(3)中图形围绕  $l$  旋转一周形成的空间几何体.

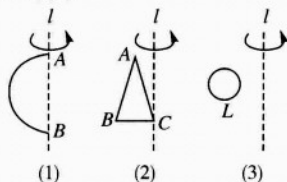


图 1-1-1-12

[解析] (1) 半圆弧绕  $l$  旋转形成的几何体是球面,如图 1-1-1-13(1) 所示.

(2)  $AB$ 、 $AC$  形成两个圆锥面, $BC$  形成一个圆面,如图 1-1-1-13(2) 所示.

(3)  $L$  是封闭的曲线,绕  $l$  旋转产生一个封闭的曲面是环面,如图 1-1-1-13(3) 所示.

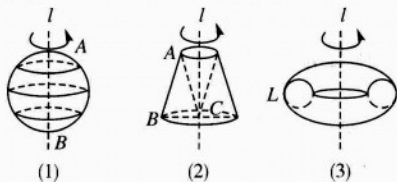


图 1-1-1-13

◆ [考题 7] 如图 1-1-1-14 是平面图形还是空间图形?

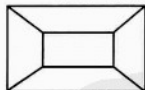


图 1-1-1-14

[解析] 它既可能是平面图形,也可能是一个空间图形的直观图.原因是无法辨别小平行四边形是凹在后面,还是凸在前面.

为此,可以想象一下实物模型,再去观察图形,添加辅助元素,如图 1-1-1-15(1) 所示,小平行四边形就凸在前面,而图 1-1-1-15(2) 中小平行四边形就凹在后面.

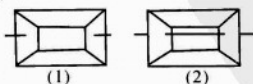


图 1-1-1-15

◆ [考题 8] 三个平面将空间分成几部分? 画出图形(要求:至少要有 2 种情况用图形表示).





## 2 方法技巧平台

### 4. 平面图形与空间图形的区别与联系

以四边形为例：平面四边形的四边在同一平面内（共面），空间四边形则包含四边在同一平面内（共面）和不在同一平面内（不共面）的情况。四边不在同一平面内，则四边分别在两个平面内，即不共面时任何两边不能平行，任何两对对边不能相交。由此可见平面四边形是空间四边形的一种特例，即平面图形只是空间图形中的一种特殊情况而已。

### 5. 平面划分空间问题

【例】观察你周围的物体，思考一个平面把空间分成几部分？两个平面把空间分成几部分？三个平面最多把空间分成几部分？

【分析】先确定平面的位置有几种可能，然后再根据每种位置关系来确定可分成几部分。

【答案】一个平面把空间分成两部分；两个平面相交时，把空间分成四部分，平行时把空间分成三部分；观察墙角，三个平面两两相交且交线交于一点，此时三个平面最多把空间分成八部分。

【注意】①初学立体几何时，我们应多关注我们身边的空间图形如课桌、黑板、教室、……可以帮助我们培养空间感。

②同学们可以进一步思考，三个平面可以把空间分成几部分。

## 3 创新思维拓展

### 6. 剪拼问题

研究性学习已进入我们的教学中，已进入高考。立体几何中的剪拼问题是一种典型的研究性学习案例，这种问题往往需要我们自己设计实验过程，并在研究过程中获取结论。这类问题具有开放性、探究性和实践性，对培养创新思维大有裨益。

【例】如图1-1-1-7是小明设计的某个产品的包装盒，但是少设计了其中一部分，请你把它补上，使其成为两边均有盖的正方体盒子。

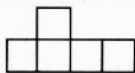


图 1-1-1-7

(1) 你能有\_\_\_\_\_种方法？

(2) 任意画出一一种正确的设计图。

【答案】(1) 4

(2) 设计如图1-1-1-8所示。

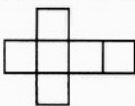
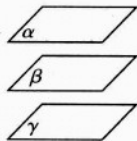


图 1-1-1-8

【解析】本题情况复杂，需分类予以说明。

情况一：当  $\alpha // \beta // \gamma$  时，将空间分成四部分如图 1-1-1-16 所示。



情况二：当  $\gamma // \beta$ ， $\alpha$  与  $\gamma, \beta$  相交时，将空间分成六部分，如图 1-1-1-17 所示。

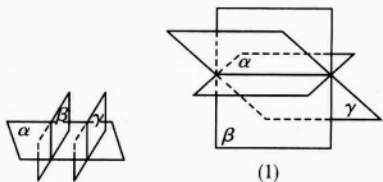


图 1-1-1-17

情况三：当  $\alpha, \beta, \gamma$  都相交且 3 条交线重合时，将空间分成六部分，如图 1-1-1-18 所示。

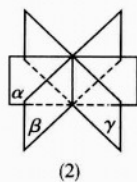


图 1-1-1-18

情况四：当  $\alpha, \beta, \gamma$  都相交且三条直线共点但互不重合时，将空间分成八部分，如图 1-1-1-19。

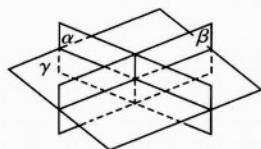


图 1-1-1-19

情况五：当  $\alpha, \beta, \gamma$  两两相交且交线平行时，将空间分成七部分，如图 1-1-1-20 所示。

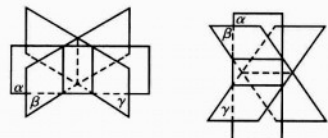


图 1-1-1-20

◆【考题9】根据图1-1-1-21中平面图形，沿虚线折叠，制作几何体。

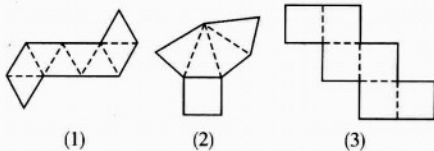


图 1-1-1-21

【解析】折成的几何体形状如图1-1-1-22所示。

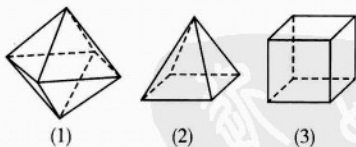


图 1-1-1-22

◆【考题10】给出两块相同的正三角形硬纸板，请你将其中一块折成三棱锥，另一块拼折成三棱柱，你能想出几种拼折法？

【解析】其中一种拼折方法(如图1-1-1-23)：

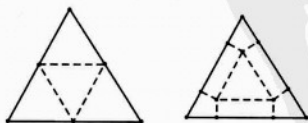


图 1-1-1-23