# 课标本

# 教材完全解读

## 王后雄学案

总策划：熊 辉

## 高中数学 必修2

**配人教B版**

丛书主编：王后雄
本册主编：曾祥红

导航 丛书系列

中国青年出版社

X导航 丛书系列

# 教材完全解读·高中课标本
# 丛书目录




ISBN 978-7-5006-7590-7

01>

9 787500 675907

定 价：21.30元

## 课标本

# 教材完全解读

## 王后雄学案

**高中数学 必修2**

**配人教B版**


丛书主编：王后雄

本册主编：曾祥红

编　　委：周　锋　王强芳

黄河清　丁仁贵

杜建国　王志明

王　涛　杜　苏

陈　锐　王春勇

胡建平　徐志平

邵爱先　朱少华


X导航丛书系列


中国青年出版社

（京）新登字083号

图书在版编目（CIP）数据

教材完全解读：人教B版. 高中数学. 2：必修/王后雄主编.
—2版. —北京：中国青年出版社，2008
ISBN 978-7-5006-7590-7

Ⅰ.教… Ⅱ.王… Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2007）第112005号

策　　划：熊　辉
责任编辑：李　扬
封面设计：木头羊

教材完全解读
高中数学
必修2

中国青年出版社 出版发行

社址：北京东四 12 条 21 号　邮政编码：100708
网址：www.cyp.com.cn
编辑部电话：（010）64034328
读者服务热线：（027）61883306
孝感市三环印务有限责任公司印制　新华书店经销
889 × 1194　1/16　12.5 印张　334 千字
2008 年 9 月北京第 2 版　2008 年 9 月湖北第 2 次印刷
印数：5001 — 15000 册
定价：21.30 元
本书如有任何印装质量问题，请与承印厂联系调换
联系电话：（027）61883355

# 教材完全解读

## 本书特点

基础教育新课标改革已如火如荼地展开，新课程教材助学助考的开发问题已成为人们关注的焦点。应广大读者的要求，我们特邀来自国家新课程改革试验区和国家级培训班的专家编写课标版《教材完全解读》丛书。该系列丛书能帮助学生掌握新的课程标准，让学生能够按照课程理念和教材学习目标要求科学、高效地学习。该书以“透析全解、双栏对照、服务学生”为宗旨，助您走向成功。

这套丛书在整体设计上有两个突出的特点：一是双栏对照，对教材全解全析，在学科层次上力求讲深、讲透、讲出特色；另一个就是注重典型案例学习，突出鲜活、典型和示范的特点。

为了让您更充分地理解本书的特点，挑战学习的极限，请您在选购和使用本书时，先阅读本书的使用方法图示。

**3层完全解读**

从知识、方法、思维三个方面诠释教材知识点和方法点，帮您形成答题要点、解题思维，理清解题思路、揭示考点实质和内涵。

# 读者反馈表

您只要如实填写以下几项并寄给我们，将有可能成为最幸运的读者，丰厚的礼品等着您拿，数量有限（每学期50名）一定要快呀！（欢迎登陆“X导航”教育网www.xxts.com.cn）

**您最希望得到的礼品 200元以下**（请您自行填写）

A ______________ B ______________ C ______________

**您的个人资料**（请您务必填写详细，否则礼品无法送到您的手中）

| | | |
|---|---|---|
| 姓名： | 学校： | 联系电话： |
| 邮编： | 通讯地址： | |
| 职业： 教师 □ | 学生 □ | 调研员 □ |

**您所在学校现使用的教材版本**

| | | |
|---|---|---|
| 语文： | 数学： | 英语： |
| 物理： | 化学： | 生物： |
| 政治： | 历史： | 地理： |

| | |
|---|---|
| **请在右栏列举3本您喜爱的教辅（参）** | |
| | |
| | |

**您发现的本书错误：**

**您对本书的意见或建议：**

以下为地址，请剪下贴在信封上

**信寄：湖北省武汉市江汉区长江日报路图书大世界湖滨路11号"X导航教育研发中心"收**

**邮编：** 430015

**教辅大师王后雄教授、特级教师科学超前的体例设置，帮您赢得了学习起点，成就您人生的夙愿。**

**——题记**

### 整体训练方法

针对本节重点、难点、考点及考试能力达标所设计的题目。题目难度适中，是形成能力、考试取得高分的必经阶梯。

### 解题错因导引

"点击考点"栏目导引每一道试题的"测试要点"。当您解题出错时，建议您通过"测试要点"的指向，弄清致错原因，找到正确答案。

### 教材课后习题解答

帮助您弥补课堂上听课的疏漏。答案准确，讲解繁简适度、到位、透彻。

### 最新5年高考名题诠解

汇集高考名题，讲解细致入微，教纲、考纲，双向例释；练习、考试，讲解透彻；多学、精练，效果显著。

### 单元知识整合

单元知识与方法网络化，帮助您将本单元所学教材内容系统化，形成对考点知识的二次提炼与升华，全面提高学习效率。

### 考试高分保障

精心选编涵盖本章节或阶段性知识和能力要求的检测试题，梯度合理、层次分明，与同步考试接轨，利于您同步自我测评，查缺补漏。

### 点拨解题思路

试题皆提供详细的解题步骤和思路点拨，鼓励一题多解。不但知其然，且知其所以然，帮助您养成良好规范的答题习惯。

·2· 教材完全解读 高中数学 必修5

4能力·题型设计

[1A]在△ABC中，已知 $a=8, B=60°, C=75°$，则 $b=$（ ）。

A. $4\sqrt{2}$ B. $4\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{6}$ D. $\frac{32}{3}$

[2A]在△ABC中，一定成立的等式是（ ）。

A. $a\sin A=b\sin B$ B. $a\cos A=b\cos B$

C. $a\sin B=b\sin A$ D. $a\cos B=b\cos A$

点击考点

测试要点1

测试要点1 2004年天津期末统考试题

教材课后习题解答

课本第9页练习

1. B

2. (1) $a=3+\sqrt{3}, b=2\sqrt{3}$ (2) $a=c=4\sqrt{3}$

3. (1) $B=57.7°, A=97.3°, a=46.9$

(2) $A=90°, C=60°, c=22.52$

课本第10页练习

1. 54.95

2. (1)直角三角形 (2)等腰或直角三角形

3. A

最新5年高考名题诠解

1. (2006年山东,4)在△ABC中，角A、B、C的对边分别为a、b、c，已知 $A=\frac{\pi}{3}, a=\sqrt{3}, b=1$，则 $c=$（ ）。

A. 1 B. 2 C. $\sqrt{3}-1$ D. $\sqrt{3}$

【解析】 由正弦定理得 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$ 得 $\sin B=\frac{b\sin A}{a}=\frac{1}{2}$，而 $A=\frac{\pi}{3}, a>b$，则 $A>B$，∴ $B=\frac{\pi}{6}$，从而 $C=\frac{\pi}{2}, c^2=a^2+b^2$，故 $c=2$。

【答案】 B

单元知识梳理与能力整合

归纳·总结·专题

一、知识结构

二、能力整合

1. 解三角形常见类型及解法

在三角形的6个元素中要知三个(除三角外)才能求解，常见类型及其解法见下表：

第1章 知识与能力同步测控题

（测试满分:150分 测试时间:90分钟）

一、选择题(12×5分=60分)

1. 在△ABC中，若 $\sin A:\sin B=2:3$，则边 $b:a$ 等于（ ）。

A. 3:2或9:4 B. 2:3 C. 9:4 D. 3:2

2. 在△ABC中，$\sin^2A-\sin^2C+\sin^2B=\sin A\cdot\sin B$，则角C为（ ）。

A. 60° B. 45° C. 120° D. 30°

答案与提示

第1章 解三角形

1.1 正弦定理

1. C 由 $B=60°, C=75°$ 可知 $A=45°$，∴ $\frac{8}{\sin 45°}=\frac{b}{\sin 60°}$，∴ $b=4\sqrt{6}$。

2. C 选项A可变为 $a^2=b^2$；选项B可变为 $\sin 2A=\sin 2B$；选项C可变为 $ab=ba$；选项D可变为 $\sin A\cos B=\sin B\cos A$，即 $\sin(A-B)=0$，故只有选项C一定成立。

3. D 由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，∴ $\frac{5\sqrt{2}}{\sin 30°}=\frac{10}{\sin C}$，∴ $\sin C=$

**教辅大师王后雄教授、特级教师科学超前的体例设置，帮您赢得了学习起点，成就您人生的夙愿。**

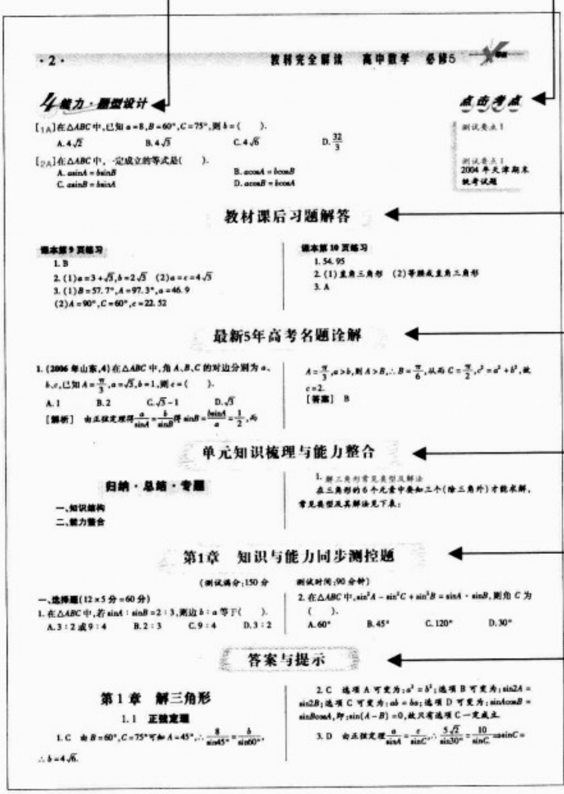
**——题记**

### 整体训练方法

针对本节重点、难点、考点及考试能力达标所设计的题目。题目难度适中，是形成能力、考试取得高分的必经阶梯。

### 解题错因导引

“点击考点”栏目导引每一道试题的“测试要点”。当您解题出错时，建议您通过“测试要点”的指向，弄清致错原因，找到正确答案。




### 教材课后习题解答

帮助您弥补课堂上听课的疏漏。答案准确，讲解繁简适度、到位、透彻。

### 最新5年高考名题诠解

汇集高考名题，讲解细致入微，教纲、考纲，双向例释；练习、考试，讲解透彻；多学、精练，效果显著。

### 单元知识整合

单元知识与方法网络化，帮助您将本单元所学教材内容系统化，形成对考点知识的二次提炼与升华，全面提高学习效率。

### 考试高分保障

精心选编涵盖本章节或阶段性知识和能力要求的检测试题，梯度合理、层次分明，与同步考试接轨，利于您同步自我测评，查缺补漏。

### 点拨解题思路

试题皆提供详细的解题步骤和思路点拨，鼓励一题多解。不但知其然，且知其所以然，帮助您养成良好规范的答题习惯。

# 目录

# 知识与方法
# 阅读索引

**第1章　立体几何初步**



**第2章　平面解析几何初步**

# 学法指津

## 怎样学好人教B版高中数学(必修2)

本模块包括立体几何初步和平面解析几何初步这两章内容.这两章内容是立体几何和平面解析几何的基础,在整个高中数学中占有重要的地位,在历年高考数学试题中占有相当大的比例.要学好本模块,必须从以下几个方面入手:

**一、加强空间想象能力的培养**

空间几何体不在一个平面内,可是我们经常把它画在一个平面内,这就给认识它带来很大的困难.克服这种困难有多种途径.例如,我们的生活空间、实物等基本上是以空间几何体的形式出现,我们应留心观察它们的呈现方式、结构等;当然也可以借助于实物模型和计算机软件观察几何体的结构特征,用平行投影和中心投影画出三视图与直观图,用头脑想象几何体的现实模型等,这些方法都有助于我们认识空间图形,培养空间想象能力与几何直观能力.

**二、加强数学思想方法的培养**

数学思想方法是数学的灵魂.要学好数学,必须加强数学思想方法的培养.转化与化归、分类讨论和数形结合这三种思想方法在本模块中使用的频率极高,正确运用它们,就能提高解题的速度与正确率,从而更好地学好本模块.尤其是“数形结合”的思想方法在本模块的第二章中显得尤为突出,这体现出“数形结合”的思想是解决解析几何问题的主要思维方式.因此,在初学这一章时,一定要牢固树立“数形结合”的思想,培养将问题转移到图形中并利用图形分析解决问题的能力,这将大大提高解题的效率和质量.另外一些常用的数学思想,如函数与方程的思想、对称思想、参数思想等与上面提到的三种数学思想方法结合在一起,是解决这一章乃至本模块的常用组合方式.

**三、掌握基本题型,以不变应万变,提高运用能力和应变能力**

在每章数学知识中都包含了若干典型问题,解决了这些典型问题,就能以不变应万变.本书精选了大量典型例题和习题,经过精心编排形成一个科学体系.按照这个体系进行合理的训练,就能掌握典型题型,从而举一反三,提高自己的运用能力和应变能力,最终取得满意的成绩.

# 第1章 立体几何初步

## 课标单元知识

解读课程标准

1. 单元知识概要

立体几何是研究空间图形的形状、大小及相互关系的一门学科，是中学平面几何的延续与发展. 本章介绍了立体几何的初步知识，包括空间几何体与点、直线、平面间的位置关系两部分内容.

本章共两大节，第一节(空间几何体)主要介绍了空间几何体的基本构成元素(点、线、面)，空间体(柱、锥、台、球)的结构特征、重要性质及其表面积、体积公式的推导与应用，同时又介绍了投影、三视图与几何体的直观图画法. 第二节(点、线、面间的位置关系)主要介绍了平面的基本性质，空间中的平行关系(线线平行、线面平行、面面平行)与空间中的垂直关系(线面垂直、面面垂直)的判定及性质.

立体几何研究的主要对象为“点、线、面、体”，即空间的点、直线、平面、多面体与旋转体，其研究的主要任务可归纳为“平行，垂直，成角，距离，面积，体积”等六大类问题，本章介绍的正是其研究的对象与任务的初步认识，学习中要多结合我们熟悉的事例，做好由模型到图形的过渡，逐步培养我们的空间想象能力与逻辑推理能力，为立体几何的深入学习打下坚实的基础.

本章的重点是通过探索、研究，发现柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征.

本章的难点是对空间垂直概念的理解和掌握以及从二维到三维空间思维方式的改变.

2. 能力目标

(1)了解构成几何体的基本元素，对直线、平面间的平行、垂直有直观的认识.

(2)了解多面体和凸多面体及柱、锥、台、球的概念.

(3)掌握棱柱、棱锥、棱台和球的结构特征、性质及表面积公式.

(4)掌握圆柱、圆锥、圆台的结构特征及性质.

(5)掌握柱、锥、台和球的体积公式.

(6)掌握投影的定义及性质，掌握直观图与三视图的画图规则，并能用斜二测画法画水平放置的平面图形的直观图及三视图.

(7)掌握平面的基本性质、推论及确定平面的条件.

(8)掌握空间直线与直线、直线与平面及平面与平面平行关系的判定与性质.

(9)掌握空间直线与平面、平面与平面垂直关系的判定与性质.

## 高考命题趋向

立体几何是研究立体图形的性质，线面位置关系的判定、画法以及相关应用的学科，它对逻辑思维能力和空间想象能力有较高的要求. 在历年高考中，立体几何考查的立足点放在空间图形上，突出对空间观念和空间想象能力的考查. 立体几何的基础是对点、线、面的各种位置关系的讨论和研究，进而讨论、研究几何体，采用的是公理化体系的方法，这是考生进入高校必须具备的一项重要的数学基础. 因此，在高考命题时，突出空间图形的特点，侧重于直线与直线、直线与平面、平面与平面的各种位置关系的考查，以便审核考生的立体几何知识水平和空间想象能力.

在高考中不仅有直接求多面体或旋转体的侧面积、表面积或体积的问题，有时也有已知它们的侧面积或体积求某些元素的量或元素间的位置关系的问题. 新课标补充了视图的有关内容，我们不但要会画组合体的三视图，另一方面，若给出一个组合体的三视图，也应会把它还原成原空间图形，有时还应学会简单的计算.

要注重转化与化归思想的应用，提高对知识的理解能力和应用能力，准确地把握知识脉络，点线、线面、面面的位置关系及柱、锥、台、球的结构特征，它们既互相联系又能互相转化. 从解题的方法来看，空间问题平面化，几何问题代数化，等价转化等都是解立体几何问题的常用思想方法. 解决立体几何问题一般需要遵循“先证后算，边证边算”的原则，且以严格的论证和推理为主，以代数运算为辅.

《考试大纲》要求参考：

立体几何初步

(1)空间几何体

①认识柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征，并能运用这些特征描述现实生活中简单物体的结构；

②能画出简单空间图形(长方体、球、圆柱、圆锥、棱柱等的简易组合)的三视图，能识别上述的三视图所表示的

立体模型,会用斜二测法画出它们的直观图;

③会用平行投影与中心投影两种方法画出简单空间图形的三视图与直观图,了解空间图形的不同表示形式;

④会画某些建筑物的三视图与直观图(在不影响图形特征的基础上,尺寸、线条等不作严格要求);

⑤了解球、棱柱、棱锥、台的表面积和体积的计算公式(不要求记忆公式).

(2)点、直线、平面之间的位置关系

①理解空间直线、平面位置关系的定义,并了解如下可以作为推理依据的公理和定理.

◆公理1:如果一条直线上的两点在一个平面内,那么这条直线上所有的点在此平面内.

◆公理2:过不在同一条直线上的三点,有且只有一个平面.

◆公理3:如果两个不重合的平面有一个公共点,那么它们有且只有一条过该点的公共直线.

◆公理4:平行于同一条直线的两条直线互相平行.

◆定理:空间中如果一个角的两边与另一个角的两边分别平行,那么这两个角相等或互补.

②以立体几何的上述定义、公理和定理为出发点,认识和理解空间中线面平行、垂直的有关性质与判定.

理解以下判定定理.

◆如果平面外一条直线与此平面内的一条直线平行,那么该直线与此平面平行.

◆如果一个平面内的两条相交直线与另一个平面都平行,那么这两个平面平行.

◆如果一条直线与一个平面内的两条相交直线都垂直,那么该直线与此平面垂直.

◆如果一个平面经过另一个平面的垂线,那么这两个平面互相垂直.

理解以下性质定理,并能够证明.

◆如果一条直线与一个平面平行,经过该直线的任一个平面与此平面相交,那么这条直线就和交线平行.

◆如果两个平行平面同时和第三个平面相交,那么它们的交线相互平行.

◆垂直于同一个平面的两条直线平行.

◆如果两个平面垂直,那么一个平面内垂直于它们交线的直线与另一个平面垂直.

③能运用公理、定理和已获得的结论证明一些空间位置关系的简单命题.

# 1.1　空间几何体

## 1.1.1　构成空间几何体的基本元素

### 知识·能力聚焦

**1. 长方体的有关概念**

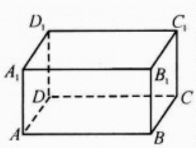



图 1-1-1-1

如图1-1-1-1所示,长方体由六个矩形(包括它的内部)围成,围成长方体的各个矩形,叫做长方体的面.(如图1-1-1-1中矩形$ABCD$、$A_1B_1BA$等均为长方体的面);相邻两个面的公共边,叫做长方体的棱(如$A_1A$、$AB$、$BC$等均为长方体的棱);棱和棱的公共端点,叫做长方体的顶点(如点$A$、$B$、$C$、$D$、$A_1$等均为长方体的顶点).由图1-1-1-1可知长方体有12条棱,8个顶点.

**2. 平面**

(1)平面的概念

平面和点、直线一样是构成空间图形的基本要素之一,是一个只描述而不加定义的原始概念.

[注意] ①立体几何中所说的平面与我们

### 名师诠释

◈[考题1]　下列有关长方体的叙述不正确的是(　　).

A. 将一个矩形沿竖直方向平移一段距离可形成一个长方体

B. 长方体中相对的面都互相平行

C. 长方体中某一底面上的高的长度就是两平行底面间的距离

D. 两底面之间的棱互相平行且长度相等

**[解析]**　当矩形水平放置时,沿竖直方向平移才可得到一个长方体,当不是水平放置时,沿竖直方向平移不能得到长方体,即选项A不正确,选项B、C、D符合长方体的性质.

**[答案]**　A

◈[考题2]　下列命题中正确命题的个数为(　　).

①书桌面是平面;②9个平面重叠起来,要比7个平面重叠起来厚;③有一个平面的长是50m,宽是20m;④平面是绝对平的,无厚度,可以无限延展的抽象的数学概念.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

**[解析]**　由平面的概念知,它是平滑,无厚度,可无限延展的,可判断④正确,其余都不符合平面的概念,①②③都不对.

**[答案]**　A

**[点评]**　把握平面概念的关键之处在于:无限延展,且平滑,无厚度,无大小,无体积,无面积大小之分.

日常生活中所见到的平面是有区别的，立体几何里所说的平面就是从生活中常见的平面里抽象出来的，生活中的平面是比较平的，且有限的，而立体几何中的平面是理想的、绝对的平且无限延展的. 以后在立体几何中所说的平面都是指后一种.

②立体几何中的平面与平面几何中的平面图形是有区别的，平面图形如三角形、正方形、梯形等，它们有大小之分；而几何平面是无大小、无厚薄之分的，类似我们以前学的直线，它可以无限延伸，是不可度量的.

③平面具有无限延展性. 数学里所说的“平面”将空间分成了两部分，如果想从平面的一侧到另一侧，必须穿过这个平面. 平面无边界.

④数学中的平面是点的集合，因此，在空间中，平面无大小、无厚薄、无所谓面积.

(2)平面的画法

立体几何中，我们通常画平行四边形来表示平面，但应注意：

①画的平行四边形表示的是整个平面

需要时，可以把它延展开来，如同在平面几何中画直线一样，直线是可以无限延伸的，但在画直线时却只需画出一条线段来表示.

②加“通常”二字的意思是因为有时根据需要也可用其他平面图形来表示：如用三角形、矩形、圆等平面图形来表示平面. 如图 1－1－1－2 (1)(2)(3)所示. 三棱锥 $S-ABC$ 的底面三角形 $ABC$，就是用三角形来表示的；长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的侧面 $ABB_1A_1$，就是用矩形来表示的；圆锥 $SO$ 中的底面⊙$O$，就是用圆来表示的.

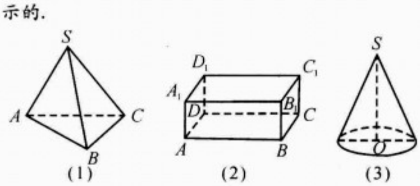


图 1－1－1－2

③画表示平面的平行四边形时，通常把它的锐角画成 45°，横边画成是邻边的两倍.

④两个相交平面的画法. 当一个平面的一部分被另一个平面遮住时，应把被遮住部分的线段画成虚线或者不画，以增强立体感. 具体画法的步骤为：

a. 画两条相交直线，表示两个平面的平行四边形相交的两条边，如图 1－1－1－3(1) 中的 $EF$、$MN$；

b. 画两个相交平面的交线，如图 1－1－1－3 (2) 中的 $AB$；

c. 通过端点 $E$、$F$、$M$、$N$ 分别画出与 $AB$ 平行且相等的线段 $EC$、$FD$、$MP$、$NQ$. 连接 $CD$ 和 $PQ$，可以得到表示平面的平行四边形 $EFDC$ 和 $MNQP$，

◈ [考题3] 判断下列说法是否正确？并说明理由.

(1)四边相等的四边形是菱形；

(2)若四边形的两个对角都是直角，则这个四边形是圆内接四边形；

(3)平行四边形是一个平面；

(4)任何一个平面图形都是一个平面；

(5)空间图形中先画的线是实线，后画的线是虚线.

[解析] (1)不正确. 因为四边相等的四边形不一定是平面图形；

(2)不正确. 两个对角是直角的四边形有可能不是平面四边形而是空间四边形，故不一定是圆内接四边形；

(3)不正确. 平行四边形是平面上四条线段所构成的图形，它是不能无限延展的；

(4)不正确. 平面和平面图形是完全不同的两个概念. 平面图形是有大小的，它是不可能无限延展的；

(5)不正确. 在空间图形中，为了增强图形的立体感，都是把能够看得见的线画成实线，把被平面遮住的线画成虚线(无论是图形中原有的，还是后来引入的辅助线).

[点评] (1)在立体几何中，我们通常用平行四边形表示平面，但绝不是说平行四边形就是平面.

(2)在平面几何中，引入的辅助线都要画成虚线，但在立体几何中却不然. 在学习立体几何时，若认识不到这一点，必将影响空间立体感的形成，阻碍空间想象能力的培养.

◈ [考题4] 如图 1－1－1－9 中表示两个相交平面，其中画法正确的是(　　).

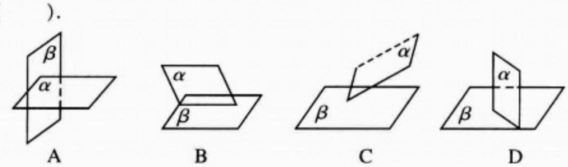


图 1－1－1－9

(2007 年青岛市部分中学统考题)

[解析] 对于 A，图中没有画出平面 $\alpha$ 与平面 $\beta$ 的交线，另外图中的实、虚线也没有按照画法原则去画，因此 A 的画法不正确. 同样的道理，也可知 B、C 的图形画法不正确. D 的图形画法正确.

[答案] D

◈ [考题5] 按照给出的要求，完成下面两个相交平面的作图. 图 1－1－1－10的(1)、(2)、(3)、(4)、(5)、(6)中，线段 $AB$ 分别是两个平面的交线.

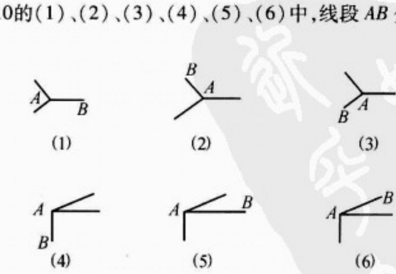


图 1－1－1－10

[解析] 本题考查两个相交平面的画法. 只需过线段的端点画出与交线 $AB$ 平行且相等的线段，即可得到相交的平行四边形. 注意被平面遮住的部分应画成虚线或者不画，然后在相关的平面上标上表示平面的字母即可.

如图 1－1－1－11 所示.

如图1-1-1-3(3)所示;

d. 把被平面遮住的部分画成虚线或者不画,如图1-1-1-3(4)所示.

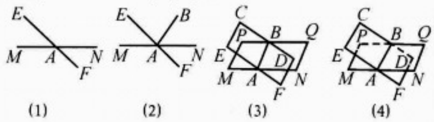


图1-1-1-3

[注意] 以前在平面几何中,凡是后添加(或自己根据需要所作)的辅助线都画成虚线,而立体几何中则不然,凡是被平面遮住的线,都画成虚线,凡是不被遮住的线都画成实线(无论是题中原有的,还是后来引入的辅助线).

(3)平面的表示

平面通常用一个小写的希腊字母表示,如平面$\alpha$、平面$\beta$、平面$\gamma$等,根据问题实际需要有时也用表示平行四边形$ABCD$的相对顶点的两个大写字母来表示,如平面$AC$、平面$BD$;或者用表示多边形顶点的字母来表示,如平面$ABC$(见图1-1-1-2中的三棱锥和长方体).

**3. 空间基本图形之间的关系**

在几何中,把点运动的轨迹看成线,线运动的轨迹看成面.如果点运动的方向不改变,那么它的轨迹为一条直线或线段;如果点运动的方向时刻在变化,则运动的轨迹是一条曲线或曲线的一段.同样,一条线运动的轨迹可以是一个面,面运动的轨迹(经过的空间部分)可以形成一个几何体,如图1-1-1-4所示.

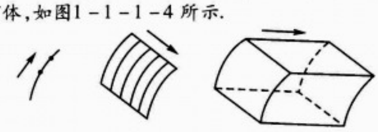


图1-1-1-4

直线平行移动,可以形成平面或曲面,直线绕定点转动,可以形成锥面,如图1-1-1-5所示.

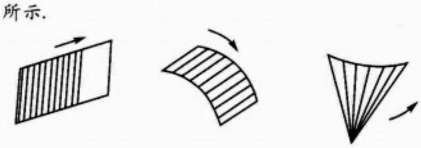


图1-1-1-5

如图1-1-1-6中的长方体(水平放置),通常记作$ABCD-A'B'C'D'$,这个长方体可看成矩形$ABCD$上各点沿铅垂线向上移动相同距离到矩形$A'B'C'D'$所形成的几何体.如果长方形$ABCD$作为它的一个底面,侧棱$AA'$、$BB'$、$CC'$、$DD'$互相平行且等长,我们知道它们的长度都是这个底面上的高.这个高的长度是两平行底面间的距离,也是顶点$A'$、$B'$、$C'$、$D'$到底面$ABCD$的距离.

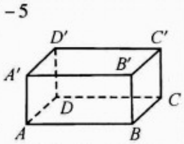


图1-1-1-6

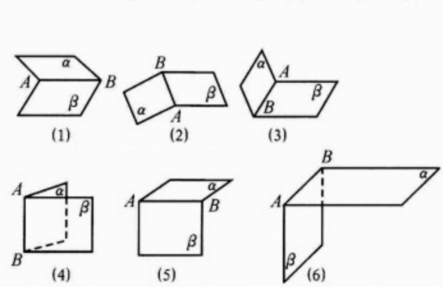


图1-1-1-11

◈[**考题6**] 如图1-1-1-12所示,画出(1)、(2)、(3)中图形围绕$l$旋转一周形成的空间几何体.

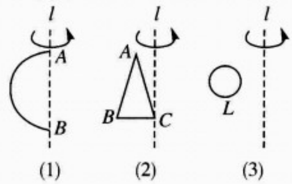


图1-1-1-12

[**解析**] (1)半圆弧绕$l$旋转形成的几何体是球面,如图1-1-1-13(1)所示.

(2)$AB$、$AC$形成两个圆锥面,$BC$形成一个圆面,如图1-1-1-13(2)所示.

(3)$L$是封闭的曲线,绕$l$旋转产生一个封闭的曲面是环面,如图1-1-1-13(3)所示.

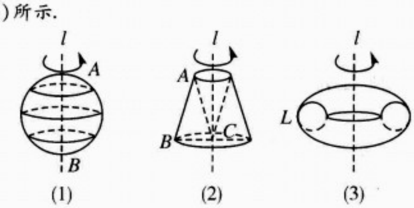


图1-1-1-13

◈[**考题7**] 如图1-1-1-14是平面图形还是空间图形?

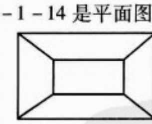


图1-1-1-14

[**解析**] 它既可能是平面图形,也可能是一个空间图形的直观图.原因是无法辨别小平行四边形是凹在后面,还是凸在前面.

为此,可以想象一下实物模型,再去观察图形,添加辅助元素,如图1-1-1-15(1)所示,小平行四边形就凸在前面,而图1-1-1-15(2)中小平行四边形就凹在后面.

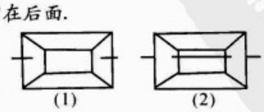


图1-1-1-15

◈[**考题8**] 三个平面将空间分成几部分?画出图形(要求:至少要有2种情况用图形表示).

## 2 方法·技巧平台

**4. 平面图形与空间图形的区别与联系**

以四边形为例：平面四边形的四边在同一平面内（共面），空间四边形则包含四边在同一平面内（共面）和不在同一平面内（不共面）的情况．四边不在同一个平面内，则四边分别在两个平面内，即不共面时任何两边不能平行，任何两对对边不能相交．由此可见平面四边形是空间四边形的一种特例，即平面图形只是空间图形中的一种特殊情况而已．

**5. 平面划分空间问题**

［例］　观察你周围的物体，思考一个平面把空间分成几部分？两个平面把空间分成几部分？三个平面最多把空间分成几部分？

［分析］　先确定平面的位置有几种可能，然后再根据每种位置关系来确定可分成几部分．

［答案］　一个平面把空间分成两部分；两个平面相交时，把空间分成四部分，平行时把空间分成三部分；观察墙角，三个平面两两相交且交线交于一点，此时三个平面最多把空间分成八部分．

［注意］　①初学立体几何时，我们应多关注我们身边的空间图形如课桌、黑板、教室、……可以帮助我们培养空间感．

②同学们可以进一步思考，三个平面可以把空间分成几部分．

## 3 创新·思维拓展

**6. 剪拼问题**

研究性学习已进入我们的教学中，已进入高考．立体几何中的剪拼问题是一种典型的研究性学习案例，这种问题往往需要我们自己设计实验过程，并在研究过程中获取结论．这种问题具有开放性、探究性和实践性，对培养创新思维大有裨益．

［例］　如图 1－1－1－7 是小明设计的某个产品的包装盒，但是少设计了其中一部分，请你把它补上，使其成为两边均有盖的正方体盒子．

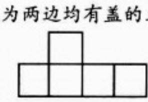


图 1－1－1－7

(1)你能有______种方法？

(2)任意画出一种正确的设计图．

［答案］　(1)4

(2)设计如图 1－1－1－8 所示．

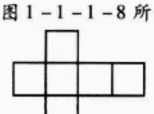


图 1－1－1－8

［解析］　本题情况复杂，需分类予以说明．

情况一：当 $\alpha /\!/ \beta /\!/ \gamma$ 时，将空间分成四部分如图 1－1－1－16 所示．

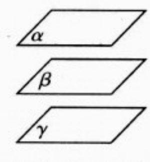



图 1－1－1－16

情况二：当 $\gamma /\!/ \beta$，$\alpha$ 与 $\gamma$、$\beta$ 相交时，将空间分成六部分，如图 1－1－1－17 所示．

情况三：当 $\alpha$、$\beta$、$\gamma$ 都相交且 3 条交线重合时，将空间分成六部分，如图 1－1－1－18 所示．

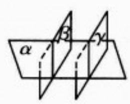



图 1－1－1－17

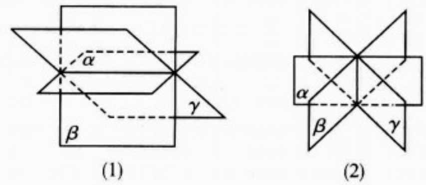



图 1－1－1－18

情况四：当 $\alpha$、$\beta$、$\gamma$ 都相交且三条直线共点但互不重合时，将空间分成八部分，如图 1－1－1－19．

情况五：当 $\alpha$、$\beta$、$\gamma$ 两两相交且交线平行时，将空间分成七部分，如图 1－1－1－20所示．

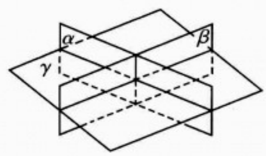



图 1－1－1－19

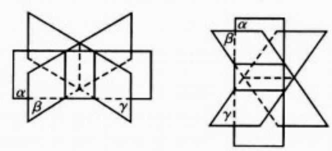



图 1－1－1－20

◈［考题 9］　根据图 1－1－1－21 中平面图形，沿虚线折叠，制作几何体．

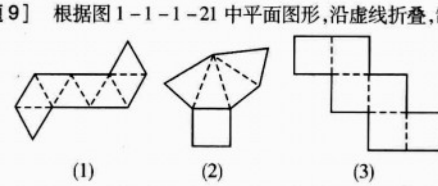



图 1－1－1－21

［解析］　折成的几何体形状如图 1－1－1－22 所示．

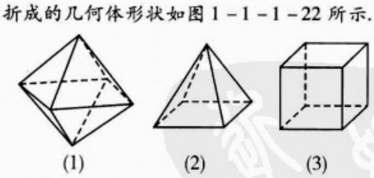



图 1－1－1－22

◈［考题 10］　给出两块相同的正三角形硬纸板，请你将其中一块折成三棱锥，另一块拼折成三棱柱，你能想出几种拼折法？

［解析］　其中一种拼折方法（如图 1－1－1－23）：

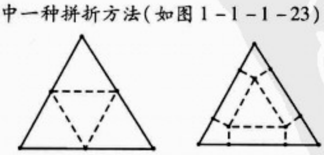


图 1－1－1－23