



黄冈资料满天下
黄冈中学独一家

第3版



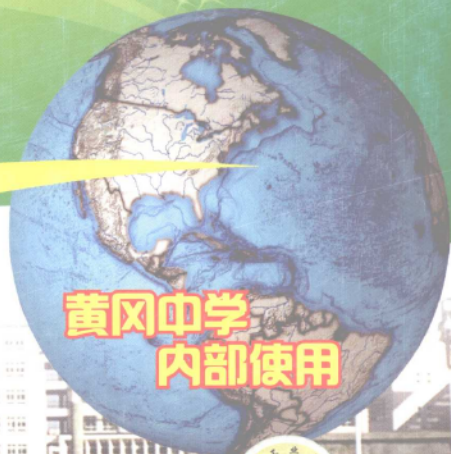
作业本

(含考试卷)

新课标人教版

高中数学必修2

丛书主编 陈鼎常 分册主编 程金辉



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



南北黄冈中学



CHINA MACHINE PRESS



第3版

黄冈中学

启功题

作业本

(含考试卷)

高中数学必修2

丛书主编	陈鼎常		
丛书副主编	刘祥		
执行主编	陈明星	陈春	
分册主编	程金辉		
参编	徐超	张卫兵	李新潮
	钟春林	熊斌	罗欢
	汤彩仙	龙燕	董明秀
	陈晓洁	尹念军	

新课标人教版



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

黄冈中学



黄冈中学作业本

图书在版编目(CIP)数据

黄冈中学作业本(含考试卷). 高中数学必修 2/陈鼎常丛书主编;程金辉分册主编. —3 版. —北京:机械工业出版社, 2008. 5

ISBN 978-7-111-16673-3

I. 黄… II. ①陈…②程… III. 数学课—高中—习题 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 008961 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:马小涵 责任编辑:崔汝泉

责任印制:杨 曦

北京市朝阳展望印刷厂印刷

2009 年 1 月第 3 版第 1 次印刷

210mm×285mm • 14.5 印张 • 348 千字

标准书号:ISBN 978-7-111-16673-3

定价:23.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

销售服务热线电话:(010)68326294

购书热线电话:(010)88379639 88379641 88379643

编辑热线电话:(010)88379037

封面无防伪标均为盗版

前言

创办于1904年的湖北省黄冈中学,1953年就是湖北省重点中学,1986年被授予“全国教育系统先进集体”称号,2002年被评为“全国精神文明建设先进单位”……黄冈中学秉承“以人为本,以德立校”的办学思想,形成了“全面+特长”的育人特色,探索出“求实,求精,求异,求新”的教学风格。高考和竞赛成绩是她多年来实施素质教育的必然结果,也仅是其丰硕教学成果的某一个侧面。

培养学生,黄冈中学究竟有什么魔方?有什么聚沙成塔的功能?有什么点石成金的本领?这是我经常听到的提问。如果认为黄冈中学老是跟着高考的指挥棒转,被动地应试,那是不对的。黄冈中学并不提倡机械地记忆、被动地做题,如果说她有什么过人之处,恰恰在于她能充分领会命题者的意图,深刻把握其内在规律,成为一路上的领跑者,而不是盲目的跟进者。黄冈中学不反对教师跳入题海,却大力提倡学生跳出题海;反对学生做那些机械、简单、重复、乏味的题目,但要求学生做一些必要的题目。我们提倡学生做一些灵活多样、广泛应用的题目,让他们在解题过程中不断丰富知识、培养能力、增强素质。

如果说黄冈中学还有什么成功之处,那就是她在培养和造就大批优秀学生的同时,锻造了她的教师队伍,造就了在湖北省享有盛誉的名师。这些教师具有较深的科学文化素养、全新的教育理念、独到的教学风格及艺术和丰硕的教学成果。为了展示黄冈中学教师的风采,共享他们的教学成果,我们组织了学校一线骨干教师,精心策划编写了“黄冈中学作业本(含考试卷)”、“黄冈中学中考总复习”、“黄冈中学高考第一、二、三轮训练题”三套丛书。

“黄冈中学作业本(含考试卷)”这套丛书以《教学大纲》和《考试说明》为依据,突出“作业”与“考试”在学生形成学习能力、解题能力、考试能力过程中的作用,体现了黄冈中学学生在各种考试中的笔下生花与平时千锤百炼之间的必然联系。本套丛书在编写体例上进行了精心设计,“作业本”通过知识归纳、典型例题、课前热身、课上作业、课下作业和中(高)考在线六大板块的强化训练来提高能力;“考试卷”分A、B两套,前易后难,递进练习。本套丛书还具有以下特点:

1. 适当的习题定位:在讲解和习题编排上,本套丛书注重知识点所关联的考点、题型、方法的再巩固与逐步提高。丛书的定位就是通过能力型、开放型、应用型和综合型的递进式练习,使学生解题能力登上一个新台阶。

2. 适中的难度梯度:本套丛书的基础题、中档题和难题的比例为6:3:1,适合绝大多数中学使用,并且作业本中绝大多数题目前面分别用A、B、C来标注难度,要求得当,清晰明了。

3. 详实的解题提示:书后的习题答案详略得当,对于难题还给出了较为详细的解答,特别需要提及的是其中恰到好处的思路点拨有时起到画龙点睛的作用。

本套丛书强调作者的原创题的数量和质量,审稿、校对层层把关,力争打造成教辅市场的一朵奇葩。尽管如此,丛书仍难免有错误、偏差之处,在此恳请广大读者不吝指正,使之精益求精。

于非

于湖北省黄冈中学

(作者系湖北省黄冈市人大副主任、湖北省黄冈中学校长、数学特级教师、中国数学奥林匹克高级教练、4块国际数学奥林匹克金牌获得者的辅导教师、第九届全国政协委员、第十届全国人大代表)

目 录

前言		作业 25	3.3 直线的交点坐标与距离公式(四)	(63)
第一章 空间几何体	(1)	第四章 圆与方程		(66)
作业 1	1.1 空间几何体的结构	作业 26	4.1 圆的方程(一)	(66)
作业 2	1.2 空间几何体的三视图和直观图	作业 27	4.1 圆的方程(二)	(69)
		作业 28	4.2 直线、圆的位置关系(一)	(71)
作业 3	1.3 空间几何体的表面积与体积(一)	作业 29	4.2 直线、圆的位置关系(二)	(74)
		作业 30	4.2 直线、圆的位置关系(三)	(77)
作业 4	1.3 空间几何体的表面积与体积(二)	作业 31	4.3 空间直角坐标系	(79)
		考试卷 1	空间几何体同步测试卷(A)	(81)
第二章 点、直线、平面之间的位置关系	(11)	考试卷 2	空间几何体同步测试卷(B)	(85)
作业 5	2.1 空间点、直线、平面之间的位置关系(一)	考试卷 3	空间点、直线、平面之间的位置关系同步测试卷(A)	(89)
作业 6	2.1 空间点、直线、平面之间的位置关系(二)	考试卷 4	空间点、直线、平面之间的位置关系同步测试卷(B)	(93)
作业 7	2.1 空间点、直线、平面之间的位置关系(三)	考试卷 5	直线、平面的平行与垂直同步测试卷(A)	(97)
作业 8	2.2 直线、平面平行的判定及其性质(一)	考试卷 6	直线、平面的平行与垂直同步测试卷(B)	(101)
作业 9	2.2 直线、平面平行的判定及其性质(二)	考试卷 7	第一、二章综合测试卷(A)	(105)
作业 10	2.2 直线、平面平行的判定及其性质(三)	考试卷 8	第一、二章综合测试卷(B)	(109)
作业 11	2.2 直线、平面平行的判定及其性质(四)	考试卷 9	直线的倾斜角与斜率,直线的方程同步测试卷(A)	(113)
作业 12	2.3 直线、平面垂直的判定及其性质(一)	考试卷 10	直线的倾斜角与斜率,直线的方程同步测试卷(B)	(117)
作业 13	2.3 直线、平面垂直的判定及其性质(二)	考试卷 11	直线的交点坐标与距离公式同步测试卷(A)	(121)
作业 14	2.3 直线、平面垂直的判定及其性质(三)	考试卷 12	直线的交点坐标与距离公式同步测试卷(B)	(125)
作业 15	2.3 直线、平面垂直的判定及其性质(四)	考试卷 13	第三章综合测试卷(A)	(129)
第三章 直线与方程	(41)	考试卷 14	第三章综合测试卷(B)	(133)
作业 16	3.1 直线的倾斜角与斜率(一)	考试卷 15	期中测试卷(A)	(137)
作业 17	3.1 直线的倾斜角与斜率(二)	考试卷 16	期中测试卷(B)	(141)
作业 18	3.2 直线的方程(一)	考试卷 17	圆的方程同步测试卷(A)	(145)
作业 19	3.2 直线的方程(二)	考试卷 18	圆的方程同步测试卷(B)	(149)
作业 20	3.2 直线的方程(三)	考试卷 19	直线、圆的位置关系同步测试卷(A)	(153)
作业 21	3.2 直线的方程(四)	考试卷 20	直线、圆的位置关系同步测试卷(B)	(157)
作业 22	3.3 直线的交点坐标与距离公式(一)	考试卷 21	空间直角坐标系同步测试卷	(161)
作业 23	3.3 直线的交点坐标与距离公式(二)	考试卷 22	第四章综合测试卷(A)	(165)
作业 24	3.3 直线的交点坐标与距离公式(三)	考试卷 23	第四章综合测试卷(B)	(169)
		考试卷 24	高一数学期末考试试卷(A)	(173)
		考试卷 25	高一数学期末考试试卷(B)	(177)
		参考答案与点拨		(181)

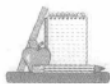
第一章 空间几何体

作业 1 1.1 空间几何体的结构

班级

学号

姓名



知识归纳

知识点 1: 棱柱的结构特征

(1) 棱柱的定义

一般地,有两个面互相平行,其余各面都是四边形,并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行,由这些面所围成的多面体叫做棱柱.棱柱中,两个互相平行的面叫做棱柱的底面,简称底;其余各面叫做棱柱的侧面;相邻侧面的公共边叫做棱柱的侧棱;侧面与底面的公共顶点叫做棱柱的顶点.

注意:棱柱都满足:①有两个面互相平行;②其余各面都是四边形;③并且每相邻的两个四边形的公共边都互相平行.

(2) 棱柱的分类

底面是三角形、四边形、五边形……的棱柱分别叫做三棱柱、四棱柱、五棱柱……

(3) 棱柱的记法

用表示底面各顶点的字母表示棱柱,如图 1-1 所示,可表示为五棱柱 $ABCDE-A_1B_1C_1D_1E_1$.

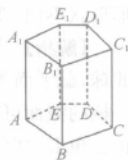


图 1-1

知识点 2: 棱锥的结构特征

一般地,有一个面是多边形,其余各面都是有一个公共顶点的三角形,由这些面所围成的多面体叫做棱锥.

(1) 如图 1-2,这个多边形面叫做棱锥的底面或底;有公共顶点的各个三角形面叫棱锥的侧面;各侧面的公共顶点叫做棱锥的顶点;相邻侧面的公共边叫做棱锥的侧棱.

(2) 棱锥的分类

按底面边数分类,底面是三角形、四边形、五边形……的棱锥分别叫做三棱锥、四棱锥、五棱锥……

(3) 棱锥的记法

棱锥用表示顶点和底面各顶点的字母表示,图 1-2 中的四棱锥表示为棱锥 $S-ABCD$.

(4) 棱锥的本质特征

①有一个面是多边形;②其余各面都是有一个公共顶点的三角形.

知识点 3: 圆柱的结构特征

以矩形的一边所在直线为旋转轴,其余三边旋转形成的面所围成的旋转体叫做圆柱.

(1) 旋转轴叫做圆柱的轴,垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做圆柱的底面,平行于轴的边旋转而成的曲面叫做圆柱的侧面,无论旋转到什么位置,不垂直于轴的边都叫做圆柱侧面的母线.

(2) 圆柱的记法

圆柱用表示它的轴的字母表示,

图 1-3 中的圆柱表示为圆柱 OO_1 .

(3) 圆柱的本质特征

过圆柱轴的截面都是全等矩形.

圆柱和棱柱统称为柱体.

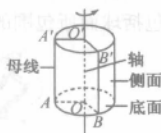


图 1-3

知识点 4: 圆锥的结构特征

(1) 圆锥的定义

如图 1-4,以直角三角形的一条直角边所在直线为旋转轴,其余两边旋转形成的曲面所围成的旋转体叫做圆锥.旋转轴叫做圆锥的轴;垂直于轴的边旋转所成的圆面叫做圆锥的底面;直角三角形的斜边绕轴旋转所成的曲面叫做圆锥的侧面;无论旋转到什么位置,斜边所在的边都叫做圆锥的母线.

注意:圆锥都满足:①以直角三角形的一条直角边所在直线为旋转轴;②其余两边旋转形成的曲面所围成的旋转体.

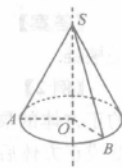


图 1-4

(2) 圆锥的记法

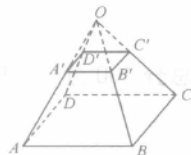
用表示它的轴的字母表示圆锥,如

图 1-4 可表示为圆锥 SO .

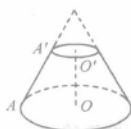
圆锥与棱锥统称为锥体.

知识点 5: 棱台与圆台的结构特征

如图 1-5 所示,图形是由平行于底面的平面去截锥体而得到的.



(1)



(2)

图 1-5

(1) 定义

用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥,底面与截面之间的部分叫做棱台,用平行于圆锥底面的平面去截圆锥,底面与截面之间的部分叫做圆台.

(2) 图 1-5(1)的棱台表示为棱台 $ABCD-A'B'C'D'$; 图 1-5(2)的圆台表示为圆台 OO' .

棱台和圆台统称为台体.



知识点 6: 球的结构特征

(1) 定义

以半圆的直径所在直线为旋转轴, 半圆面旋转一周形成的旋转体叫做球体, 简称球.

(2) 半圆的圆心叫做球的球心, 半圆的半径叫做球的半径, 半圆的直径叫做球的直径.

(3) 球常用表示球心的字母 O 表示.

(4) 本知识点易错点在于球面与球体的概念不清. 球面仅指球的表面, 而球体不仅包括球的表面, 同时还包括球面所包围的空间.



典型例题

【例 1】 我们知道棱锥有一个面是多边形, 其余各面都是三角形, 那么试问: 有一个面是多边形, 其余各面都是三角形的多面体一定是棱锥吗?

【解析】 这样的几何体不一定是棱锥. 如图 1-6 所示的多面体, 它有一个平面是四边形, 其余各平面都是三角形, 但是它不满足棱锥的定义中“其余各平面是有一个公共顶点的三角形”, 所以它不是棱锥.

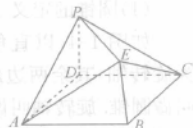


图 1-6

【答案】 这样的几何体不一定是棱锥.

【例 2】 如图 1-7, 代表未折叠的正方体的展开图, 将其折叠起来, 变成正方体后, 图形是 ()

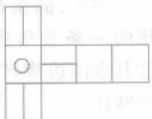


图 1-7

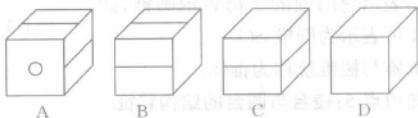


图 1-8

【提示】 观察正方体的展开图, 注意图中三条特

殊的线段和圆的位置关系, 想象折叠起来后变成正方体的位置关系.

【解析】 由图可知, 折叠后三条线段在相邻的三个侧面内, 并且互相平行, 排除 A、C, 同时只有两个侧面内无线段或圆, 排除 D, 故选 B.

【点拨】 本题通过折叠前后的展开图和立体图形的关系的判断, 创造性地考查了学生的空间想象能力和逻辑思维能力, 解决此类问题要多动手实践, 多观察模型.

【答案】 B

【例 3】 已知棱长都相等的正三棱锥内接于一个球, 某人画出四个过球心的平面截球与正三棱锥所得的图形如图 1-9 所示, 则 ()

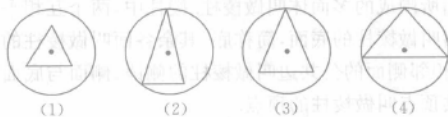


图 1-9

- A. 以上四个都正确 B. 只有 (2)(4) 正确
C. 只有 (4) 错误 D. 只有 (1)(2) 正确

【提示】 根据截面的位置不同, 其截面截得的图形形状不同, 要考虑到所有可能.

【解析】 用一个与正三棱锥的底面平行的平面截此球, 截平面为图 (1) 中的情形; 过球心且经过三棱锥一棱的截面可以是图 (2) 中的情形; 过球心、顶点、底面正三角形中两条边的中点可以构成图 (3) 中的情形; 过球心的截平面中其内接三角形的三个顶点不可能在球上, 故 (4) 错, 故选 C.

【点拨】 本题探究组合体的截面图形问题, 要抓住组成这个组合体的每一个简单几何体的特征, 还要注意组合后它们之间的相互关系, 一定要考虑各种可能的情形.

【答案】 C

总分 100 分

时间 30 分钟

成绩评定



课前热身

- 下列说法正确的是 ()
 - 棱柱的侧面都是矩形
 - 棱柱的侧棱不全相等
 - 棱柱是有两个面互相平行, 其余各面都是四边形的几何体
 - 棱柱的几何体中至少有两个面平行
- 有四个命题: ①底面是平行四边形的四棱柱是平行六面体; ②底面是矩形的直平行六面体是长方体; ③

直四棱柱是直平行六面体; ④直平行六面体是长方体. 以上命题中, 真命题的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 截一个几何体, 无论如何截, 所得截面都是圆面, 则这个几何体一定是 ()
A. 圆锥 B. 圆柱 C. 圆台 D. 球体



课上作业

4. 下列命题中不正确的是 ()
A. 圆柱、圆锥、圆台的底面都是圆面

- B. 圆台的母线延长后与轴相交于同一点
C. 以直角梯形的一腰为轴旋转所得的旋转体是圆台
D. 以直角三角形的一直角边为轴旋转所得到的旋转体是圆锥

5. A 圆锥轴截面的顶角为 120° , 过顶点的截面三角形的最大面积为 2, 则圆锥的母线长为 ()

- A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. 4 D. 2

6. B 如图 1-10 中各立体图形表示的是柱体的几何体是 ()

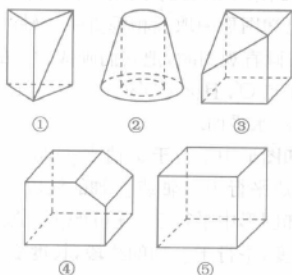


图 1-10

- A. ①②③④ B. ③④⑤
C. ①④⑤ D. ②③④

7. B 图 1-11 所示的几何体由一个圆柱挖去一个以圆柱的上底面为底面、下底面圆心为顶点的圆锥而得到的. 现用一个竖直的平面去截这个几何体, 则所截得的图形可能是图 1-12 中的_____.

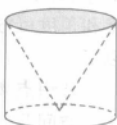


图 1-11

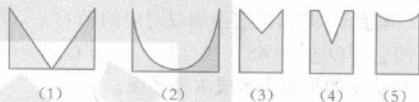


图 1-12

8. A 用一个平面去截一个几何体, 如果截面是一个三角形, 那么这个几何体可能是_____.



课下作业

9. A 能用 12 根火柴组成 5 个正方形吗? 能组成 6 个正方形吗?

提示: 在一个平面内用 12 根火柴是不可能组成 6 个正方形的. 所以本题可以结合一些几何体来完成.

10. B 求函数 $f(x) = \sqrt{x^2+4} + \sqrt{x^2-10x+34}$ 的最小值.

提示: 将原函数转化为 $f(x) = \sqrt{x^2+2^2} + \sqrt{(5-x)^2+3^2}$, 并构造长方体 $ABCD-A'B'C'D'$ (如图 1-13 所示), 这样求函数的问题就转化为在长方体的棱 BB' 上找一点 E , 使折线 AEC' 的长度最短.

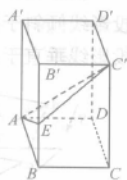


图 1-13



高考在线

11. A 如图 1-14, 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面边长为 1, 高为 8, 一质点自 A 点出发, 沿着三棱柱的侧面绕行两周, 到达 A_1 点的最短路线的长为_____.

12. B 如图 1-15, 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各棱长都是 2, E, F 分别是 AB, A_1C_1 的中点, 则 EF 的长是_____.

- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{7}$

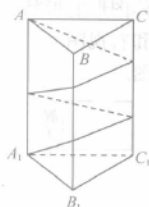


图 1-14

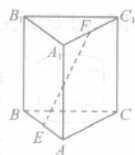


图 1-15



作业 2 1.2 空间几何体的三视图和直观图

班级

学号

姓名



知识归纳

知识点 1: 中心投影与平行投影

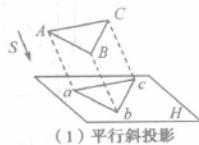
(1) 中心投影与平行投影的概念

① 中心投影法

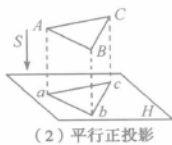
投影线均通过投影中心的投影法称为中心投影法。其投影的大小随物体与投影中心间距离的变化而变化, 所以其投影不能反映物体的实形。

② 平行投影法

投影线相互平行的投影法称为平行投影法。其中, 投影线倾斜于投影面叫斜投影法(如图 2-1(1)所示); 投影线垂直于投影面叫正投影法(如图 2-1(2)所示)。



(1) 平行斜投影



(2) 平行正投影

图 2-1

应用正投影法, 能在投影面上反映物体某些面的真实形状及大小, 且与物体到投影面的距离无关, 因而作图方便, 故在工程中得到广泛的应用。工程图样就是用正投影法绘制的。

(2) 中心投影与平行投影的区别与联系

① 中心投影和平行投影都是空间图形的基本画法, 平行投影包括斜二测画法和三视图, 中心投影后的图形与原图形相比虽然改变较多, 但直观性强, 看起来与人的直觉效果一致, 更像原来的物体。

② 画实际效果图时, 一般用中心投影法; 画立体几何中的图形时, 一般用平行投影法。

知识点 2: 柱、锥台、球的三视图

观察物体时, 从前面看到的图叫做正视图, 从侧面看到的图叫做侧视图, 从上面看到的图叫做俯视图。

(1) 从不同方向观察物体可能看到不同的图形, 根据同一物体的三视图, 能得到立体图形的形状。

(2) 侧视图往往又分左视图和右视图。

(3) 图 2-2 是圆柱及其三视图。



(1)

(2)

图 2-2

(4) 圆锥的正视图和侧视图都是等腰三角形, 俯视图是圆和圆心; 圆台的正视图和侧视图都是等腰梯形, 俯视图是两个同心圆; 球的三视图都是圆; 长方体的三视图都是矩形。

知识点 3: 水平放置的平面图形的斜二测画法

(1) 在已知图形中取互相垂直的 x 轴和 y 轴, 两轴相交于点 O 。画直观图时, 把它们画成对应的 x' 轴与 y' 轴, 两轴交于点 O' , 且 $\angle x'O'y' = 45^\circ$ (或 135°), 它们确定的平面表示水平面。

(2) 已知图形中平行于 x 轴或 y 轴的线段, 在直观图中分别画成平行于 x' 轴或 y' 轴的线段。

(3) 已知图形中平行于 x 轴的线段, 在直观图中保持原长度不变, 平行于 y 轴的线段, 长度变为原来的一半。

说明: (1) ①“斜”: 互相垂直的 Ox, Oy 轴画成 $O'x', O'y'$ 轴, 使 $\angle x'O'y' = 45^\circ$ 或 135° 。②“二测”: 横不变, 纵折半。(2) 为了简便, 如果要求不太严格, 那么长度和角度可“适当地”选取。只要有一定的立体感就可以了。

知识点 4: 空间几何体的直观图画法

空间几何体的直观图画法的步骤:

(1) 在已知图形中取水平平面并画互相垂直的轴 Ox, Oy , 再画 Oz 轴, 使 $\angle xOz = 90^\circ$, 且 $\angle yOz = 90^\circ$;

(2) 画直观图时, 把它们画成对应的轴 $O'x', O'y', O'z'$, 使 $\angle x'O'y' = 45^\circ$ (或 135°), $\angle x'O'z' = 90^\circ$, $x'O'y'$ 所确定的平面表示成水平面;

(3) 已知图形中平行于 x 轴, y 轴或 z 轴的线段, 在直观图中分别画成平行于 x' 轴, y' 轴或 z' 轴的线段;

(4) 已知图形中平行于 x 轴和 z 轴的线段, 在直观图中保持长度不变; 平行于 y 轴的线段, 长度变为原来的一半。



典型例题

【例 1】图 2-3 是某直观图的三视图, 它对应的直观图是 ()



正视图

侧视图

俯视图

图 2-3

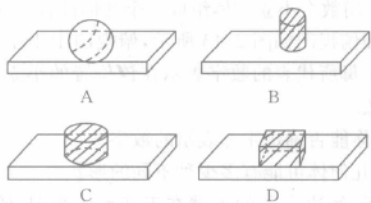


图 2-4

【解析】由正视图可排除 A；由侧视图可知上平面几何体与下平面几何体宽度相同，排除 B；由俯视图可排除 D，故选 C。

【答案】C

【例 2】小明想利用树影测树高，他在某一时刻测得长为 1 m 的竹竿的影长为 0.9 m，但当他马上测树高时，因树靠近一幢建筑物，影子不全落在地面上，有一部分影子上了墙，如图 2-5 所示，他测得留在地面部分的影子长为 2.7 m，留在墙壁部分的影高为 1.2 m，求树的高度（太阳光线可看作平行光线）_____。

【提示】本题应利用三角形相似、对应线段成比例解决。

【解析】如图 2-6，树高为 AB，影长为 BE，CD 为树留在墙上的影高， $\therefore \frac{CD}{CE} = \frac{1.2}{CE} = \frac{1}{0.9}$ ， $CE = 1.08$ m，

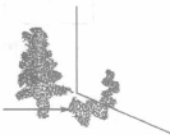


图 2-5

树影长 $BE = 2.7 + 1.08 = 3.78$ m，

树高 $AB = \frac{1}{0.9} BE = 4.2$ m。

【答案】4.2 m

【例 3】甲、乙、丙、丁四人分别面对面坐在一个四边形的桌子旁边，如图 2-7 所示，桌上的一张纸上写着数字“9”，甲说他看到的是“6”，乙说他看到的是“3”，丙说他看到的是“3”，丁说他看到的是“9”，则下列说法正确的是（ ）

A. 甲在丁的对面，乙在甲的左边，丙在丁的右边

B. 丙在乙的对面，丙的左边是甲，右边是乙

C. 甲在乙的对面，甲的右边是丙，左边是丁

D. 甲在丁的对面，乙在甲的右边，丙在丁的右边

【提示】先据题意确定甲、乙、丙、丁的位置即可。

【解析】甲、乙、丙、丁的位置如图 2-8 所示，由此可判断选 D。

【答案】D

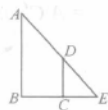


图 2-6

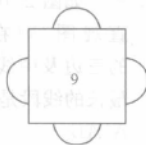


图 2-7

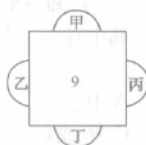


图 2-8

总分 100 分 时间 30 分钟 成绩评定 _____

课前热身

- 下列说法：
 - ①从投影角度看，三视图是平行斜投影下得到的投影图；
 - ②平行投影的投影线互相平行，中心投影的投影线相交于一点；
 - ③空间图形经过中心投影后，直线变成直线，但平行线有可能变成相交了；
 - ④空间几何体在平行投影与中心投影下有不同的表示形式。

其中正确的说法有 _____ ()

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

- 如果一个三角形的平行投影仍是一个三角形，则下列结论正确的是 _____ ()

- A. 内心的平行投影还是内心
B. 重心的平行投影还是重心
C. 垂心的平行投影还是垂心
D. 外心的平行投影还是外心

- 人在灯光下走动，当人逐渐远离灯光时，其影子的长度将 _____ ()

- A. 逐渐变短
B. 逐渐变长
C. 不变
D. 以上都不对

课上作业

- 关于用“斜二侧画法”画直观图，如下说法不正确的是 _____ ()

- A. 原图形中平行于 x 轴的线段，其对应线段平行于 x' 轴，长度不变
B. 原图形中平行于 y 轴的线段，其对应线段平行于 y' 轴，长度变为原来的 $\frac{1}{2}$
C. 画与直角坐标系 xOy 对应的 $x'O'y'$ 时， $\angle x'O'y'$ 必须是 45°
D. 在画直观图时，由于选轴的不同，所得的直观图可能不同

- 如图 2-9， $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 的直观图， $A'B'$



$=A'C'$, 那么 $\triangle ABC$ 是 ()

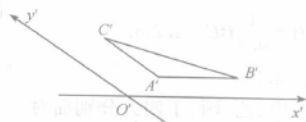


图 2-9

- A. 等腰三角形 B. 直角三角形
C. 等腰直角三角形 D. 钝角三角形

6. A 如图 2-10, $\triangle A'B'C'$ 是水平放置的 $\triangle ABC$ 的直观图, 则在 $\triangle ABC$ 的三边及中线 AD 中, 最长的线段是 ()

- A. AB
B. AD
C. BC
D. AC

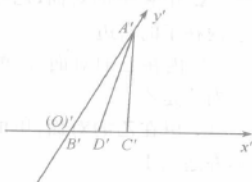


图 2-10

7. B 已知一个正方形的直观图是一个平行四边形, 其中有一条边的长为 4, 则此正方形的面积是 ()

- A. 16 B. 64
C. 16 或 64 D. 都不对

8. B 图 2-11 为水平放置的 $\triangle ABO$ 的直观图, 由图判断原三角形中 AB 、 BO 、 BD 、 OD 由小到大的顺序为 _____.

提示: 先把 $\triangle ABO$ 的直观图还原.

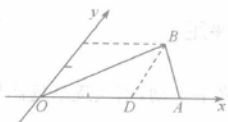


图 2-11



课下作业

9. A 如图 2-12, 一块木板上有三个孔(方孔、三角形孔和圆孔), 试设计一个几何体, 使它们能沿着三个不同的方向不留空隙地通过这三个孔, 并画出该几何体的三视图.

提示: 可以把图中的三个孔的形状看成这个几何体的三视图, 然后再联想几何体并进行修理即可.

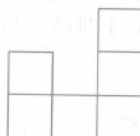


图 2-12

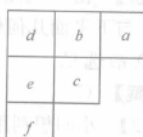
10. B 用数个小立方体组成一个几何体, 使它的正视图和俯视图如图 2-13 所示, 俯视图中小正方形中的字母所代表的数字表示在该位置的小立方体的个数.

- (1) 你能否确定字母表示的数字?
(2) 几何体可能有多少种不同的形状?

提示: 解决本题的关键在于观察正视图、俯视图, 并利用三视图“长对正, 高平齐, 宽相等”的规则.



正视图



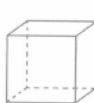
俯视图

图 2-13



高考在线

11. A 如图 2-14 中的几何体各自的三视图中, 有且仅有两个视图相同的是 ()



①正方形



②圆锥



③三棱台



④正四棱锥

图 2-14

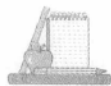
- A. ①② B. ①③
C. ①④ D. ②④

作业3 1.3 空间几何体的表面积与体积(一)

班级

学号

姓名



知识归纳

知识点1:柱体、锥体、台体的表面积

(1)侧面积与表面积

①侧面积

把柱、锥、台的侧面沿着它们的一条侧棱或母线剪开后展开在一个平面上,展开图的面积就是它们的侧面积.

②表面积

侧面积与底面积的和叫做它们的表面积.

(2)圆柱、圆锥、圆台

①圆柱的侧面展开图为矩形,则 $S_{\text{圆柱侧}} = 2\pi rl$, $S_{\text{圆柱表}} = 2\pi rl + 2\pi r^2$, 其中 r 表示圆柱的底面半径, l 表示母线长.

②圆锥的侧面展开图为扇形,则 $S_{\text{圆锥侧}} = \pi rl$, $S_{\text{圆锥表}} = \pi rl + \pi r^2$, 其中 r 表示圆锥的底面半径, l 表示母线长.

③圆台的侧面展开图为扇环,则 $S_{\text{圆台侧}} = \pi(r_1 + r_2)l$, $S_{\text{圆台表}} = \pi(r_1 + r_2)l + \pi r_1^2 + \pi r_2^2$, 其中 r_1, r_2 分别表示圆台的上、下底面半径, l 表示母线长.

知识点2:柱体、锥体与台体的体积公式

(1)柱体的体积公式

$V = Sh$, 其中 S 为底面面积, h 为柱体的高.

它既适合于棱柱,又适合于圆柱.

(2)锥体的体积公式

$V = \frac{1}{3}Sh$, 其中 S 为底面面积, h 为锥体的高.

①它既适合于棱锥,也适合于圆锥.

②证明过程是把一个三棱柱分割成三个同底、同高的三棱锥,然后用祖暅原理说明.

(3)台体的体积公式

$V = \frac{1}{3}(S + \sqrt{SS'} + S')h$, 其中 S 为台体的上底面面积, S' 为台体的下底面面积, h 为台体的高.

①台体公式适合于棱台和圆台.

②证明过程是两个锥体体积的差.

③在推导台体体积公式时,运用了“割补法”,“割补法”是求几何体体积的一种很重要的方法,也体现了一种转化的数学思想.

知识点3:几何体的平面展开图(综合拓展)

一些简单的多面体可以沿着多面体的某些棱将它展开成平面图形,这个平面图形叫做这个多面体的平

面展开图.我们用平面展开图来研究多面体的性质,特别是用它来求多面体的表面积,此外还用它来处理一些最值问题.

解决旋转体的侧面上两点间的最短路线问题的思路是把几何体展开,在展开图中转化成两点间的距离问题.



典型例题

【例1】长方体木块 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的表面上有一动点 P 由顶点 A 出发,按下列规则向点 C_1 移动.

(1)点 P 只能沿着长方体木块的棱或表面的对角线移动;

(2)点 P 每一次变化位置,都使 P 点到 C_1 点的距离缩短.

动点 P 共有_____种不同的运行路线.

【提示】通过画图逐一计数即可,注意不重、不漏.

【解析】共有 12 种不同的路线.

(1)经过一条边,一条对角线的情况有 6 种:

$A \rightarrow B \rightarrow C_1, A \rightarrow A_1 \rightarrow C_1, A \rightarrow D \rightarrow C_1,$

$A \rightarrow B_1 \rightarrow C_1, A \rightarrow C \rightarrow C_1, A \rightarrow D_1 \rightarrow C_1.$

(2)经过三条边的情况有 6 种:

$A \rightarrow B \rightarrow B_1 \rightarrow C_1, A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow C_1, A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow C_1,$

$A \rightarrow D \rightarrow D_1 \rightarrow C_1, A \rightarrow A_1 \rightarrow B_1 \rightarrow C_1, A \rightarrow A_1 \rightarrow D_1 \rightarrow C_1.$

【答案】12

【例2】正四棱锥底面的边长为 4,侧棱长为 3,则其体积为_____.

【解析】如图 3-1,在

$\triangle OPA$ 中, $PA = 3, OA = \frac{1}{2}AC$

$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2},$

$\therefore$ 正四棱锥的高为 $h =$

$\sqrt{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = 1,$

$\therefore V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times 1 = \frac{16}{3}.$

【答案】 $\frac{16}{3}$

【例3】一个正四棱台的两底面的边长分别为 $m, n (m > n)$,侧面积等于两个底面积之和,则这个棱台的高为_____.

A. $\frac{mn}{m+n}$ B. $\frac{mn}{m-n}$ C. $\frac{m+n}{mn}$ D. $\frac{m-n}{mn}$

【解析】如图 3-2,设 O_1, O 分别是棱台上、下底面的中心, M_1, M 分别是 B_1C_1, BC 的中点,连结

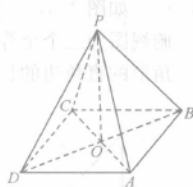


图 3-1



O_1M_1 、 OM 、 M_1M , 则 M_1M 为斜高. 过 M_1 作 $M_1H \perp OM$ 于 H 点, 则 $M_1H = OO_1$, $S_{\text{侧}} = 4 \times \frac{1}{2}(m+n) \cdot M_1M$, $S_{\text{上底}} + S_{\text{下底}} = m^2 + n^2$,

由已知得 $2(m+n) \cdot M_1M$

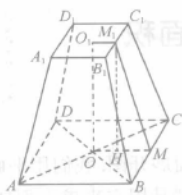


图 3-2

$$= m^2 + n^2, \therefore M_1M = \frac{m^2 + n^2}{2(m+n)}$$

$$\text{在 Rt}\triangle M_1HM \text{ 中, } MH = OM - O_1M_1 = \frac{1}{2}(m-n),$$

$$\therefore O_1O = M_1H = \sqrt{M_1M^2 - MH^2}$$

$$= \sqrt{\left[\frac{m^2 + n^2}{2(m+n)}\right]^2 - \frac{1}{4}(m-n)^2} = \frac{mn}{m+n}.$$

【答案】 A

总分 100 分

时间 30 分钟

成绩评定



课前热身

1. A 边长为 5 cm 的正方形 $EFGH$ 是圆柱的轴截面, 则从点 E 沿圆柱的侧面到相对顶点 G 的最短距离为 ()

A. 10 cm

B. $5\sqrt{2}$ cm

C. $5\sqrt{\pi^2 + 1}$ cm

D. $\frac{5}{2}\sqrt{\pi^2 + 4}$ cm

2. A 圆心角为 $\frac{3}{4}\pi$, 面积为 B 的扇形围成一个圆锥, 若圆锥的全面积为 A , 则 $A : B$ 等于 ()

A. 11 : 8

B. 3 : 8

C. 8 : 3

D. 13 : 8

3. B 三棱锥的三个侧面两两垂直, 且三个侧面面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 , 那么它的体积为 ()

A. $\frac{1}{3}S_1S_2S_3$

B. $\frac{2\sqrt{2}S_1S_2S_3}{3}$

C. $\frac{1}{3}\sqrt{2S_1S_2S_3}$

D. $S_1S_2S_3$



课上作业

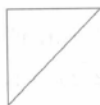
4. A 如图 3-3, 一个空间几何体的正视图、侧视图、俯视图为三个全等的等腰直角三角形. 如果直角三角形的直角边的长为 1, 那么这个几何体的体积为 ()



正视图



侧视图



俯视图

图 3-3

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{3}$

D. 1

提示: 由三视图可以知道此几何体的形状, 再由几何体各部分的尺寸去求几何体的体积.

5. A 圆柱的侧面展开图是边长为 6π 和 4π 的矩形, 则圆柱的全面积为 ()

A. $6\pi(4\pi + 3)$

B. $8\pi(3\pi + 1)$

C. $6\pi(4\pi + 3)$ 或 $8\pi(3\pi + 1)$

D. $6\pi(4\pi + 1)$ 或 $8\pi(3\pi + 2)$

提示: 由矩形卷成圆柱有两种卷法, 形成的几何体就有两个.

6. A 已知正六棱柱的高为 h , 底面边长为 a , 则它的全面积为 ()

A. $3\sqrt{3}a^2 + 6ah$

B. $\sqrt{3}a^2 + 6h$

C. $4\sqrt{3}a^2 + 6ah$

D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 + 6ah$

7. B 长方体的共顶点的三个侧面面积分别为 3、5、15, 则它的体积为 _____.

8. B 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB = 3$, $BC = 4$, $AC = 5$, 将三角形绕边 AC 旋转一周所成的几何体的体积为 _____.



课下作业

9. A 已知圆锥的底面半径为 R , 高为 $3R$, 在它的所有内接圆柱中, 求其全面积的最大值是多少?

10. B 用上口直径为 34 cm, 底面直径为 24 cm, 深 35 cm 的水桶盛的雨水正好为桶深的 $\frac{1}{5}$, 问此次的降雨量为多少? (精确到 0.01 cm, 降雨量是指单位面积的水平地面上降下雨水的深度)



高考在线

11. B 已知某几何体的俯视图是如图 3-4 所示的矩形, 正视图(或称主视图)是一个底边的长为 8、高为 4 的等腰三角形, 侧视图(或称左视图)是一个底边的长为 6、高为 4 的等腰三角形.

(1) 求该几何体的体积 V ;

(2) 求该几何体的侧面积 S .

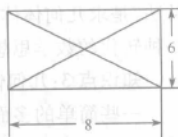


图 3-4

作业 4 1.3 空间几何体的表面积与体积(二)

班级 _____ 学号 _____

姓名 _____



知识归纳

知识点 1: 球的体积和表面积

(1) 球的体积公式

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \text{ (其中 } R \text{ 为球的半径)}$$

推导球的体积公式运用了“分割, 求近似和, 再由近似和取极限, 转化为准确和”的数学思想方法, 这种数学思想方法在今后学习微积分和近代数学知识中是很有用的, 我们一定要认真理解好。

(2) 球的表面积公式

$$S = 4\pi R^2 \text{ (其中 } R \text{ 为球的半径)}$$

对球的表面积公式的推导的数学思想方法与球的体积公式的推导的数学思想方法完全一致, 具体处理方法包含较深刻的变化思想, 涉及“直与曲”, “近似与准确”的转化。

知识点 2: 多面体的侧面积和体积的计算中的有关方法

在掌握直棱柱、正棱锥、正棱台的侧面积公式及其推导过程的基础上, 对于一些较简单的几何组合体的表面积与体积, 能够将其分解成柱、锥、台、球, 再进一步分解为平面图形(正多边形、三角形、梯形等)以求得其表面积与体积。同样要注意对各几何体相重叠部分的面积的处理, 并注意一些性质的灵活运用。

(1) 棱锥平行于底的截面的性质

棱锥与平行于底的截面所构成的小棱锥中, 有如下比例性质:

$$\frac{S_{\text{小棱锥底}}}{S_{\text{大棱锥底}}} = \frac{S_{\text{小棱锥表}}}{S_{\text{大棱锥表}}} = \frac{S_{\text{小棱锥侧}}}{S_{\text{大棱锥侧}}} = \text{对应线段(如高、斜高、底面边长等)的平方之比。}$$

注意: 这个比例关系很重要, 在求锥体的侧面积、底面积比时, 会大大简化计算过程。在求台体的侧面积、底面积比时, 将台体补成锥体, 也可应用这个关系式。

(2) 有关棱柱直截面的补充知识

在棱柱中, 与各侧棱均垂直的截面叫做棱柱的直截面。正棱柱的直截面平行于其上下底面。棱柱的侧面积与直截面周长有如下关系式: $S_{\text{棱柱侧}} = C_{\text{直截}} l$ (其中 $C_{\text{直截}}$ 、 l 分别为棱柱的直截面周长与侧棱长);

$V_{\text{棱柱}} = S_{\text{直截}} l$ (其中 $S_{\text{直截}}$ 、 l 分别为棱柱的直截面面积与侧棱长)。



典型例题

【例 1】 棱长都是 a 的正四棱锥的外接球的体积为 _____。

【解析】 如图 4-1 所示, 四棱锥 $P-ABCD$ 的顶点 P, A, B, C, D 都在球表面上, 设 O_1 为 $ABCD$ 的中心, 则球心 O 在棱锥的高 O_1P 上, 设球的半径为 R , 则 $OP = OA = R$, 又 $\because$ 所有棱长都为 a ,

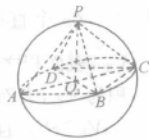


图 4-1

$$\therefore O_1A = \frac{\sqrt{2}}{2}a, O_1P = \sqrt{a^2 - \frac{1}{2}a^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a.$$

$$\therefore O_1A = O_1B = O_1C = O_1D = O_1P.$$

$$\therefore O_1 \text{ 为外接球的球心, 则 } R = \frac{\sqrt{2}}{2}a.$$

$$\therefore V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^3 = \frac{\sqrt{2}}{3}\pi a^3.$$

【答案】 $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi a^3$

【例 2】 一个圆锥和一个半球有公共底面, 如果圆锥的体积恰好与半球的体积相等, 那么这个圆锥轴截面顶角的余弦值是 _____。

A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

【解析】 如图 4-2, 作出轴截面平面, 设公共底面圆的半径为 R , 圆锥的高为 h 。

$$\therefore V_{\text{锥}} = \frac{1}{3}\pi R^2 h, V_{\text{半球}} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi R^3.$$

$$\therefore V_{\text{锥}} = V_{\text{半球}}, \therefore h = 2R,$$

$$\therefore \tan \alpha = \frac{1}{2}, \text{ 又 } \alpha \text{ 为锐角,}$$

$$\therefore \cos \alpha > 0, \cos \alpha = 2\sin \alpha,$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1,$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

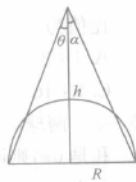


图 4-2

【答案】 C

【例 3】 长方体的共顶点的三个侧面的面积分别为 $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{15}$, 则它的外接球的表面积为 _____。

【解析】 如图 4-3 所示, 过长方体的一条对角线 AB 的截面。设长方体的有公共顶点的三条侧棱的长分别为 x, y, z , 则由已知得:



图 4-3



$$\begin{cases} xy = \sqrt{3} \\ yz = \sqrt{5} \\ zx = \sqrt{15} \end{cases} \quad \text{解之得} \quad \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = 1 \\ z = \sqrt{5} \end{cases}$$

$$\therefore \text{球的半径 } R = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{3}{2}.$$

$$\therefore S_{\text{球}} = 4\pi R^2 = 9\pi.$$

【答案】 9π

总分 100 分

时间 30 分钟

成绩评定



课前热身

1. A 64 个直径都为 $\frac{a}{4}$ 的球, 设它们的体积之和为 $V_{\text{甲}}$, 表面积之和为 $S_{\text{甲}}$; 一个直径为 a 的球, 设其体积为 $V_{\text{乙}}$, 表面积为 $S_{\text{乙}}$, 则 ()
 A. $V_{\text{甲}} > V_{\text{乙}}$ 且 $S_{\text{甲}} > S_{\text{乙}}$
 B. $V_{\text{甲}} < V_{\text{乙}}$ 且 $S_{\text{甲}} < S_{\text{乙}}$
 C. $V_{\text{甲}} = V_{\text{乙}}$ 且 $S_{\text{甲}} > S_{\text{乙}}$
 D. $V_{\text{甲}} = V_{\text{乙}}$ 且 $S_{\text{甲}} = S_{\text{乙}}$
2. A 一个平面截一个球得到直径是 6 cm 的圆面, 球心到这个平面的距离是 4 cm, 则该球的体积是 ()
 A. $\frac{100}{3} \pi \text{ cm}^3$ B. $\frac{208}{3} \pi \text{ cm}^3$
 C. $\frac{500\pi}{3} \text{ cm}^3$ D. $\frac{416\sqrt{13}\pi}{3} \text{ cm}^3$
3. B 把表面积相等的球与正方体的体积依次记为 $V_{\text{球}}$ 与 $V_{\text{正方体}}$, 球的直径为 d , 正方体的棱长为 a , 则有 ()
 A. $d > a, V_{\text{球}} > V_{\text{正方体}}$ B. $d > a, V_{\text{球}} < V_{\text{正方体}}$
 C. $d < a, V_{\text{球}} > V_{\text{正方体}}$ D. $d < a, V_{\text{球}} < V_{\text{正方体}}$



课上作业

4. A 用平面 α 截半径为 R 的球, 如果球心到截面的距离为 $\frac{R}{2}$, 那么截得的小圆的面积与球的表面积的比值为 ()
 A. 1 : 3 B. 3 : 4
 C. 1 : 16 D. 3 : 16
5. A 两球的体积之和是 12π , 它们的大圆的周长之和是 6π , 则两球的半径之差是 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
6. A 半球内有一内接正方体, 则这个半球的表面积与正方体的表面积之比为 _____.
7. B 湖面上浮着一个球, 湖水结冰后将球取出, 冰上留下一个表面直径为 24 cm、深为 8 cm 的空穴, 则这个球的半径为 _____.
8. B 毛泽东在《送瘟神》中写道: “坐地日行八万里。” 又知地球的体积大约是火星的 8 倍, 则火星的大圆周长约为 _____ 万里.



课下作业

9. B (证明题) 三个球的半径的比是 1 : 2 : 3, 求证: 其中最大的一个球的体积是另外两个球的体积之和的 3 倍.
 提示: 求球的体积只需知道球的半径, 球的体积与球的半径的立方成正比.
10. B 对于球具有下列两条性质:
 (1) 球心和截面圆心的连线垂直于截面;
 (2) 球心到截面的距离 d 与球心的半径 R 及截面的半径 r 有关系: $r = \sqrt{R^2 - d^2}$.
 请根据上述性质解答下面的问题:
 已知: 过球面上三点 A、B、C 的截面到球心的距离等于球的半径的一半, 且 $AC = BC = 6$, $AB = 4$, 求球的球面面积与球的体积.
 提示: 题目所给的两条信息, 即为球的截面性质, 利用好球的截面性质即可解决.



高考在线

11. A 已知正方体外接球的体积是 $\frac{32}{3}\pi$, 那么正方体的棱长为 ()
 A. $2\sqrt{2}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
12. B 如图 4-4, 正四棱锥 $P-ABCD$ 底面的四个顶点 A、B、C、D 在球 O 的同一个大圆上, 点 P 在球面上, 如果 $V_{P-ABCD} = \frac{16}{3}$, 则球 O 的表面积为 ()
 A. 4π B. 8π C. 12π D. 16π

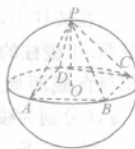


图 4-4

第二章 点、直线、平面之间的位置关系

作业 5 2.1 空间点、直线、平面之间的位置关系(一)

班级

学号

姓名



知识归纳

一、基础知识

1. 平面的概念

如同集合等数学中的一些原始概念一样,平面也是一个只描述而不定义的基本概念.从一些具体的实例中,我们可以理解“平面”最基本的两个属性:可以无限延展;没有厚度.平面是一个理想的几何图形,一个平面把空间分成两部分.

2. 有关符号与意义

(1)平面的图形表示

通常用平行四边形来表示平面,并遵循一定的画法规则.

(2)平面的符号表示

一般用一个希腊字母 $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ 来表示平面,还可利用平行四边形的对角顶点字母表示,如平面 α , 平面 AC 等.

(3)点、直线、平面间的位置关系的符号表示

$A \in l, A \notin l$ 分别表示点 A 在直线 l 上和点 A 不在直线 l 上; $A \in \alpha, A \notin \alpha$ 分别表示点 A 在平面 α 内和平面 α 外; $l \subset \alpha, l \not\subset \alpha$ 分别表示直线 l 在平面 α 内和直线 l 在平面 α 外.

3. 平面的基本性质

公理 1: 如果一条直线上的两点在一个平面内,则这条直线在此平面内.

公理 2: 过不在一条直线上的三点,有且只有一个平面.

公理 3: 如果两个不重合的平面有一个公共点,那么它们有且只有一条过该点的公共直线.

二、方法与技巧

1. 明确学习目标,初步建立空间概念

平面几何中,我们是以一个平面为背景,在一个平面内研究各种平面图形的相对位置及数量特征的,而在引进了平面的概念后,我们将研究各种空间图形的相对位置关系和数量特征.这时的平面已经成为我们从事空间研究的重要依托和参照物.一般地,我们的主要研究对象会与我们生活周围的常见模型相关,在学习的初期,要注意养成良好的作图习惯,勤作图,作好图,要注意如何利用平面为基准图形作空间图形;注意利用生活空间中的一些常见模型(如房间可以看成一

个长方体,墙面、地面可以看成平面,墙角线可以看成两个平面的交线等)来思考问题,以此来培养自己的空间想象能力,帮助自己尽快建立起空间概念.

2. 正确认识三个公理的作用

描述平面基本性质的三个公理是学习本章内容的基础,学习中要从不同的角度来加深对这三个公理的理解.既能从文字上记忆这三个公理,也能辅之以图形语言和符号语言去帮助记忆,更要注意从三个公理的作用和地位上理解:公理 1 的主要作用是判定点、直线与平面的依附关系;公理 2 则主要用于确定平面,为我们解决空间问题寻找依托;公理 3 的主要作用是判定两个平面是否相交,以及可用来判定平面的公共点与它们交线的关系,是证明“点共线”的依据之一.



典型例题

【例 1】下列说法中正确的是 ()

- A. 平面就是平行四边形
- B. 一个平面的面积是另一个平面面积的 2 倍
- C. 地球的表面是一个平面
- D. 圆和平面多边形都可以表示平面

【分析】区别平面图形与平面;利用平面的基本特征进行判断.

【解答】A、B、C 选项都错误.平面是平滑的,无厚度的,无限延展的数学概念,A 中,我们只是借助平行四边形来表示平面;B 中,由于平面无限延展,故不存在面积之说;C 中,地球的表面不可能是绝对平滑的,也不会没有边界. D 选项正确,在需要时,除用平行四边形表示平面外,还可以用三角形、圆等来表示平面.

【例 2】将下列文字语言转化为符号语言

- (1)直线 a 经过平面 α 外一点 M .
- (2)点 A 在直线 l 上,直线 l 在平面 α 内.
- (3)有公共点 P 的两条直线 m, n 都在平面 α 内.

【分析】弄清点与直线、点与平面以及直线与平面之间的关系应选用哪种符号连接.对于属于符号和包含符号不能混淆.

【解答】(1) $M \in a$ 且 $M \notin \alpha$

(2) $A \in l$ 且 $l \subset \alpha$

(3) $m \cap n = P, m \subset \alpha, n \subset \alpha$

【例 3】在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,画出平面 ABC_1D_1 与平面 A_1B_1CD 的交线.



【分析】 要找两个平面的交线, 首先应找出平面 ABC_1D_1 与 A_1B_1CD 的两个公共点 M, N , 此时应借助平面与平面的交线来确定公共点. 例如, 由平面 ABC_1D_1 与平面 AA_1D_1D 的交线为 AD_1 , 平面 A_1B_1CD 与平面 AA_1D_1D 的交线为 A_1D , 则 AD_1 与 A_1D 的交点 M 是两个平面的公共点.

【解答】 如图 5-1, 连 AD_1 和 A_1D 交于 M , 连结 BC_1 和 B_1C 交于 N .

$\because M \in$ 直线 $AD_1, AD_1 \subset$ 平面 $ABC_1D_1, \therefore M \in$ 平

面 ABC_1D_1 .

又 $\because M \in$ 直线 $A_1D, A_1D \subset$ 平面 $A_1B_1CD, \therefore M \in$ 平面 A_1B_1CD .

从而 $M \in$ (平面 $ABC_1D_1 \cap$ 平面 A_1B_1CD). 同理 N 点也是平面 ABC_1D_1 与平面 A_1B_1CD 的公共点, 连结 MN , 根据公理 3, 直线 MN 就是两平面的交线.

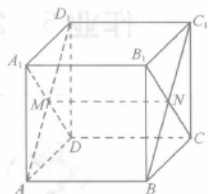


图 5-1

总分 100 分 时间 60 分钟 成绩评定 _____



课前热身

一、选择题

1. A P 表示点, l 表示直线, α 表示平面, 在下面给出的五种符号语言中.

① $P \in l \in \alpha$ ② $P \subset l \in \alpha$ ③ $P \in l \subset \alpha$ ④ $P \subset l \subset \alpha$
⑤ $P \in \alpha \subset l$

其中正确的是 ()

A. ①② B. ③ C. ④ D. ⑤

2. A 如图 5-2, 下列空间图形画法正确的是 ()



图 5-2



课上作业

3. A 在空间, 四点共面是三点共线的 ()

A. 充要条件
B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件
D. 既不充分又不必要条件

4. A 下列命题中正确的个数是 ()

① 有三个公共点的两个平面必重合
② 梯形的四个顶点在同一个平面内
③ 三条平行直线必共面
④ 三条两两相交且交点各不相同的三条直线一定共面
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

5. B 下列推理错误的是 ()

A. $A \in l, A \in \alpha; B \in l, B \in \alpha \Rightarrow l \subset \alpha$
B. $A \in \alpha, A \in \beta; B \in \alpha, B \in \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta =$ 直线 AB .
C. $l \subset \alpha, A \in l \Rightarrow A \in \alpha$
D. $A, B, C \in \alpha, A, B, C \in \beta$ 且 A, B, C 不共线 $\Rightarrow \alpha$ 与 β 重合

6. B 平面 $\alpha \cap$ 平面 $\beta = l$, 点 $A \in \alpha$, 点 $B \in \alpha$, 点 $C \in \beta$, 且点 $C \notin l$. 又 $AB \cap l = R$, 过 A, B, C 三点确定的平面为 γ , 则 $\beta \cap \gamma$ 是 ()

A. 直线 CR B. 直线 BC
C. 直线 AC D. 以上都不对



课下作业

二、填空题

7. A 如图 5-3 所示, 用符号语言可表示为: _____.

8. A 空间中四点, 如果其中任意三点都不共线, 那么经过其中三点的平面个数可能为: _____.

9. B 两个平面可以将空间划分成 _____ 部分; 三个平面可以将空间划分成 _____ 部分.

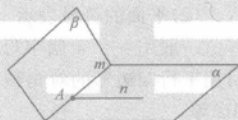


图 5-3



高考在线

三、解答题

10. A 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 对角线 A_1C 与平面 BDC_1 交于点 O , AC 与 BD 交于点 M . 求证: 点 C_1, O, M 共线.