根据人教版最新教材编写

北大新学案

全新高中数理化

定理公式概念大全

主编　党小平

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

全新高中数理化

定理公式概念大全

P11

主　编　党小平

副主编　赵忠运　李世勇

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目（CIP）数据

全新高中数理化定理公式概念大全/党小平主编. —北京：北京大学出版社，2004. 8

（北大新学案）

ISBN 7-301-07257-0

Ⅰ. 全…　Ⅱ. 党…　Ⅲ. ①理科（教育）—定律—高中—手册②理科（教育）—公式—高中—手册　Ⅳ. G634. 73

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 030499 号

书　　名：全新高中数理化定理公式概念大全
著作责任者：党小平　主编
责 任 编 辑：刘宝军
标 准 书 号：ISBN 7-301-07257-0/G·1133
出 版 发 行：北京大学出版社
地　　址：北京市海淀区中关村北京大学校内　100871
网　　址：http：// www. pkubook. com. cn
　　　　　http：// cbs. pku. edu. cn
邮 购 电 话：(010) 65661010　800-810-2198
发　行　部：(010) 65662147　62750672
编　辑　部：(010) 65661010-8969
电 子 信 箱：editor@pkubook. com. cn
印　刷　厂：北京市朝阳印刷厂
经　销　者：全国新华书店
开 本 尺 寸：880mm×1230mm　32 开本
印　　张：18. 625 印张
字　　数：320 千字
　　　　　2004 年 8 月第 1 版　2004 年 8 月第 1 次印刷
定　　价：24. 00 元

前言 QIAN YAN

前 言

学习过程是一个找差距、补不足的过程。读书是易事，学会思考和总结是难事，而二者缺一则全无意义。为了开辟学生独立自主的学习空间，北大燕园特邀请全国名校的特级教师编写了《全新初中数理化定理公式概念大全》、《全新高中数理化定理公式概念大全》丛书。

为了方便学生查阅公式、定理、概念及规律，并能真正掌握它们，这套丛书精心安排了如下独具特色的版块：

趣味点滴：扩大学生视野，提高学生学习兴趣，将一些好玩的、有趣的知识介绍给广大读者。

知识结构：理清知识脉络，加强条理化，将每章节的知识点进行疏理，使学生头脑中有一条清晰的思路。

性质定理：将各章节涉及的性质定理、公式概念进行详细讲解并举例剖析，使学生不但知其然，而且能知其所以然，即如何运用知识。

小灵通：重在提升学生的能力和技巧，使学生掌握一条通向成功之路的捷径。

全书设计尽量满足广大读者的学习和探索的兴趣，力求每位读者拥有它之后，学有所获。虽然我们在编写过程中，处处推敲，层层把关，但疏漏之处在所难免，诚盼广大读者批评指正。

编　者

目录 MU LU

目　录

数　学

第一章　集合与简易逻辑 …………（3）
(一)集合 …………（5）
(二)简易逻辑 …………（12）
第二章　函数 …………（19）
(一)映射与函数 …………（20）
(二)指数与指数函数 …………（32）
(三)对数与对数函数 …………（36）
第三章　数列与极限 …………（41）
(一)数列 …………（42）
(二)数学归纳法 …………（53）
(三)极限 …………（55）
第四章　三角函数 …………（63）
(一)任意角的三角函数 …………（64）
(二)两角和与差的三角函数 …………（72）
(三)三角函数的图象和性质 …………（77）
第五章　平面向量 …………（85）
(一)向量及其运算 …………（86）
(二)解斜三角形 …………（93）
第六章　不等式 …………（97）
第七章　直线和圆的方程 …………（111）
第八章　圆锥曲线 …………（127）
(一)椭圆 …………（128）

(二)双曲线 …………………………………………………………………………… (132)
(三)抛物线 …………………………………………………………………………… (137)
第九章　直线、平面、简单几何体 ………………………………………………… (145)
(一)直线、平面 ……………………………………………………………………… (147)
(二)简单几何体 ……………………………………………………………………… (158)
第十章　排列、组合与二项式定理 ……………………………………………… (170)
第十一章　概率与统计 ……………………………………………………………… (177)
(一)概率 ……………………………………………………………………………… (179)
(二)统计 ……………………………………………………………………………… (184)
第十二章　导数、微分、积分 ……………………………………………………… (190)
(一)导数与微分 ……………………………………………………………………… (191)
(二)导数的应用 ……………………………………………………………………… (196)
(三)积分 ……………………………………………………………………………… (200)
第十三章　复数 ……………………………………………………………………… (210)
(一)复数及其四则运算 ……………………………………………………………… (211)
(二)复数的三角形式 ………………………………………………………………… (217)
附录 …………………………………………………………………………………… (222)

物　　理

力　　学

第一章　物体的平衡 ………………………………………………………………… (229)
(一)常见的力、力的合成与分解 …………………………………………………… (230)
(二)物体的平衡 ……………………………………………………………………… (237)
第二章　直线运动 …………………………………………………………………… (243)
第三章　牛顿运动定律 ……………………………………………………………… (254)
第四章　曲线运动,万有引力定律 ………………………………………………… (263)
(一)曲线运动 ………………………………………………………………………… (264)
(二)万有引力定律 …………………………………………………………………… (270)
第五章　动量 ………………………………………………………………………… (276)
第六章　机械能 ……………………………………………………………………… (283)

目录 MU LU

第七章　机械振动和机械波 …………(292)
　(一)机械振动 …………(293)
　(二)机械波 …………(298)

热　　学

第八章　分子热运动，能量守恒 …………(306)
第九章　固体、液体和气体 …………(316)

电　磁　学

第十章　电场 …………(324)
第十一章　恒定电流 …………(342)
第十二章　磁场 …………(354)
第十三章　电磁感应 …………(368)
第十四章　交变电流，电磁场和电磁波 …………(377)
　(一)交变电流 …………(379)
　(二)电磁场和电磁波 …………(388)

光　　学

第十五章　光的传播 …………(397)
第十六章　光的波动性 …………(406)

近代物理初步

第十七章　量子论初步 …………(412)
第十八章　原子核 …………(419)
第十九章　相对论简介 …………(429)
附录 …………(432)

化　　学

第一章　化学反应及其能量变化 …………(441)
第二章　碱金属 …………(451)
第三章　物质的量 …………(459)

第四章　卤素……………………………………………………………………………(465)
第五章　物质结构　元素周期律………………………………………………………(473)
第六章　氧族元素　环境保护…………………………………………………………(483)
第七章　碳族元素　无机非金属材料…………………………………………………(492)
第八章　氮族元素………………………………………………………………………(500)
第九章　化学平衡………………………………………………………………………(513)
第十章　电离平衡………………………………………………………………………(523)
第十一章　几种重要的金属……………………………………………………………(536)
第十二章　烃……………………………………………………………………………(551)
第十三章　烃的衍生物…………………………………………………………………(561)
第十四章　糖类　油脂　蛋白质………………………………………………………(574)
第十五章　合成材料……………………………………………………………………(580)
附录………………………………………………………………………………………(586)

数学

第一章 集合与简易逻辑

趣味点滴

怎样学好高中数学(1)

和初中数学相比,高中数学的内容多,抽象性、理论性强,因此,不少同学进入高中之后很不适应.特别是高一年级,进校后,代数里首先遇到的是理论性很强的函数,再加上立体几何,空间概念、空间想像能力不可能一下子就建立起来,这就使一些初中数学学得还不错的同学不能很快地适应而感到困难,以下就怎样学好高中数学谈几点意见和建议.

首先要改变观念.初中阶段,特别是初中三年级,通过大量的练习,可使你的成绩有明显的提高,这是因为初中数学知识相对比较浅显,易于掌握,通过反复练习,提高了熟练程度,即可提高成绩.

高中数学的理论性、抽象性强,除要多做练习外,还需要在对知识的理解上下工夫,要多思考,多研究.

知识结构

- 集合
  - 集合的概念
    - 集合元素的性质
      - 确定性
      - 互异性
      - 无序性
    - 常用数集符号
  - 集合的表示方法
    - 列举法
    - 描述法
    - 图示法
  - 集合关系
    - 子集与真子集
    - 全集与补集
  - 集合运算
    - 交集、并集、补集
    - 运算律
      - 交换律
      - 结合律
      - 分配律
      - 反演律

- 简易逻辑
  - 命题→简单命题 —逻辑联结词→ 复合命题
    - p 或 q
    - p 且 q
    - 非 p
  - 四种命题的关系
    - 互逆命题
    - 互否命题
    - 互为逆否命题→等价命题
  - 反证法
  - 充分条件和必要条件
    - 充分而不必要条件
    - 必要而不充分条件
    - 充要条件
    - 既不充分也不必要条件

性质定理

(一)集合

1. 集合

集合是一个原始概念，只能作描述性的说明．一般地，某些指定的对象集在一起就成为一个集合，简称集．

说明：一般用大括号或拉丁字母表示集合. 例如，{我校篮球队的队员}，$A=${高一(3)班男生}，$B=\{1,2,3\}$.

2. 元素

集合中的每个对象叫做这个集合的元素．

说明：集合的元素常用小写的拉丁字母表示. 如 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于集合 A，记作 $a\in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A，记作 $a\notin A$（或 $a\overline{\in}A$）.

3. 集合元素的性质

(1)确定性：对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的，即一个元素，或者属于该集合，或者不属于该集合，二者必居其一. 如“较好的质量”，“比较差的学生”都不能构成集合．

(2)互异性：一个集合里不允许有相同的元素重复出现. 例如$\{a,b,c,c\}$ 不是集合的正确表示法，只能表示为$\{a,b,c\}$.

(3)无序性：集合里的元素的构成与其顺序无关. 例如，$\{a,b,c\}$与$\{b,c,a\}$是同一个集合．

4. 集合的表示方法

(1)列举法：把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法叫做列举法. 例如，由 1、2、3、x 组成的集合，可表示为$\{1,2,3,x\}$.

(2)描述法：把集合中的元素的公共属性描述出来，写在大括号内表示集合的方法叫做描述法. 例如，{正整数}，{负数}. 也常在大括号内先写上这个集合的元素的一般形式，再画一条竖线“|”，并在它的右边写上这个集合的元素的公共属性，如$\{x|x>3\}$，$\{y|0<y<5\}$.

(3)图示法(也称韦恩图)：画一条封闭的曲线，用它的内部表示一个集合．

例如，图 1-1 表示任意一个集合 A，图 1-2 表示集合$\{1,2,3\}$.

5. 有限集和无限集

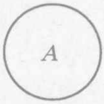

图 1-1

图 1-2

含有有限个元素的集合叫做有限集. 例如，$\{1,2,3,4,5\}$；含有无限个元素的集合叫做无限集. 例如，$\{x|x-1>2\}$，$\{y|y$ 是锐角三角形$\}$.

6. 空集

不含任何元素的集合叫做空集，记作$\varnothing$.

7. 常用的数集及记法

(1)非负整数集：全体非负整数的集合通常简称为非负整数集（或自然数集），记作 $\mathbf{N}$. 非负整数集内排除 0 的集，称正整数集，记作 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$.

(2)整数集：全体整数的集合通常简称整数集，记作 $\mathbf{Z}$.

(3)有理数集：全体有理数的集合通常简称有理数集，记作 $\mathbf{Q}$.

(4)实数集：全体实数的集合通常简称实数集，记作 $\mathbf{R}$.

非负实数集表示为$\mathbf{R}^-$.

8. 子集、真子集

一般地，对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，就说集合 A 包含于集合 B，或集合 B 包含集合 A，记作 $A\subseteq B$（或 $B\supseteq A$），这时称集合 A 是集合 B 的子集.（用韦恩图表示，如图 1-3）

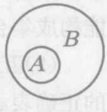

图 1-3

当集合 A 不包含于集合 B，或集合 B 不包含集合 A 时，记作 $A\nsubseteq B$（或 $B\nsupseteq A$）.

对于两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$ 并且 $A\neq B$，则集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B$（或 $B\supsetneqq A$）.

(1)规定：空集是任何集合的子集（包括空集本身），即对于任何一个集合 A，有$\varnothing\subseteq A$（$\varnothing\subseteq\varnothing$）.

(2)任何一个集合是它本身的子集，即 $A\subseteq A$.

(3)空集是任何非空集合的真子集.

(4)对于集合 A,B，如果 $A\subseteq B$，同时 $B\subseteq A$，那么 $A=B$.

(5)求一个集合的子集的个数公式：2^n，真子集的个数为 2^n-1，n 为集合元素的个数.

9. 集合相等

一般地，对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，

同时集合 B 的任何一个元素，都是集合 A 的元素，则集合 A 等于集合 B，记作 $A=B$.

10. 全集与补集

图 1-4

一般地，设 S 是一个集合，A 是 S 的一个子集(即 $A\subseteq S$)，由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做 S 中子集 A 的补集(或余集)，记作 $\complement_S A$，即 $\complement_S A=\{x|x\in S, 且\ x\notin A\}$，用韦恩图表示，如图 1-4 阴影部分．

如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素，这个集合就可以看作一个全集，全集通常用 U 表示．

例如，在实数范围内讨论问题时，可以把实数集 $\mathbf{R}$ 看作全集 U，那么，有理数集 $\mathbf{Q}$ 的补集 $\complement_U\mathbf{Q}$ 就是全体无理数的集合．

11. 交集、并集

一般地，由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的交集，记作 $A\cap B$(读作 A 交 B)，即

$A\cap B=\{x|x\in A, 且\ x\in B\}$，用韦恩图表示，如图 1-5 阴影部分．

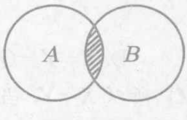

图 1-5

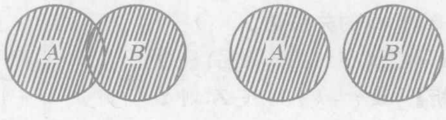

图 1-6

由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的并集，记作 $A\cup B$(读作 A 并 B)，即

$A\cup B=\{x|x\in A, 或\ x\in B\}$，用韦恩图表示，如图 1-6 阴影部分．

$A\cup A=A, A\cup\varnothing=A, A\cup B=B\cup A$.

12. 集合的运算与运算律

集合的交、并、补称为集合的简单运算，它们满足以下运算律：

(1)交换律　$A\cap B=B\cap A, A\cup B=B\cup A$

(2)结合律　$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$

$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$

(3)分配律　$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

(4)反演律(德摩根律)　$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$

$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$

13. 集合中元素的个数

研究集合时，经常遇到有关集合中元素的个数问题，我们把有限集 A 中元素的

个数记作 card(A). 例如，$A=\{a,b,c\}$，则 card(A)$=3$. 有限集合中元素的个数，通常可以数出来.

一般地，对于任意两个有限集合 A、B，有

$$\text{card}(A\cup B)=\text{card}(A)+\text{card}(B)-\text{card}(A\cap B)$$

14. 奇数集与偶数集

形如 $2n(n\in\mathbf{Z})$ 的整数叫做偶数，形如 $2n+1(n\in\mathbf{Z})$ 的整数叫做奇数. 全体奇数的集合简称奇数集，全体偶数的集合简称偶数集.

例 1. 已知集合 $X=\{a,b\}$，$Y=\{b,c,d\}$，那么 $X\cup Y$ 的非空真子集的个数为多少?

【解析】 由 $X\cup Y=\{a,b,c,d\}$ 知，其非空真子集为 $\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{d\}$，$\{a,b\}$，$\{a,c\}$，$\{a,d\}$，$\{b,c\}$，$\{b,d\}$，$\{c,d\}$，$\{a,b,c\}$，$\{a,b,d\}$，$\{b,c,d\}$，$\{a,c,d\}$，所以个数为 14，或 $2^4-2=14$.

例 2. 若 $X=\{x\mid x=4n+1,n\in\mathbf{Z}\}$，$Y=\{y\mid y=4n-3,n\in\mathbf{Z}\}$，$Q=\{z\mid z=8n+1,n\in\mathbf{Z}\}$，则 X,Y,Q 的关系是(　　)

A. $X\supsetneqq Y\supsetneqq Q$　　B. $X\subsetneqq Y\subsetneqq Q$　　C. $X=Y\supsetneqq Q$　　D. $X=Y=Q$

【解析】 设 $n=k+1$，$k\in\mathbf{Z}$，则 $Y=\{y\mid y=4k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，所以 $X=Y$. 当 $n=2k$(n 是偶数)时，$x=8k+1\in Q$；当 $n=2k-1$ 或 $n=2k+1$(n 是奇数)时，$x=8k+5$ 或 $8k-3$. 可知集合 Q 是由集合 X 中的 n 取偶数时的元素组成的集合，故 $X\supsetneqq Q$. 所以 $X=Y\supsetneqq Q$. 选 C.

例 3. 已知集合 $A=\{x\mid x^2+px+q=0\}$，$B=\{x\mid qx^2+px+1=0\}$，同时满足①$A\cap B\neq\varnothing$，②$A\cap \complement_{\mathbf{R}}B=\{-2\}$，$(p,q\neq0)$，求 p,q 的值.

【解析】 设 $x_0\in A$，则有 $x_0^2+px_0+q=0$，两端同除去 x_0^2，得 $1+p\dfrac{1}{x_0}+q\dfrac{1}{x_0^2}=0$，则 $\dfrac{1}{x_0}\in B$，∴ 集合 A,B 中元素互为倒数.

由 $A\cap B\neq\varnothing$，一定有 $x_0\in A$，使得 $\dfrac{1}{x_0}\in B$，且 $x_0=\dfrac{1}{x_0}$，∴$x_0=\pm1$.

又 $A\cap\complement_{\mathbf{R}}B=\{-2\}$，∴ $-2\in A$，∴ $A=\{1,-2\}$ 或 $\{-1,-2\}$.

由此得 $B=\left\{1,-\dfrac{1}{2}\right\}$ 或 $B=\left\{-1,-\dfrac{1}{2}\right\}$.

根据韦达定理 $\begin{cases}1+(-2)=-p\\1\times(-2)=q\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-1+(-2)=-p\\(-1)\times(-2)=q\end{cases}$ 得 $\begin{cases}p=1\\q=-2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}p=3\\q=2\end{cases}$

例 4. 已知集合 $A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x\mid x^2-ax+(a-1)=0\}$，$C=\{x\mid x^2$

$-mx+2=0\}$,且 $A\cup B=A$,$A\cap C=C$,求实数 a 的值和 m 的取值范围.

【解析】 由 $A\cup B=A$ 可知 $B\subseteq A$,由方程 $x^2-3x+2=0$ 得 $x=1$ 或 $x=2$,

$\therefore A=\{1,2\}$.

又方程 $x^2-ax+(a-1)=0$ 的两个根为 1 或 $a-1$,

$\therefore B$ 中的元素 $a-1$ 可能为 1 或 2.

当 $a-1=1$,即 $a=2$ 时,$B=\{1\}$;

当 $a-1=2$,即 $a=3$ 时,$B=\{1,2\}$.

所以 a 的值为 2 或 3.

又由 $A\cap C=C$ 可知 $C\subseteq A$.

那么 C 中的元素有 3 种可能性:

若方程 $x^2-mx+2=0$ 有两个不同的根 1 或 2 时,此时 $m=3$;

若方程 $x^2-mx+2=0$ 有两个相等根时,即 $\Delta=m^2-8=0$,$m=\pm2\sqrt{2}$,此时方程根为 $\sqrt{2}$,则 $C\nsubseteq A$,故 $m\neq\pm2\sqrt{2}$;

若方程 $x^2-mx+2=0$ 无实根,即 $\Delta=m^2-8<0$,$-2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$ 时,$C=\varnothing$,满足 $A\cap C=C$.

$\therefore m=3$ 或 $-2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$.

15. 含绝对值不等式的解法

一般地,不等式 $|x|<a(a>0)$ 的解集是 $\{x|-a<x<a\}$;

不等式 $|x|>a(a>0)$ 的解集是 $\{x|x>a$ 或 $x<-a\}$.

例 1. 若 $|x-1|+|x+1|>a$ 对任意实数 x 总成立,则 a 的取值范围是______.

【解析】 解法一:设 $y=|x-1|+|x+1|$,将其化成分段函数为

$$y=\begin{cases}2x & (x\geqslant1)\\ 2 & (-1<x<1)\\ -2x & (x\leqslant-1)\end{cases}\quad 其值域为\{y|y\geqslant2\}.$$

所以要使 $|x-1|+|x+1|>a$ 恒成立,则 $a<2$.

解法二:利用绝对值的性质 $|x-1|+|x+1|\geqslant|(x-1)-(x+1)|=2$.

所以要使 $|x-1|+|x+1|>a$ 恒成立,则 $a<2$.

例 2. 解不等式 $|x-|2x+1||>1$.

【解析】 原不等式化成(1)$x-|2x+1|>1$ 或(2)$x-|2x+1|<-1$.

由(1)得 $\begin{cases}2x+1\geqslant0\\ 2x+1<x-1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2x+1<0\\ -(2x+1)<x-1\end{cases}$