

数学教育博士文库

数 / 学 / 学 / 习 / 研 / 究 / 系 / 列

基于图式的 数学学习研究

Jiyu Tushi de
Shuxue Xuexi Yanjiu

王 兄 著

丛书主编◎王建磐 顾冷沅

基于图式的 数学学习研究

Jiyu Tushi de
Shuxue Xuexi Yanjiu

王 兄 著

丛书主编◎王建磐 顾冷沅



GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS

广西师范大学出版社

· 桂林 ·

图书在版编目(CIP)数据

基于图式的数学学习研究 / 王兄著. —桂林: 广西师范大学出版社, 2008.9

(数学教育博士文库. 数学学习研究系列 / 王建磐, 顾泠沅主编)

ISBN 978-7-5633-7732-9

I. 基… II. 王… III. 数学—学习方法—研究 IV. O1-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 135146 号

广西师范大学出版社出版发行

(广西桂林市中华路 22 号 邮政编码: 541001
网址: <http://www.bbtpress.com>)

出版人: 何林夏

全国新华书店经销

桂林漓江印刷厂印刷

(广西桂林市西清路 9 号 邮政编码: 541001)

开本: 720 mm × 960 mm 1/16

印张: 13.75 字数: 200 千字

2008 年 9 月第 1 版 2008 年 9 月第 1 次印刷

印数: 0 001~1 000 册 定价: 27.50 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与印刷厂联系调换。

主编的话

与西方发达国家相比,相对于一般教学论和普通教育学,学科教育的研究在我国还是薄弱的。早在1998年,时任华东师范大学校长的王建磐教授与我谈话,鉴于国内学科教育的特别紧迫性,他打算从数学开始,在全国率先开展学科教育博士研究生的培养工作,希望我与他共同担纲,赤诚之心令我折服。于是,我们聘请张奠宙、唐瑞芬两位学界前辈为顾问,另邀几位中年才俊为助手,翌年华东师大即正式设点招生。每年招收3人左右,2004年又有李士锜教授加盟招生,至今一共培养了20余名博士。再算上国内其他几所大学相继设点培养的数学教育博士,估计在全国不会超过百人。人数虽少,却是我国自己培养的新一代数学教育杰出人才的预备队伍,十分珍贵。当前,我国基础教育改革已经进入重要的攻坚阶段,学科教育与教师专业发展成为两大关键问题,备受世人瞩目。数学教育科学研究的春天已经到来。

华东师大数学教育博士的培养,隶属于课程与教学论专业,近10年来,始终坚持数学教育理论与实践相结合的方向。在共同培养指导博士生的过程中,我们逐步明确了如下三点认识:

第一,注重数学的学科属性和本质。数学教育研究,是以数学为载体的教育研究,离开了载体的研究至少是一种缺失。无论是研究教师的教还是学生的学,都要环绕数学教育的统领性观点,如数学的性质是什么,对中小學生来说什么是最有学习价值的数学知识,这些数学知识的核心概念及其联系如何把握等,由此抓住数学的本质属性和本质问题。博士生招生时,多年来我们坚持设置“近现代数学基础”这一必考科目,就是对数学作为基础的重视,强调数学教育研究的学科特性,摈弃“一般教育学+数学例子”式的研究,防止“去数学化”

的倾向,倡导从数学教育本身特点出发研究教育领域中的问题。

第二,注重以应用为目的的实证分析。数学教育研究,重视理论诠释与精致化发展,却要防止单纯从理论到理论的演绎。这几年的博士论文选题,逐渐偏重于中小学或大学数学教育中发现的问题,通过实证研究走自下而上的归纳路线,并且选题切口较小,便于深入。通过这种对实践保持“反应灵敏度”的研究导向,使博士论文在基础理论研究与实际应用研究两者之间找到了颇有活力的第三种方式,即以应用为目的的实证研究或理论分析,力图使这些论文在实践应用中发挥作用,让强调学术价值的理论研究在实践中占一席之地。

第三,注重国际视野下的本土特色。我国的数学教育,成就与问题同样都很突出,已经越来越多地受到国际教育界同行的广泛关注,国际数学教育不能没有中国数学教育,中国数学教育的现代发展离不开国际数学教育的影响。这几年的博士论文,常把选定的研究课题置于世界教育的视野之中,着重研究本土特色的数学教育问题,如青浦实验、双基问题、变式教学、数学教师行动学习等。论文的体例则逐步走向规范,大致呈现出研究问题—文献述评—方法与过程—研究结果—结论与建议等主要格局,便于国内外同行阅读、检讨与共享。

“数学教育博士文库”可以看成是华东师大数学教育博士培养部分成果的反映。有些博士论文已经独立发表,这里遴选的只是尚未发表的一部分论文,今天看来,仍有不少值得商榷的地方。但这些论文至少在研究导向上符合了上述三点中的某些方面,都是各位作者在数学教育研究历程中用心留下的一个脚印。期望他们的这些脚印,能够对我国基础教育改革背景下的数学教育研究在思路、方法和内容上起到一定的借鉴和参考作用。

需要说明的是,该文库的组编是由杨玉东博士具体负责的,我们同在上海市教育科学研究院工作。文库整体上计划出版“数学教师教育研究”、“数学学习研究”、“数学教学研究”和“数学课程研究”等若干系列,前两个系列即将付梓。文库编辑出版不求全,每个系列成熟一本出版一本。虽然由我做主编,但这些论文是华东师大多位导师集体指导的结果。

顾泠沅

2007年12月

写在前面的话

我国基础教育已经进入转型时期,即由应试教育跨向以创新精神和实践能力培养为核心的教育阶段。数学教育研究在这样的大潮流中也颇有作为。近年来,经过数学教育研究工作者的共同努力,数学教育研究取得了长足的进步。

人们达成的共识是,学习理论在数学教育中起着举足轻重的作用,正如李士锜先生在《PME:数学教育心理》一书引言中提及的那样,学习理论不仅可以用来指导实际教学,产生合理的教学途径,而且可以用来帮助数学教育工作者准确地理解大的教育方针、政策的转变,促进其数学观念的更新,而后者尤为关键。所以,有关数学学习理论与实践的研究在数学教育研究中具有特定的地位。

近年来,作者涉足图式理论并展开了一定规模的实证研究,从中深切地体悟到图式理论对数学学习的现实意义。在攻读博士学位期间,在导师顾泠沅先生高屋建瓴的指导下,作者对图式理论的认识得到进一步的提升,并形成了明确的研究方向。针对我国数学教学现状,作者期望图式理论能为现状的改善提供理论支持和实践指导,并在此基础上进行实践尝试。

本书是在博士论文的基础上修改成稿的,主要分为两部分:一部分是关于图式理论的相关理论与实践研究,包括近来的一些相关研究;另一部分是作者博士论文的主要成果。

本书出版得到了广西师范大学出版社孙杰远教授的大力支持,在此表示由

衷的感谢。广西师范大学出版社为本书的出版做了大量的工作,对他们的辛勤付出,作者表示最诚挚的谢意。

本研究可以说是作者所做的一些尝试,不妥之处在所难免,恳请各位同仁不吝赐教。

上篇 理论形态下的图式理解

第一章 图式理论:概念与意义	3
一、图式理论的理论渊源	3
二、现代图式理论	9
第二章 图式理论:相关研究及评论	22
一、国内的相关研究及评论	22
二、国外的相关研究及评论	23
第三章 问题图式:概念与意义	29
一、问题图式的理解	29
二、问题图式的意义	35
第四章 表象图式:概念与意义	51
一、表象图式的理解	51
二、表象图式的意义	55

下篇 实践意义下的图式识解

第五章 图式理论:教学实践研究的逻辑起点	61
一、问题提出的背景	61
二、基于图式的数学学习研究的问题和研究方法	62

三、基于图式的数学学习研究意义	63
第六章 图式在数学学习中的建构	72
一、引言	72
二、比和比例推理	74
三、研究的目的	76
四、研究对象	76
五、研究方法	77
六、研究结果	78
七、结论	84
第七章 图式与数学问题解决	86
一、问题提出	86
二、测验拟定思考	86
三、被试	88
四、测验程序	89
五、测验数据的统计分析	90
六、结果	90
七、结论和讨论	93
八、研究结果的教学意义	95
第八章 数学知识的“图式”分析	96
一、“图式”厘定的支架	97
二、“图式”的厘定	102
三、“图式”的意义	104
四、“图式”的作用	109
五、“图式”的编制	110
六、“图式”建构的方式	110
七、实现“图式”教学的途径	115
八、“图式”教学的应用工具举隅	115
九、关于“图式”运用的几点建议	118

第九章 “图式”教学研究(一)	120
一、应用题中的概念性理解	120
二、两步计算应用题的“图式”分析	125
三、研究的目的	131
四、研究方法	132
五、研究结果	135
六、讨论	139
七、研究结果的实践意义	140
第十章 “图式”教学研究(二)	141
一、问题提出	141
二、研究方法	142
三、结果	143
四、结论与讨论	164
第十一章 研究结果的总结、反思及进一步研究的建议	166
一、研究结果的总结	166
二、研究结果的反思及进一步研究的建议	168
附录 1	170
附录 2	177
附录 3	178
参考文献	187

理论形态下的图式理解

LILUN XINGTAI XIA DE TUSHI LIJIE

上篇

第一章 图式理论：概念与意义

一、图式理论的理论渊源

图式(schema)是认知心理学研究的一个重要方面。美国认知心理学家鲁梅哈特(Rumelhart)指出,图式概念是认知科学的重要概念之一。

从心理学发展史来看,不同时期的心理学家从不同的角度和侧面对图式进行了探索。

(一)图式概念的形成

对于图式本质意义的认识要追溯其哲学渊源。

图式概念来源于柏拉图的“理念论”,他从客观唯心主义的角度阐述人类认识活动,其“理念”(eidos idea)强调的是心灵的眼睛看到的東西,一类事物有一个理念,许多事物就有许多理念。理念实际上就是概念,是对事物的一般抽象。柏拉图把理念作为“单个的存在物”,即理智的对象。柏拉图把理念纳入他的哲学体系之后,进一步规定理念是由一种特殊性质所表明的类(张传开等,2003),并且主张理念与个别事物相分离,概念是原型,事物是摹本,即客观事物来源于柏拉图所谓的理念世界,人们是通过理念来认识世界的。正如伊林科夫所说:“观念映象作为一种外部给定的形式图式统治着个体的意识和意志……”

图式的概念最早是由康德(1957)提出来的。“图式说”(schematismus)是

其先验认识论的重要组成成分,是联系其感性直观(对象)和知性(纯粹化概念或范畴)的中介和桥梁。他的“图式说”的直接目的是解决范畴的时间化,从而为科学知识的整体性提出一个原理的体系。在这一原理体系中,知性的一切可能环节、每一范畴的特殊使用以及相互关系都得到实现。“图式说”同时还对直观与概念两个要素的统一进行了开创性的探索,两者的统一是近代认识论史上一个崭新的问题。在康德的思想中,直观与概念是不同质的,而知识又是两者的统一。他一贯主张:直观无概念则盲;概念无直观则空;经验是由直观做成的,经验也是由概念做成的。既然两者是不同质的统一,那就需要一个中介,使两者在同一结构中统一起来,图式就是实现两者统一所需要的中介(周贵莲,1994)。另外,图式除了具有中介或桥梁的使命之外,也证实了主观能动性这一为人类思维所具有的特有属性。从理论来源上来看,“图式说”本身或多或少地受到了柏拉图“理念论”的影响,只不过康德抛弃了柏氏理论中的实体概念,专门论述并发展了其抽象概念,特别是关于“概念是原型,事物是摹本”的思想。“图式说”不仅分析了认识论上颇有意义的问题,而且在一定角度也涉及了心理学所感兴趣的问题,即图式是不是具体的感觉表象和具有普遍性的范畴相联结时的心理活动的中间环节,如果是的话,那么其中所蕴含的一系列涉及认识论和心理学方面的问题,就会吸引人们从相应的角度去思考。所以说,康德对图式的提出、分析和说明,是理解发生认识论、现代认知心理学中有关范畴术语和基本理论的经典参考资料。

巴特利特(Bartlett,1932)正式提出了心理学意义上的“图式”概念。他认为图式是“过去反应或过去经验的一种积极组织,这种组织必然对具有良好适应性的机体的反应产生影响”,“图式涉及对过去的反应或过去的经验予以一种积极的组织,这些过去的反应或过去的经验被假定在任何一种充分适应的有机体反应中起作用。这就是说,无论何时,都存在一种行为的顺序或规律,一种特殊的反应仅仅是因为它和其他相似的且已被系列组织的反应有联系才有可能发生。但是,图式并非单纯地作为一个接一个的单个成分在起作用,而是作为一个组块(mass)在起作用。图式的决定作用是所有方法中最根本的”。(巴特利

特著. 黎炜译, 1998)

(二) 图式理论的形成

在近代心理学史上,最早在一般理论高度上重视图式的是格式塔心理学。格式塔心理学受康德图式理论的影响,排斥经验的作用而强调所谓完形的作用。它的所谓完形是指人的心理的一种整体组织结构,这种心理组织结构就是一种图式。格式塔心理学的这种心理组织也带有先验论的性质,而且在利用这种结构解释客体时仅仅停留在一般的描述上。

瑞士著名的心理学家皮亚杰(1981)十分重视图式概念。他认为“图式是指动作的结构或组织”。同化和顺应是皮亚杰图式理论的两个重要概念。同化就是把外界的信息纳入原有图式,使图式不断扩大。顺应就是当环境发生变化时,原有图式不能再同化新的信息,而必须经过调整建立新的图式。用皮亚杰的话来说,“刺激输入的过滤或改变叫做同化;内部图式的改变以适应现实叫做顺应”(皮亚杰,1981)。通过图式的同化作用,已有的图式在量上得到丰富和扩大;通过顺应的作用,图式可以发生质的变化。同化和顺应 in 图式的建构中是相互联系、相互制约、不可分割的。只有通过图式的同化作用,才能发现已有图式不能适应新情况,才能了解对图式作何种调整和改造。因此,没有同化就不会有顺应。自然,也只有经过顺应的作用,才能使图式更新,从而创造出新的图式。这时,同化才能在更高更新的水平上进行。皮亚杰的图式理论虽然也受到康德主义的影响,但他的图式理论已有了崭新的结论和丰富的内容。皮亚杰指出:“认识的获得必须用一个将结构主义和建构主义紧密地联结在一起的理论来说明,也就是说,每一个结构都是心理发生的结果,而心理发生就是从一个较初级的结构过渡到一个不那么初级的(或较复杂的)结构。”(皮亚杰,1981)

根据皮亚杰的看法,可以把人的智力发展分为四个阶段,即感知运动阶段(0~2岁)、前运算阶段(2~7岁)、具体运算阶段(7~11岁、12岁)和形式运算阶段(11岁、12岁以后)。由于同化和顺应的作用,在每一阶段都会形成相应图式,即感知运动图式、表象图式、具体思维图式和形式思维图式,后一图式往往源于前一图式,是前一图式的分化和发展。这些图式标志着不同发展阶段儿童

认知模式的质的差异。

下面具体谈谈儿童智力发展过程中形成的四种图式。

在感知运动阶段,主体图式在遗传图式的基础上逐步发展为第一图式、第二图式和第三图式。儿童出生后经过非常短暂的先天反射阶段后就开始形成后天的图式。

在前运算阶段,儿童发展了运用符号功能的能力,开始选择和形成表象图式。

在具体运算阶段,儿童的图式有了进一步发展,表现在认知运算有了守恒性和可逆性上。但是,这一阶段儿童的认知运算还没有同具体情境相脱离。具体运算形成的图式比以前的结构或系统有了较大的扩展,但仍带有片面性。

在形式运算阶段,图式已摆脱具体事物的限制,可以利用各种命题进行逻辑推理(皮亚杰,1981)。

总之,皮亚杰完整系统地描述了图式发展阶段并建构了基本框架,指出了图式从低级水平到高级水平发展的总趋势,探讨了个体图式发展的重要机制——同化和顺应。这些理论对我们探讨图式发展具有巨大的启发作用,但其理论也存在一定的缺陷。皮亚杰认为图式来源于一般动作协调,而忽视社会和教育的作用,这无疑是皮亚杰的图式理论的一个重要缺陷。不可否认,皮亚杰的发生认识论也承认社会经验是心理发展的一个必需而重要的因素,但从整体上来说,他对社会因素对儿童认识发生发展的重要作用估计不足。皮亚杰认为认知图式是动作协调的产物,强调了动作和活动的作用,但忽视了社会因素的制约作用,所以他的活动论不可能科学地解释图式的发生和发展。他强调在图式发展过程中同化、顺应的平衡作用的重要性,认为自我调节的平衡作用具有头等重要意义,尽管他也强调认知来源于主客体的相互作用,但对社会实践的重要作用相对忽视,所以他的图式理论不是建立在科学的实践观和历史观的基础上,存在着一定程度的生物学化倾向。但总的来说,对于图式理论的形成,皮亚杰的图式理论可以说是具有里程碑的作用。

(三) 图式理论的发展

现代图式理论是在汲取行为学派和认知学派优点的基础上,又在信息科学、计算机科学的发展以及心理学关于表征研究的基础上,于20世纪70年代中后期产生的,它的主要代表人物是鲁梅哈特、明斯基(Minsky)和安德森等。鲁梅哈特(Rumelhart,1984)认为:“图式就是表征存储在记忆中的一般概念的资料结构。”根据明斯基的观点,一个图式,既是一个结构,又是一个加工者,是以知识经验为内容并具有认知功能的心理结构。安德森认为图式就是一种抽象的、完善建构好的结构。更具有总结性的观点是维特罗克(Wittrock)所提出的。维特罗克在20世纪70年代提出了人类学习的生成模式(如图1-1所示),学习的生成过程就是学习者原有的认知结构即头脑中已有的知识和信息加工认知策略对外界刺激(新知识)进行主动的选择、注意信息以及主动的建构信息意义的过程。在此基础上,他提出图式是知识的框架和结构,是记忆中表征知识各个要素相互联系、相互作用所形成的具有一定心理结构的网络。到了80年代初,心理学开始了对信息加工的并行性质、单元分布表征和分布控制的研究。

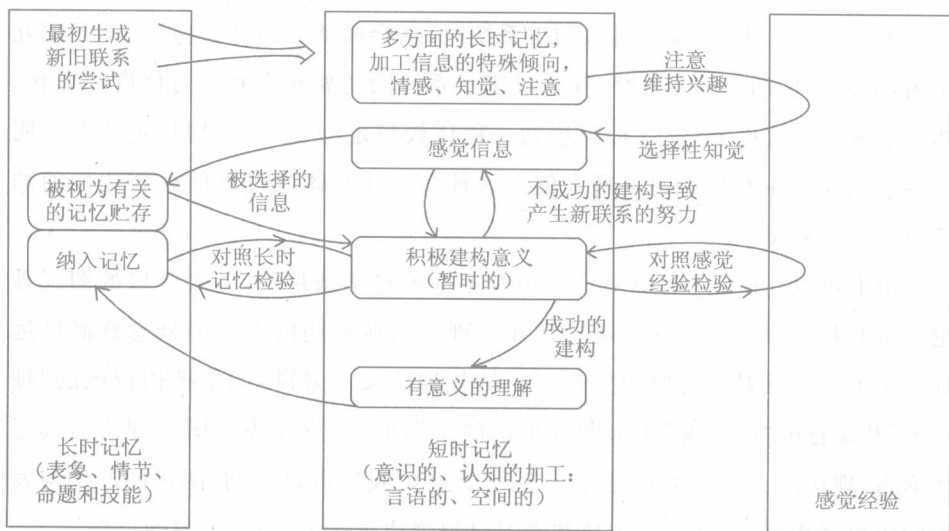


图 1-1 生成学习模式

资料来源:邵瑞珍,2001.