



中国原子能科学研究院科学技术丛书

核反应理论

王书暖 编著



原子能出版社

中国原子能科学研究院科学技术丛书

核 反 应 理 论

王书暖 编著

原 子 能 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

核反应理论/王书暖编著. —北京:原子能出版社,2007.12

(中国原子能科学研究院科学技术丛书)

ISBN 978-7-5022-4055-4

I. 核… II. 王… III. 核反应—理论 IV. 0571.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 183608 号

内 容 简 介

本书较系统地介绍了从核反应基础理论到国内外近期发展的相关知识和经验,一定程度上反映了中国原子能科学研究院在核反应理论基础和应用基础研究方面的科研成果。全书共分九章,第一章至第六章介绍了核反应过程的各种散射理论和近似的模型理论。散射理论包括:S 矩阵理论(或 U 矩阵理论)、T 矩阵及其应用、R 矩阵理论等。各种近似的模型理论包括:光学模型、耦合道光学模型、复合核反应理论(蒸发模型、Hauser-Feshbach 理论及宽度涨落修正、共振反应、能级密度等)、预平衡反应理论(唯象激子模型和量子力学机制下的多步直接和多步复合核统计理论)、直接反应理论(耦合道方法、DWBA 方法及其对非弹、敲出、削裂、双粒子转移反应的描述等、处理直接反应的其他近似方法(绝热近似、冲量近似、强耦合近似等))。第七章至第八章介绍了裂变和重离子反应理论。第九章简要介绍了计算核物理(核反应部分)及相关程序等。

本书是核工业研究生部核反应理论多年教学用书,也曾是作者为伊朗设拉子大学博士生的教授用书。本书可供理论和实验核物理科研工作者和相应学科研究生使用,同时也可作为其他相关学科研究生的参考书。

核反应理论

出版发行 原子能出版社(北京市海淀区阜成路 43 号 100037)

责任编辑 张铄清 谭 俊

责任校对 徐淑惠

责任印制 丁怀兰

印 刷 保定市中国画美凯印刷有限公司

经 销 全国新华书店

开 本 787 mm×1092 mm 1/16

印 张 26.25

字 数 497 千字

版 次 2007 年 12 月第 1 版 2007 年 12 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5022-4055-4

印 数 1—2500 定 价 88.00 元

《中国原子能科学研究院科学技术丛书》

出版委员会

主 任 赵志祥

副主任 舒卫国 柳卫平

委 员 (按姓氏笔画为序)

万 钢	王 楠	王阿凤	王国保	尹忠红	石永康
叶宏生	叶国安	刘森林	许谨诚	李林虎	李和香
李树源	杨丙凡	杨河涛	张昌明	张和平	张锦荣
张静波	陈建欣	邵焕会	罗志福	赵崇德	姜兴东
夏海鸿	强家华	薛小刚			

编审委员会

顾 问 (按姓氏笔画为序)

王乃彦	王方定	方守贤	阮可强	汪德熙	张焕乔
周永茂	钱绍钧	黄胜年	樊明武		

主 任 赵志祥

副主任 柳卫平 许谨诚

委 员 (按姓氏笔画为序)

勾 成	卢玉楷	叶国安	吕忠诚	朱升云	刘一兵
关遐令	李吉根	杨启法	肖雪夫	张万昌	张天爵
张先业	张伟国	张应超	陈玉宙	陈永寿	陈钟麟
范显华	林灿生	罗上庚	罗志福	竺礼华	金小海
金华晋	周祖英	单玉生	姜 山	贺佑丰	袁履正
顾忠茂	党淑琴	徐 铎	浦胜娣	容超凡	谢建伦
裴鹿成					

办公室

主 任 尹忠红

副主任 李来霞

成 员 (按姓氏笔画为序)

马英霞	王丽英	王宝金	伍险峰	张小庆	竺 琳
韩翠娥					

《中国原子能科学研究院科学技术丛书》

编辑工作委员会

主 任 侯惠群

副主任 杨树录

委 员 (按姓氏笔画为序)

丁怀兰 李 宁 李盈安 杨树录 张 辉 张关铭
张铎清 赵守林 赵志军 侯惠群 黄厚坤

编辑工作小组

组 长 杨树录

副组长 张铎清 赵志军

成 员 (按姓氏笔画为序)

丁怀兰 李 宁 杨树录 张铎清 赵志军

总 序

中国原子能科学研究院创建于1950年,是我国核科学技术的发祥地和先导性、基础性、前瞻性的综合性核科学技术研究基地。

在党中央和上级部门的关怀和指导下,中国原子能科学研究院为我国的国防建设、国民经济建设和核科学技术的发展做出了重要贡献,造就了7位“两弹一星”功勋科学家和60多位两院院士,培养了大批科技人才,在核物理、核化学与放射化学、反应堆工程技术、加速器工程技术、同位素技术、核电子学与核探测技术、辐射防护、放射性计量等学科形成了自己的特色和优势,并拥有核科学与技术 and 物理学两个一级学科硕士、博士学位授予权。

为了系统地总结原子能院在核科学技术相关优势学科积累的知识和经验,吸收和借鉴国内外核科学技术最新成果,促进我国核科技事业的发展,我院决定组织出版《中国原子能科学研究院科学技术丛书》,并选定王淦昌、肖伦、丁大钊、王乃彦、阮可强等院士编著的《惯性约束核聚变》、《放射性同位素技术》、《中子物理学——原理、方法与应用》、《新兴的强激光》、《核临界安全》5本专著首批出版,今后还将组织撰写更多的学术专著纳入本丛书系列。

谨以此套丛书献给为我国核科技事业献身的人们!

《中国原子能科学研究院科学技术丛书》出版委员会

2005年9月1日

前 言

原子核反应是一个复杂的过程。从量子力学的观点看,核反应的复杂过程是一个广义的散射或碰撞问题,原则上可以通过求解薛定谔方程来描述核反应过程。而实际上这类问题能够严格计算的非常有限。原子核反应理论,概括地讲是对这种碰撞或散射问题的多种近似描述。研究核反应现象的主要目的是通过核反应来了解原子核的基本性质、结构特征和核反应机制,揭示反应过程的物理规律、发生反应的概率及产物运动学与状态参数等。实验核物理研究是核理论的建立与不断发展的基础。反过来,实验观察的核反应现象往往又要通过理论分析获得关于核结构或核反应机制方面深入的知识与量化信息。因此,核反应理论研究具有特别重要的意义。本书第一章介绍核反应理论的主要内容、研究目的、方法和特点和核反应中的守恒定律和基本物理量。第二章介绍核反应中常用的散射理论。多年来在理论与实验密切结合的基础上,人们对于轻粒子($A \leq 4$)低能核反应机制已经有了一个比较全面、系统的了解,建立了相应的近似方法和模型理论。这些近似方法和模型理论将在第三至第六章的光学模型、复合核反应和共振现象、预平衡衰变和直接反应中分别介绍。裂变和重离子反应涉及到原子核的大形变集体运动,这是核多体理论中最为困难的部分,迄今缺乏比较成熟的理论,相关问题将在第七章裂变理论和第八章重离子反应理论中介绍。上述模型理论虽然从物理图像上看是简单明了的,但在具体应用中的数学计算却往往又是十分复杂的。随着核科学和工程发展的需要,有关计算核物理的学科也有很大发展,研制了不少具有实际应用价值的核反应模型理论的标准计算程序并已形成核模型程序库和核模型参数库。这些有关内容将在第九章简要介绍。

本书较系统地介绍核反应基础理论和国内外近期发展的相关知识和经验,在一定的程度上反映了中国原子能科学研究院在核反应理论基

础和应用基础研究方面的科研成果。本书是核工业研究生部核反应理论多年教学用书,也曾是作者为伊朗设拉子大学博士生教授用书。本书可供理论和实验核物理科研工作者和相应学科研究生使用,同时也可作为其他相关学科研究生的参考书。

作者 1965 年毕业于兰州大学现代物理系理论核物理专业,师从于徐躬耦教授等。参加工作后在中国原子能科学研究院金星南教授和卓益忠教授指导下,一直从事核反应理论基础和应用基础研究及其在核数据理论计算中的应用工作。本书是作者多年工作和学习的积累和总结。

在书稿的撰写和出版过程中,张本爱和陈宝秋研究员审阅了全书并提出了宝贵意见。同时,得到了赵志祥院长的关心和支持;得到了中国核数据中心、核工业研究生院和原子能出版社的大力支持。在此谨一并表示诚挚的谢意。

由于本人水平有限,书中疏漏或不妥之处在所难免,敬请读者与同行不吝赐教,批评指正。

作者

2007 年 11 月 26 日

目 录

第一章 绪 论	(1)
第一节 引言	(1)
第二节 核反应中的守恒定律和基本物理量	(3)
第三节 质心系和实验室系	(11)
参考文献	(12)
第二章 核反应过程的散射理论	(13)
第一节 中心力场下的两体散射、分波法	(13)
第二节 有库仑场和自旋轨道耦合势的散射	(24)
第三节 玻恩近似	(28)
第四节 S 矩阵理论	(30)
第五节 T 矩阵及其应用	(66)
参考文献	(70)
第三章 光学模型	(71)
第一节 核反应机制的一般分类、S 矩阵和各种平均截面的关系	(71)
第二节 光学模型	(76)
第三节 唯象光学势形式及参数	(82)
第四节 光学模型截面计算、应用及与实验的比较	(97)
第五节 光学模型理论	(110)
第六节 耦合道光学模型	(118)
参考文献	(119)
第四章 复合核反应	(121)
第一节 复合核基本假定、传输系数	(121)
第二节 蒸发模型	(124)
第三节 Hauser-Feshbach 理论和宽度涨落修正	(128)
第四节 原子核能级密度问题	(139)
第五节 R 矩阵理论	(166)
第六节 核反应共振理论	(176)
参考文献	(180)

第五章 预平衡反应理论	(182)
第一节 引言	(182)
第二节 主方程简化解和能谱计算	(188)
第三节 推广主方程精确闭合形式解和双微分截面、能谱、角分布计算	(191)
第四节 激子态密度、跃迁速率和发射速率	(201)
第五节 激子模型适用条件及其在核数据理论计算中的应用	(208)
第六节 激子模型理论研究的主要进展	(210)
第七节 量子多步过程理论	(237)
参考文献	(251)
第六章 直接反应	(254)
第一节 直接反应机制的基本特征和研究概况	(254)
第二节 耦合道方法	(256)
第三节 DWBA 方法	(277)
第四节 DWBA 方法对非弹、敲出、削裂几个直接反应实例的应用及理论改进	(280)
第五节 双粒子转移反应	(287)
第六节 处理直接反应的其他近似方法(冲击近似、绝热近似、耦合道 Born 近似(CCBA)、耦合反应道(CRC)理论)	(299)
参考文献	(307)
第七章 裂变理论	(309)
第一节 裂变现象概述	(309)
第二节 原子核的位能曲面、液滴模型和对、壳修正	(310)
第三节 裂变概率、Bohr 裂变道理论	(315)
第四节 双峰位垒裂变概率的计算及第 I, II 能阱的耦合效应	(316)
第五节 获得裂变位垒参数的途径和方法	(324)
第六节 裂变的模型理论	(327)
参考文献	(341)
第八章 重离子反应理论	(343)
第一节 重离子反应的一般特征	(343)
第二节 弹性散射	(346)
第三节 非弹性散射和少数核子转移反应	(357)
第四节 深度非弹性散射	(361)

第五节 熔合反应·····	(380)
参考文献·····	(386)
第九章 计算核物理(核反应部分)简介 ·····	(387)
第一节 计算核物理(核反应部分)及相关程序内容简介·····	(387)
第二节 散裂反应模型和轻核反应理论·····	(403)
第三节 关于研究和理解远离 β 稳定线核素的结构和特征以及相应 核反应机制和模型参数特殊性的课题·····	(405)
第四节 关于新能源的研究——受控热核聚变·····	(405)
参考文献·····	(407)

第一章 绪 论

第一节 引 言

本节介绍核反应理论的主要内容、研究目的、方法和特点。

原子核理论研究包括：(1) 核力研究，这是研究核结构和反应的理论基础。(2) 核结构研究，其关键的内容是核力性质和核多体理论方法。(3) 原子核的反应，分为以下两种类型：① 无需人为的激发而发生原子核变化，称为原子核的衰变。如原子核与电磁场相互作用发生 γ 衰变；原子核与电子-中微子场作用发生 β 衰变；原子核的核力和库仑力作用而发生 α 衰变和自发裂变等。② 用人为的方法产生原子核的变化，称为原子核反应。如带电粒子、中子、 γ 光子等轰击靶核引起的核反应；原子核的裂变、聚变、重离子反应等。总之，核反应是在人们控制条件下所进行的预期的原子核的变化。

通常的核反应是用具有一定能量的粒子流轰击靶原子核，由于入射粒子与靶核之间的相互作用而引起核反应。实现原子核反应的基本途径是利用放射源产生入射束流；利用宇宙射线照射；利用加速器和反应堆等。入射粒子 a 与靶核 A 碰撞，产生出射粒子 b 和剩余核 B 的核反应可写为

$$a + A \rightarrow b + B \quad \text{或} \quad A(a, b)B$$

这类反应叫二体反应。当入射粒子的能量较高时，反应中可同时产生三个或多个粒子，这种反应称为三体或多体散裂反应。如果入射粒子的速度接近于光速时（高能核反应）必须考虑相对论效应。本书所讨论的核反应理论适用的能量都不太高，主要适用于非相对论的二体反应。

当入射粒子与原子核发生碰撞时，由于它们之间的相互作用可发生多种类型的核反应，例如

$$\begin{aligned} a + A &\rightarrow A + a && (\text{弹性散射}) \\ A^* + a' &&& (\text{非弹性散射}) \\ C + \hbar\omega &&& (\text{辐射俘获}) \\ B + b &&& (\text{其他}) \end{aligned}$$

原子核的碰撞或核反应是一个复杂的过程，由于核子间的强烈作用，在碰撞的时候已不能区分入射粒子和靶核，也不能区分发射粒子和剩余核，而必须把它们看成一个系统。但是由于核力是短程力，碰撞前、后粒子和原子核处在没有核力作用

(可能有库仑力)的自由运动状态。如不计质心的运动,则只需考虑它们之间的相对运动状态。因此可以说原子核的碰撞或核反应就是由这样一种初始的相对运动状态向碰撞后的那样一种相对运动状态变化的过程。这类问题的严格计算非常有限,因此原子核反应理论,概括地讲,也就是对这种散射问题的多种近似描述。

一种可能的相对运动状态称为一个反应道。确定可能的反应道必须知道:做相对运动的粒子是什么粒子?它们处在何种状态(包括自旋和宇称)?这些描写了粒子的内部性质。还必须知道在此内部性质下其相对运动的状态如何(包括道自旋(如是 lS 耦合情况)、相对运动轨道角动量、总角动量及其磁量子数、相对运动能量)?这些描写了粒子的相对运动性质。

以 C 表示一个反应道,即定义记号 $C = [\alpha l S J M k_\alpha]$ 。其中 $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2]$ 表示相对运动的两个粒子及一切内在性质; l 表示 α_1, α_2 的相对运动轨道角动量; S 为道自旋, $S = I_1 + I_2$, I_1 和 I_2 分别为 α_1, α_2 的自旋; J 为总角动量, $J = l + S$ (lS 耦合下); M 为总角动量的磁量子数; k_α 为 α_1, α_2 的相对运动动量的波数, $k_\alpha = \sqrt{\frac{2\mu E_\alpha}{\hbar^2}}$, E_α 为 α_1, α_2 的相对运动动能, μ 为 α_1, α_2 质心系中的折合质量。

研究核反应现象的主要目的是通过核反应来了解原子核的基本性质、结构特征和核反应机制,揭示反应过程的物理规律、发生反应的概率及产物运动学与状态参数等。实验核物理研究是核理论的建立与不断发展的基础。反过来,实验观察的核反应现象往往又要通过理论分析才能获得关于核结构或核反应机制方面深入的知识与量化信息。因此,核反应的理论研究具有特别重要的意义。从量子力学的观点看,核反应的复杂过程是一个广义的散射或碰撞问题,原则上我们可以通过求解定态薛定谔方程来描述核反应过程。第二章将介绍核反应中常用的散射理论。实际上这类问题能够严格计算的非常有限。多年来在理论与实验密切结合的基础上,人们对于轻粒子($A \leq 4$)低能核反应机制已经有了一个比较全面、系统的了解。这些近似方法的模型理论将在第三至第六章的光学模型、复合核反应和共振现象、预平衡衰变和直接反应中分别介绍。上述模型理论虽然从物理图像上看是简单明了的,但在实际的具体应用中的数学计算却往往又是十分复杂的。随着核科学和工程发展的需要,有关计算核物理的学科也有很大发展。研制了不少具有实际应用价值的核反应模型理论的标准计算程序并已形成核模型程序库和核模型参数库。这些有关内容将在第九章简要介绍。裂变和重离子反应涉及到原子核的大形变集体运动,这是核多体理论中最为困难的部分,迄今缺乏比较成熟的理论,相关问题将在第七章裂变理论和第八章重离子反应理论中简要介绍。

第二节 核反应中的守恒定律和基本物理量^[1]

核反应中的守恒定律给出了一些反应可能发生的选择定则。

一、能量守恒

在入射道,当入射粒子 a 与靶核 A 相距很远时,它们之间没有相互作用,总能量是它们的相对运动动能 ϵ_a 及它们的内能之和(质心系)。有

$$E = E_a + E_A + \epsilon_a \quad (1)$$

这里, E_a, E_A 分别为入射粒子和靶核的内能。

反应后,在某一确定的出射道,出射粒子为 b ,剩余核为 B 。当它们分开很远时,总能量 E 同样是它们相对运动动能 ϵ_b 及它们的内能之和(质心系)。有

$$E = E_b + E_B + \epsilon_b \quad (2)$$

这里 E_b, E_B 分别为出射粒子和剩余核的内能。

$$\text{令} \quad Q = E_a + E_A - E_b - E_B \quad (3)$$

完成(1)–(2),并利用(3),则有 $\epsilon_b = \epsilon_a + Q$

Q 称为反应能。

当 $Q > 0$ 时,称为放热反应。

当 $Q < 0$ 时,称为吸热反应。只有当 $\epsilon_a > -Q$ 时吸热反应才为能量守恒所允许,这时最小的 $\epsilon_a = -Q$ 的值称为吸热反应的阈能。

如以 m_a, m_A, m_b, m_B 分别表示入射粒子、靶核、出射粒子和剩余核的质量,并假定反应前后所有粒子都处于基态,则利用质能关系 Q 又可写为:

$$Q = (m_a + m_A)c^2 - (m_b + m_B)c^2$$

反应能 Q 还可利用反应前后入射粒子和出射粒子分别相对于体系 $a+A$ 和 $b+B$ 的结合能 B_{aA}, B_{bB} 之差来表示,即有

$$Q = B_{aA} - B_{bB}$$

这里显然有

$$B_{aA} > B_{bB} \text{ 时, } Q > 0, \text{ 放热反应。}$$

$$B_{aA} < B_{bB} \text{ 时, } Q < 0, \text{ 吸热反应。}$$

量子力学中泊松括号定义为

$$[\hat{G}\hat{K}] = \frac{1}{i\hbar}[\hat{G}\hat{K} - \hat{K}\hat{G}]$$

任一算符 $\hat{F}$ 的时间全微商可写为

$$\frac{d\hat{F}}{dt} = \frac{\partial \hat{F}}{\partial t} + \frac{1}{i\hbar}[\hat{F}\hat{H} - \hat{H}\hat{F}]$$

这里, $\hat{H}$ 为系统的哈密顿量算符, 并有

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{U}(r)$$

这里, $\hat{T}$ 为动能算符; $\hat{U}(r)$ 为位能算符。

$$\hat{T} = \frac{\hat{p}^2}{2\mu} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \quad (\hat{p} = -i\hbar \nabla)$$

如果 $\frac{d\hat{F}}{dt} = 0$, 则 $\hat{F}$ 所表示的力学量为运动积分。运动积分在任一状态中的平均值不随时间变化, 即有 $\frac{d\bar{F}}{dt} = 0$ 。如果算符 $\hat{F}$ 不显含时间, 则 $\hat{F}$ 为运动积分的条件是算符 $\hat{F}$ 和 $\hat{H}$ 的泊松括号等于零, 即有 $[\hat{F}\hat{H}] = 0$, 也即 $\hat{F}$ 和 $\hat{H}$ 可以对易。可见, 如体系 $\hat{H}$ 不显含时间, 则有 $\frac{\partial \hat{H}}{\partial t} = 0$; $[\hat{H}\hat{H} - \hat{H}\hat{H}] = 0$, 即 $\frac{d\hat{H}}{dt} = 0$ 。因此体系的能量是运动积分。这即是量子力学中的能量守恒定律, 即反应前后系统的总能量不变。能量守恒定律是与以时间均匀对称性所保证的系统哈密顿量对于时间平移不变性相联系着的。

在讨论能量守恒时, 我们用到了爱因斯坦狭义相对论的质能关系 $E = mc^2$, 这说明物质的总能量相当于其质量乘以光速的平方, 并表明能量和质量可以互相转换, 而光速是恒定不变的常数。这一公式是爱因斯坦 1905 年发表狭义相对论时提出的, 被认为是狭义相对论的基础, 也奠定了新的时空观。2005 年底美国国家标准技术研究所和麻省理工学院的物理学家在“NATURE, Vol. 438, 22-29, Dec. 2005, BRIEF COMMUNICATIONS”上发表了题目为“A direct test of $E = mc^2$ ”的文章^[2], 给出了迄今最为直接、最为精确的实验来证明爱因斯坦狭义相对论的质能公式。这一实验的原理是利用了一个核反应的过程: 按照质能公式, 当一个原子核捕获一个新的中子, 它的质量就会变成原先原子核和中子的质量和, 再考虑到这一过程的中子结合能和所放出的 γ 射线的能量以及原子核被碰撞后的反冲能。因此, 只要分别测出原子核被中子轰击前后质量的变化以及轰击期间放出的能量, 然后进行比较, 就可以验证质能公式是否正确。他们的测量结果表明: mc^2 与能量 E 的差异大约为千万分之四。这足以证明质能公式的正确性。因此美国的科学家在论文中称这是迄今为止爱因斯坦狭义相对论的质能关系 $E = mc^2$ 最为精确的直接实验验证, 比此前的验证精度高了 55 倍。在爱因斯坦狭义相对论中, 光速不变与相对性原理是其基本假定, 也是现代物理学的基础, 光子静止质量

等于零也是这两个假定的必然结论。现有的 Maxwell 电磁理论和量子电动力学都是建立在光子静止质量等于零的基本假定之上,而电磁相互作用也是通过零静止质量的光子来传播的。当然这也是 γ 引起的光核反应和核反应中有关 γ 发射的理论基础。因此一个高精度的检验光子静止质量的实验,无论是肯定还是否定的结果都具有重要的科学意义。从至今的实验检验看并没有证实光子具有静止质量,所有实验均是给出光子静止质量的上限。至 2003 的实验结果,光子静止质量不大于 $1.2 \times 10^{-51} \text{ g}$ 并有望达到不大于 10^{-52} g 水平^[3]。

二、角动量守恒

中心力场中系统的哈密顿量写为

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{U}(r)$$

在球极坐标中,动能算符 $\hat{T}$ 可写为

$$\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2\mu r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\hat{L}^2}{2\mu r^2}$$

其中, $\hat{L}^2$ 为角动量平方算符,在球极坐标中写为

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2 \left[\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial\phi^2} \right]$$

动能算符中的第一项可理解为径向运动动能算符,第二项可理解为垂直径向运动的动能算符。

在球极坐标中, $\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$ 可分别写为

$$\begin{aligned}\hat{L}_x &= i\hbar \left(\sin\phi \frac{\partial}{\partial\theta} + \text{ctg}\theta \cos\phi \frac{\partial}{\partial\phi} \right) \\ \hat{L}_y &= -i\hbar \left(\cos\phi \frac{\partial}{\partial\theta} - \text{ctg}\theta \sin\phi \frac{\partial}{\partial\phi} \right) \\ \hat{L}_z &= -i\hbar \frac{\partial}{\partial\phi}\end{aligned}$$

可见 $\hat{L}^2, \hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$ 只与变量 θ, ϕ 有关,而与 r 无关。因而这些角动量算符与 r 的函数是可对易的。故得 $\hat{L}^2$ 与中心力场情况下的 $\hat{H} = \hat{T} + \hat{U}(r)$ 可以对易。再考虑到 $\hat{L}^2$ 不是时间的显函数,则 $\hat{L}^2$ 的时间全微商为

$$\frac{d\hat{L}^2}{dt} = \frac{\partial \hat{L}^2}{\partial t} + [\hat{L}^2, \hat{H}] = 0$$

可以证明, $\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$ 与 $\hat{L}^2$ 是可对易的,因而它们与 $\hat{H}$ 也是可对易的,因此同时有

$$\frac{d\hat{L}_x}{dt} = [\hat{L}_x, \hat{H}] = 0$$

$$\frac{d\hat{L}_y}{dt} = [\hat{L}_y, \hat{H}] = 0$$

$$\frac{d\hat{L}_z}{dt} = [\hat{L}_z, \hat{H}] = 0$$

由此可得粒子在中心力场中运动时,角动量平方和角动量分量 $\hat{L}^2, \hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$ 都是运动积分。这即是量子力学中的角动量守恒定律。即有:在中心力场作用下引起的核反应前后系统的总角动量不变。可表示为

$$\mathbf{i}_a + \mathbf{I}_A + \mathbf{l} = \mathbf{i}_b + \mathbf{I}_B + \mathbf{l}'$$

这里, $\mathbf{i}_a, \mathbf{i}_b, \mathbf{I}_A, \mathbf{I}_B$ 分别为入射粒子、出射粒子、靶核和剩余核的自旋; $\mathbf{l}, \mathbf{l}'$ 分别为入射道和出射道的相对运动轨道角动量。

我们也可以用另外一种描述来说明角动量守恒定律。

由初态 Ψ_i 到末态 Ψ_f 的跃迁概率通常和跃迁矩阵元的平方成比例。即

$$P \propto |\langle \Psi_f | \hat{H}_{\text{int}} | \Psi_i \rangle|^2$$

现在比较由 Ψ_i 到 Ψ_f 的跃迁概率 $P(i \rightarrow f)$ 和由 $\hat{R}\Psi_i$ 到 $\hat{R}\Psi_f$ 的跃迁概率 $P(i' \rightarrow f')$ ($\hat{R}$ 为转动矩阵)

$$P(i \rightarrow f) \propto |\langle \Psi_f | \hat{H}_{\text{int}} | \Psi_i \rangle|^2$$

$$P(i' \rightarrow f') \propto |\langle \Psi_f \hat{R}^{-1} | \hat{H}_{\text{int}} | \hat{R}\Psi_i \rangle|^2$$

由于

$$\langle \Psi_f | \hat{H}_{\text{int}} | \Psi_i \rangle = \langle \Psi_f \hat{R}^{-1} \hat{R} | \hat{H}_{\text{int}} | \hat{R}^{-1} \hat{R}\Psi_i \rangle$$

所以,如果 $\hat{H}_{\text{int}}$ 是标量,即 $\hat{R} \hat{H}_{\text{int}} \hat{R}^{-1} = \hat{H}_{\text{int}}$, 则

$$P(i \rightarrow f) = P(i' \rightarrow f')$$

由此表明 $P(i \rightarrow f)$ 不随空间的转动而变化,反映空间方向是各向同性的。这种空间各向同性与 $\hat{H}_{\text{int}}$ 是标量互相蕴含。

如果 Ψ_i 具有固定角动量 jm , 即 $\Psi_{jm}(i)$, 当 $\hat{R} \hat{H}_{\text{int}} \hat{R}^{-1} = \hat{H}_{\text{int}}$ 时,则根据选择定则有

$$\langle \Psi_{j'm'}(f) | \hat{H}_{\text{int}} | \Psi_{jm}(i) \rangle = \delta_{jj'} \delta_{mm'}$$

有末态角动量等于初态角动量,即角动量守恒。可见角动量守恒、空间转动不变、算符 $\hat{H}_{\text{int}}$ 为标量三者导出相同的物理结果,从这种意义上说三者不仅互相联系,而