



各版本适用

立足中考大纲 探究知识内涵
解读奥赛真题 揭示思维规律
点击中考难题 登上名校殿堂

QUANCHENG DUIJIE

ZHONGKAO AOSAI

中考·奥赛全程对接

强化训练

初中数学3



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

丛书主编 蔡 晔

中考·奥赛全程对接强化训练

初中数学 3

丛书主编 蔡 晔
本书主编 黄凤圣
本书参编 李学镇 解玉红 陈 伟 李成国 牛本富
 张晓辉 郝伟华 郑芝萍 刘跃先 赵永明
 李道军 樊 云 赵忠平 张 立



机械工业出版社

本书以初中数学《大纲》及《课程标准》为依据,全面参考现行的各版本教科书,以“题组训练”的形式将“基础对接题”、“中考对接题”和“竞赛对接题”有机组合,引导学生进行科学的强化训练,突破学习难关,快速提高学习成绩。本书内容略高于平时教学难度,基本接近中考难题和奥赛初赛水平,适合学生课外复习训练拔高成绩之用。

图书在版编目(CIP)数据

中考·奥赛全程对接强化训练·初中数学3/蔡晔丛书主编.
—北京:机械工业出版社,2008.6
ISBN 978-7-111-24417-2

I. 中... II. 蔡... III. 数学课—初中—习题—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 090058 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:胡明 责任编辑:贾雪

封面设计:鞠杨 责任印制:杨曦

三河市国英印务有限公司印刷

2008 年 7 月第 1 版·第 1 次印刷

203mm×280mm·10.25 印张·260 千字

标准书号:ISBN 978-7-111-24417-2

定价:16.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

销售服务热线电话:(010)68326294

购书热线电话:(010)88379639 88379641 88379643

编辑热线电话:(010)88379037

封面无防伪标均为盗版

前言

“中考”是人生道路上的关键一步，“奥赛”代表着学习水平的最高境界。在学有余力的情况下，将两者巧妙地结合，研习、对比奥赛的解题思路和思维方法，无疑是一条快速拔高成绩、轻松跑赢中考的捷径。“他山之石，可以攻玉”，而“奥赛”这颗“石”是一颗“钻石”。

本书编写思想

学科奥林匹克竞赛对激发学生的才能、引起学生对学习的兴趣、发现科技人才有突出的作用。虽然不是每个人都有机会参加这一比赛并能获奖，但“奥赛”中渗透着对知识精髓的挖掘和创新思维的指引，这对学生的日常学习有着重要的指导和借鉴意义。

对比“奥赛”初赛、复赛大纲和中考大纲，可以看出，“奥赛”考查的重点是学生对基本知识的深入理解、对所学知识的综合运用以及对创新能力的独立体验。而这一点恰恰是“新课标”素质教育中的核心内容，也是中考试卷改革的精神实质。

翻开各地历年的中考试卷，不难看出，很多中考难题、选拔题都有以前“奥赛”试题的影子。有的甚至就是往届“奥赛”题的翻版。

因此，本书以“题组训练”的形式，引导学生通过对不同难度、不同层次的典型题组进行强化训练，快速找到一套提高成绩、突破难题的最直接有效的方法。为了防止学生在钻研“奥赛”题时顾此失彼、得不偿失，本书设置的题组训练是循序渐进的。内容的难度要高于中考的难度，以中考大纲中的重、难点和被“奥赛”大纲加深、拓展的知识点为知识基础，将课堂重点基础题、中考典型题和“奥赛”经典题有机组合，进行阶梯式训练，发掘学生的思维潜能，培养学生的创新能力。

熟能生巧，厚积薄发。“学习”应以“习”为主，有“习”才有“得”。适量的针对性强化训练是真正将他人的经验变为自己的本领的唯一途径，是开发自己创新思维的基石。本书编者希望通过“练”来带领学生探寻到突破难题的法宝。

本书编写构架

本书结构简单明了，思路简明清晰，内容简洁实用。本书内容按章节专题划分单元，每一章是一个大知识块，涵盖“大纲”和“课程标准”中列出的所有知识块，并将中考中的热点专题单独成章训练。

每一小节训练的题目分为A、B、C三组。题型包括中考试卷中的各种题型。每道题均配有详细解答过程。

本书使用说明

A组为基础中的重点题，包括了课本上的经典题目、课外延伸的内容和学习过程中的一些难题，难度高于课本内容的难度。在掌握课本基本知识的基础上，可以使用本组题目，这有助于学生进一步加深对课本内容的理解和巩固。B组为中考真题和各地模拟题，这部分试题有助于我们进一步掌握知识，把所学知识 with 中考联系起来。C组为奥赛真题和创新题等，达到奥赛复赛的难度水平。这组题有助于我们把握知识的精髓，形成创新思想，可作为突破中考压轴题训练之用，也可以供准备参加“奥赛”的同学们训练使用。

书后答案部分为所有题目的详解，便于学生自学自评之用。

本丛书是《中考·奥赛全程对接》的配套练习，涉及数学、物理、化学、生物各科，涵盖中学各个年级，共计16分册，可作为新课标学习的同步提高、中考复习和竞赛辅导教材使用。

本书编写力量

参加本丛书编写的人员均为来自北京、山东、江苏、湖北、湖南、广东、河北各省市重点名校的一线优秀教师和奥赛辅导教练；部分清华大学和北京大学的“奥赛”保送生和中考理科状元也为本丛书做了许多有益工作。在此向他们为本书所作的工作致以真诚的感谢。

由于编写时间较紧，可能存在一些缺憾，敬请广大读者批评指正。

目 录

前 言

第一章 一元二次方程	(1)
第一节 根的判别式	(1)
第二节 根与系数的关系	(3)
第三节 一元二次方程	(5)
第二章 二次函数	(8)
第一节 二次函数的图像和性质	(8)
第二节 二次函数的应用	(12)
第三章 三角函数	(19)
第一节 锐角三角函数	(19)
第二节 解直角三角形	(24)
第四章 圆	(30)
第一节 圆的有关概念与性质	(30)
第二节 直线与圆的位置关系	(34)
第三节 圆与圆的位置关系	(38)
第四节 多边形与圆	(42)
第五节 弧长及扇形面积	(46)
第五章 图形变换	(51)
第一节 图形的平移	(51)
第二节 图形的旋转	(55)
第六章 频率与概率	(61)
第七章 视图与投影	(66)
第八章 中考热点题型	(72)
第一节 观察归纳型	(72)
第二节 操作实践型	(74)
第三节 阅读理解型	(77)
第四节 创新探究型	(82)
第五节 设计决策型	(85)
第六节 图表信息型	(88)
参考答案	(93)



第一章 一元二次方程

第一节 根的判别式

A组 基础对接题

一、选择题

- 对于一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$, 有下列四种条件: ① $b^2-4ac \geq 0$; ② $b^2+4ac > 0$; ③ a, c 异号; ④ $a+b+c$ 的值为零. 满足其中条件之一的方程一定有实数根的有 ()
 A. 1种 B. 2种
 C. 3种 D. 4种
- 在解某个一元二次方程时, 甲写错了一次项系数, 解得两根为 -1 和 6 , 乙写错了常数项, 解得两根为 1 和 4 , 这个方程是 ()
 A. $x^2+5x+6=0$ B. $x^2+5x-6=0$
 C. $x^2-5x+6=0$ D. $x^2-5x-6=0$
- 已知常数 a, b, c 是三角形的三边长, 则方程 $(a-b)x^2+2cx+(a-b)=0, (a+b)x^2+2cx-(a-b)=0, cx^2+2(a-b)x+c=0, cx^2+2(a-b)x-c=0$ 中, 一定有两个不等实数根的方程有 ()
 A. 1个 B. 2个
 C. 3个 D. 4个

二、填空题

- 不解方程, 判别方程 $16x^2+9=24x$ 根的情况是 _____.
- 若关于 x 的方程 $x^2+(2k-1)x+k^2-\frac{7}{4}=0$ 有两个相等的实数根, 则 $k=$ _____.
- 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三边为 $a, b, c, \angle B=90^\circ$, 那么关于 x 的方程 $a(x^2-1)-2cx+b(x^2+1)=0$ 根的情况是 _____.
- 设 x_1, x_2 是方程 $3x^2-5x-6=0$ 的两根, 则代数式 $(2x_1-1)(2x_2-1)$ 的值是 _____, 代数式 $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ 的值是 _____.

三、解答题

- 当 k 取何值时, 关于 x 的方程 $kx^2-4kx+k-5=0$ 有两个相等的实数根? 并求出这两个实数根.
- 若 m, n 分别是等腰三角形腰和底边的长, 试证明关于 x 的方程 $4nx^2-8mx+n=0$ 总有两个不相等的实数根.
- 如果关于 x 的方程 $mx^2-2(m+2)x+m+5=0$ 没有实数根, 试判断关于 x 的方程 $(m-5)x^2-2(m-1)x+m=0$ 的根的情况.
- 已知关于 x 的方程 $(a+c)x^2+2bx-a+c=0$ 有两个相等的实数根, 问正数 a, b, c 是否可以作为一个三角形的三边长? 如果可以, 请说明三角形的形状.



B组中考对接题

一、选择题

1. (07·天津) 已知关于 x 的一元二次方程 $(m-2)^2x^2+(2m+1)x+1=0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是 ()
- A. $m > \frac{3}{4}$ B. $m \geq \frac{3}{4}$
- C. $m > \frac{3}{4}$ 且 $m \neq 2$ D. $m \geq \frac{3}{4}$ 且 $m \neq 2$
2. (07·上海模拟) 关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2+x+a^2-1=0$ 的一个根是 0, 则 a 的值为 ()
- A. 1 B. -1
- C. 1 或 -1 D. $\frac{1}{2}$
3. (06·南充) 等腰三角形的底和腰是方程 $x^2-6x+8=0$ 的两根, 则这个三角形的周长是 ()
- A. 8 B. 10
- C. 8 或 10 D. 不能确定
4. (06·双柏) 关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2k+1)x+k-1=0$ 的根的情况是 ()
- A. 有两个不等实根 B. 有两个相等实根
- C. 没有实根 D. 无法判断

二、填空题

1. (07·河北模拟) 一元二次方程 $x^2-2x-2=0$ 的解是_____.
2. (06·包头) 某印刷厂 1 月份印刷了书籍 60 万册, 第一季度共印刷了 200 万册, 问 2、3 月份平均每月的增长率是多少? 若设 2、3 月份平均每月的增长率是 x , 则可列方程为_____ (不要求化简).
3. (06·天津) 已知关于 x 的方程 $x^2-(a+2)x+a-2b=0$ 的判别式等于 0, 且 $x=\frac{1}{2}$ 是方程的根, 则 $a+b$ 的值为_____.
4. (05·宁夏模拟) 若 2 是关于 x 的方程 $x^2-(3+k)x+12=0$ 的一个根, 则以 2 和 k 为两边的等腰三角形的周长是_____.

三、解答题

1. (07·济宁) 某小区有一长 100 m, 宽 80 m 的空地, 现将其建成花园广场, 设计图案如图 1-1. 阴影区域为绿化区 (四块绿化区是全等的矩形), 空白区域为活动区, 且四周出口一样宽, 宽度不小于 50 m, 不大于 60 m. 预计活动区每平方米造价 60 元, 绿化区每平方米造价 50 元.

- (1) 设一块绿化区的长边为 x m, 写出工程总造价 y 与 x 的函数关系式 (写出 x 的取值范围);
- (2) 如果小区投资 46.9 万元, 问能否完成工程任务? 若能, 请写出 x 为整数的所有工程方案; 若不能, 请说明理由. (参考值: $\sqrt{3} \approx 1.732$)

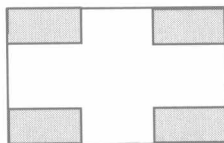


图 1-1

2. (07·安阳模拟) 关于 x 的一元二次方程 $mx^2-(3m-1)x+2m-1=0$, 其根的判别式的值为 1, 求 m 的值及该方程的根.
3. (07·广东模拟) 将一条长为 20 cm 的铁丝剪成两段, 并以每一段铁丝的长度为周长做成一个正方形.
- (1) 要使这两个正方形的面积之和等于 17 cm^2 , 那么这段铁丝剪成两段后的长度分别是多少?
- (2) 两个正方形的面积之和可能等于 12 cm^2 吗? 若能, 求出两段铁丝的长度; 若不能, 请说明理由.
4. (06·襄樊) 已知 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2-2kx+k^2-k=0$ 的两个实数根. 是否存在常数 k , 使 $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{3}{2}$ 成立? 若存在, 求出 k 的值; 若不存在, 请说明理由.



C 组 竞赛对接题

- (07·初中数学竞赛初赛浙江赛区)已知 a, b, c 都是整数,且 $a-2b=4, ab+c^2-1=0$,求 $a+b+c$ 的值.
- (07·全国初中数学联合竞赛第二试)设 m, n 为正整数,且 $m \neq 2$,如果对一切实数 t ,二次函数 $y = x^2 + (3-mt)x - 3mt$ 的图像与 x 轴的两个交点间的距离不小于 $|2t+n|$,求 m, n 的值.
- (07·全国初中数学联合竞赛第二试)已知 a 是正整数,如果关于 x 的方程 $x^3 + (a+17)x^2 + (38-a)x - 56 = 0$ 的根都是整数,求 a 的值及方

程的整数根.

- (07·初中数学竞赛模拟试题)已知 p 为质数,使二次方程 $x^2 - 2px + p^2 - 5p - 1 = 0$ 的两根都是整数.求出 p 的所有可能值.
- (06·全国初中数学竞赛试题)证明:存在无穷多对正整数 (m, n) ,满足方程 $m^2 + 25n^2 = 10mn + 7(m+n)$.

第二节 根与系数的关系

A 组 基础对接题

一、选择题

- 已知关于 x 的方程 $x^2 + px + q = 0$ 有两个负实数根,则 p 和 q 满足条件 ()
 - $p > 0, q < 0$
 - $p > 0, q > 0$
 - $p < 0, q < 0$
 - $p < 0, q > 0$
- 已知 α 和 β 是方程 $2x^2 + 3x - 4 = 0$ 的两个实数根,则 $\alpha + \alpha\beta + \beta$ 的值是 ()
 - 7
 - $-3\frac{1}{2}$
 - $3\frac{1}{2}$
 - 7
- 若 a, b 是方程 $x^2 + 2x - 2007 = 0$ 的两个不相等的实数根,则 $a^2 + 3a + b$ 的值是 ()
 - 2007
 - 2007
 - 2006
 - 2005

二、填空题

- 已知关于 x 的方程 $x^2 - 4x + k - 1 = 0$ 的两根之差等于 6,则 $k =$ _____.
- 设以下四个关于 x 的一元二次方程:① $ax^2 + bx + c =$

0,② $ax^2 + bx - c = 0$,③ $cx^2 + bx + a = 0$,④ $ax^2 - bx + c = 0$ 都有实数根,其中方程 _____ 和方程 _____ 的根互为相反数;方程 _____ 和方程 _____ 的根互为倒数.

- 已知关于 y 的方程 $y^2 - ay + a - 2 = 0$,分别写出下列情形中 a 所满足的条件:
 - 当 a _____ 时,方程有两个正实数根;
 - 当 a _____ 时,方程两根异号.
- 已知 m, n 是有理数,并且关于 x 的一元二次方程 $x^2 + mx + n = 0$ 有一个根是 $\sqrt{5} - 2$,那么 $m + n =$ _____.

三、解答题

- 已知系数 k 是整数,方程 $x^2 + (k+3)x + 2k+3 = 0$ 有一个正根、一个负根,且负根的绝对值较大,求 k 的值.



2. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 6x + c = 0$ 的一个根是另一个根的平方, 求 c 的值.

3. 已知 x_1, x_2 是方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两个实数根, 且 $x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 = 5$, 求 q 能取的最大值.

4. 设 x_1, x_2 是方程 $2x^2 - 4ax + 2a^2 + 3a - 2 = 0$ 的两个实数根, 当 a 为何值时, $x_1^2 + x_2^2$ 的值最小, 最小

值是多少?

5. 已知关于 x 的方程 $(t^2 - 1)x^2 - (2t - 1)x + 1 = 0$ 的两根倒数之和大于 0, 求 t 的取值范围.

B 组 中考对接题

1. (07·天津) 已知关于 x 的一元二次方程 $(m - 2)^2x^2 + (2m + 1)x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是 ()

A. $m > \frac{3}{4}$

B. $m \geq \frac{3}{4}$

C. $m > \frac{3}{4}$ 且 $m \neq 2$

D. $m \geq \frac{3}{4}$ 且 $m \neq 2$

2. (07·四川模拟) 已知关于 x 的方程 $x^2 - (2k - 1)x + k^2 = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 k 的最大整数是 ()

A. -2

B. -1

C. 0

D. 1

3. (06·重庆) 已知 α, β 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m + 3)x + m^2 = 0$ 的两个不相等的实数根, 且满足 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = -1$, 则 m 的值是 ()

A. 3 或 -1

B. 3

C. 1

D. -3 或 1

4. (06·吉林) 若 x_1, x_2 是方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两个根, 则 $x_1 + x_2 + 2x_1x_2$ 的值为 ()

A. -3

B. 0

C. 1

D. 4

二、填空题

1. (07·无锡) 设一元二次方程 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 的两个实数根分别为 x_1 和 x_2 , 则 $x_1 + x_2 =$ _____, $x_1 \cdot x_2 =$ _____.

2. (06·淮安) 已知实数 x 满足 $4x^2 - 4x + 1 = 0$, 则代数式 $2x + \frac{1}{2x}$ 的值为 _____.

3. (06·大庆) 若关于 x 的方程 $2x^2 - 3x + c = 0$ 的一个根是 1, 则另一个根是 _____.

4. (06·潍坊) 已知 $a \neq 0, a \neq b, x = 1$ 是方程 $ax^2 + bx - 10 = 0$ 的一个解, 则 $\frac{a^2 - b^2}{2a - 2b}$ 的值是 _____.

三、解答题

1. (07·绵阳) 已知 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $(x - 2) \cdot (x - m) = (p - 2)(p - m)$ 的两个实数根.

(1) 求 x_1, x_2 的值;

(2) 若 x_1, x_2 是某直角三角形的两直角边的长, 问当实数 m, p 满足什么条件时, 此直角三角形的面积最大? 并求出其最大值.

2. (06·江西) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + kx - 1 = 0$.

(1) 求证: 方程有两个不相等的实数根;

(2) 设方程的两根分别为 x_1, x_2 , 且满足 $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$, 求 k 的值.

3. (06·海淀) 已知下列 n (n 为正整数) 个关于 x 的一元二次方程:
 $x^2 - 1 = 0$ ①



$$x^2 + x - 2 = 0 \quad \textcircled{2}$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \quad \textcircled{3}$$

...

$$x^2 + (n-1)x - n = 0 \quad \textcircled{n}$$

(1) 请解上述一元二次方程①②③...②;

(2) 请你指出这 n 个方程的根具有什么共同特点, 写出一条即可.

4. (06·舟山) 设 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2 - (m-1)x - m = 0 (m \neq 0)$ 的两个根, 且满足 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{2}{3}$, 求 m 的值.

C 组 竞赛对接题

1. (07·全国初中数学联合竞赛第一试) 对于一切不小于 2 的自然数 n , 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (n+2)x - 2n^2 = 0$ 的两个根记作 $a_n, b_n (n \geq 2)$,

$$\text{则 } \frac{1}{(a_2-2)(b_2-2)} + \frac{1}{(a_3-2)(b_3-2)} + \dots + \frac{1}{(a_{2007}-2)(b_{2007}-2)} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. (07·“《数学周报》杯”全国初中数学竞赛试题) 已知 a, b 都是正整数, 试问关于 x 的方程 $x^2 - abx + \frac{1}{2}(a+b) = 0$ 是否有两个整数解? 如果有, 请把它们求出来; 如果没有, 请给出证明.

3. (07·“《数学周报》杯”全国初中数学竞赛试题) 实数 a, b, c 满足 $a \leq b \leq c$, 且 $ab + bc + ca = 0, abc = 1$. 求最大的实数 k , 使得不等式 $|a+b| \geq k|c|$ 恒成立.

4. (06·全国初中数学竞赛湖北预选赛) 已知关于 x 的方程 $x^2 + 3x + a = 0$ ① 的两个实数根的倒数和等于 3, 且关于 x 的方程 $(k-1)x^2 + 3x - 2a = 0$ ② 有实数根, 又 k 为正整数, 求代数式 $\frac{k^2-1}{k^2+k-6}$ 的值.

5. (07·初中数学竞赛模拟试题) 在正实数范围内, 只存在一个数是关于 x 的方程 $\frac{x^2+kx+3}{x-1} = 3x+k$ 的解, 求实数 k 的取值范围.

第三节 一元二次方程

A 组 基础对接题

一、选择题

1. 已知方程 $2x^{a+b} - x^{a-b} - ab = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则对应 a, b 的值有 ()

A. 2 组

B. 3 组

C. 4 组

D. 5 组

2. 方程 $2x(x-3) = 5(x-3)$ 的根为 ()



A. $x = \frac{5}{2}$

B. $x = 3$

C. $x_1 = \frac{5}{2}, x_2 = 3$

D. $x = -\frac{5}{2}$

二、填空题

1. 已知 $x=1$ 是一元二次方程 $(a-2)x^2 + (a^2-3)x - a + 1 = 0$ 的一个根, 则 $a =$ _____.

2. 方程 $(2x-3)^2 = 169$ 的根为 _____.

三、解答题

1. 已知 $y_1 = 2x^2 + 7x - 1, y_2 = 4x + 1$, 当 x 取何值时:

(1) y_1 与 y_2 的值互为相反数;

(2) y_1 的值比 y_2 的值大 3.

2. 解下列关于 x 的方程:

(1) $abx^2 - (a^2 - b^2)x - ab = 0 (ab \neq 0)$;

(2) $(m-1)x^2 - (m-2)x - 2m = 0$.

3. 已知 $6x^2 + xy - 2y^2 = 0$, 求 $\frac{x}{y}$ 的值.

4. 已知 $2\alpha^2 + 2\alpha = 1, 2\beta^2 + 2\beta = 1$, 求 $|\alpha - \beta|$ 的值.

5. 若 $4a^2 + b^2 - 8a + |c-2| + \sqrt{d+1} - 4b + 8 = 0$, 求 $(b^c + c^b)^{a+d}$ 的值.

6. 已知 $xy \neq 0$, 且 $3x^2 - 2xy - 8y^2 = 0$, 求 $\frac{x}{y}$ 的值.

B 组中考对接题

一、选择题

1. (07·台湾) 将一元二次方程式 $x^2 - 6x - 5 = 0$ 化成 $(x+a)^2 = b$ 的形式, 则 b 等于 ()

A. -4

B. 4

C. -14

D. 14

2. (07·苏州模拟) 根据表 1-1 的对应值: 判断方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0, a, b, c$ 为常数) 一个解 x 的范围是 ()

表 1-1

x	3.23	3.24	3.25	3.26
$ax^2 + bx + c$	-0.06	-0.02	0.03	0.09

A. $3 < x < 3.23$

B. $3.23 < x < 3.24$

C. $3.24 < x < 3.25$

D. $3.25 < x < 3.26$

3. (06·舟山) 用换元法解方程 $\frac{x^2-1}{x} - \frac{x}{x^2-1} + 2 =$

0, 如果设 $y = \frac{x^2-1}{x}$, 那么原方程可化为 ()

A. $y^2 - y + 2 = 0$

B. $y^2 + y - 2 = 0$

C. $y^2 - 2y + 1 = 0$

D. $y^2 + 2y - 1 = 0$

4. (06·南平模拟) 将方程 $x^2 + 4x + 1 = 0$ 配方后, 原方程变形为 ()

A. $(x+2)^2 = 3$

B. $(x+4)^2 = 3$

C. $(x+2)^2 = -3$

D. $(x+2)^2 = -5$

二、填空题

1. (07·兰州) 兰州市政府为解决老百姓看病难的问题, 决定下调药品的价格, 某种药品经过两次降价, 由每盒 72 元调至 56 元. 若每次平均降价的百分率为 x , 由题意可列方程为 _____.

2. (06·大连) 大连某小区准备在每两幢楼房之间开辟面积为 300 m^2 的一块长方形绿地, 并且长比宽多 10 m. 设长方形绿地的宽为 $x \text{ m}$, 则可列方程为



3. (06·内江)方程 $(x-2)(x-3)=6$ 的解为_____.

三、解答题

1. (07·南京)某农场去年种植了 10 亩地的南瓜,亩产量为 2000 kg,根据市场需要,今年该农场扩大了种植面积,并且全部种植了高产的新品种南瓜,已知南瓜种植面积的增长率是亩产量的增长率的 2 倍,今年南瓜的总产量为 60000 kg,求南瓜亩产量的增长率.(15 亩=1 公顷)

2. (07·安徽)据报道,我省农作物秸秆资源丰富,但合理利用量十分有限,2006 年的利用率只有 30%,大部分秸秆被直接焚烧了,假定我省每年产出的农作物秸秆总量不变,且合理利用量的增长率相同,要使 2008 年的利用率提高到 60%,求每年的增长率.(取 $\sqrt{2} \approx 1.41$)

3. (07·辽宁十一中模拟)如图 1-2,在宽为 20 m,长为 32 m 的矩形地面上修筑同样宽的道路(图中阴影部分),余下的部分种上草坪,要使草坪的面积为 540 m²,求道路的宽.

(部分参考数据: $32^2 = 1024$, $48^2 = 2304$, $52^2 = 2704$)

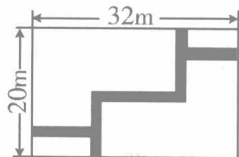


图 1-2

4. (06·大连)已知关于 x 的方程 $x^2+kx-2=0$ 的一个解与方程 $\frac{x+1}{x-1}=3$ 的解相同.

(1)求 k 的值;

(2)求方程 $x^2+kx-2=0$ 的另一个解.

C 组 竞赛对接题

1. (07·“《数学周报》杯”年全国初中数学竞赛试题)已知三个关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$, $bx^2+cx+a=0$, $cx^2+ax+b=0$ 恰有一个公共实数根,则 $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab}$ 的值为 ()

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

2. (07·全国初中数学联合竞赛第二试)设 a 是正整数,如果二次函数 $y=2x^2+(2a+23)x+10-7a$ 和反比例函数 $y=\frac{11-3a}{x}$ 的图像有公共整点(横坐标和纵坐标都是整数的点),求 a 的值和对应的公共整点.

3. (07·全国初中数学竞赛山东赛区预赛)已知整数 a, b, c 使等式 $(x+a)(x+b)+c(x-10)=(x-11) \cdot (x+1)$ 对任意的 x 均成立,求 c 的值.

4. (07·全国数学竞赛浙江赛区初赛)已知 $b-a = \frac{1}{8}$, $2a^2+a = \frac{1}{4}$, 求 $\frac{b}{a} - a$ 的值.



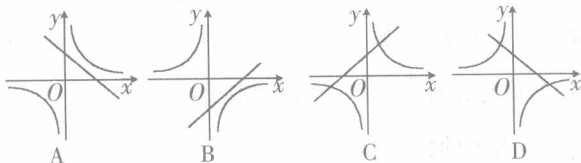
第二章 二次函数

第一节 二次函数的图像和性质

A组基础对接题

一、选择题

1. 在同一直角坐标系中, 函数 $y=kx-k$ 与 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图像大致是 ()



2. 已知三条抛物线: ① $y=-x^2$, ② $y=2x^2$, ③ $y=-\frac{1}{2}x^2$, 它们的开口从大到小的顺序依次为 ()

- A. ①②③ B. ②③①
C. ③①② D. ③②①

3. 如图 2-1, 一次函数与反比例函数的图像相交于 A、B 两点, 则图中使反比例函数的值小于一次函数的值的 x 的取值范围是 ()

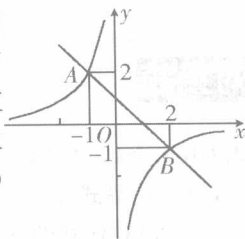


图 2-1

- A. $x < -1$
B. $x > 2$
C. $-1 < x < 0$ 和 $x > 2$
D. $x < -1$ 和 $0 < x < 2$

4. 设 $y=y_1-y_2$, 若 y_1 与 x^2 成正比例, y_2 与 $\frac{1}{x}$ 成反比例, 则 y 与 x 的函数关系是 ()

- A. 正比例函数 B. 一次函数
C. 二次函数 D. 反比例函数

二、填空题

1. 在二次函数 $y=-(x+3)^2+2$ 中, 自变量 x 的取值范围是 _____, 函数 y 的变化范围是 _____.
2. (1) 二次函数 $y=x^2-2x-6$ 的图像在 x 轴上截得的线段长是 _____.
- (2) 函数 $y=-x^2+(3-k)x+2k-1$ 的图像与 y 轴的交点位于 $(0, 5)$ 上方, 则 k 的取值范围是 _____.

3. 函数 $y=(x-1)^2+1$ 的最小值 y 等于 _____.

4. 已知二次函数 $y=x^2-2x-3$ 的图像与 x 轴交于 A、B 两点, 在 x 轴上方的抛物线上有一点 C, 且 $\triangle ABC$ 的面积等于 10, 则 C 点的坐标为 _____.

三、解答题

1. 已知 $y=(k+2)x^{k^2+k-4}$ 是二次函数, 且当 $x > 0$ 时, y 随 x 增大而增大.

- (1) 求 k 的值;
(2) 求顶点坐标及对称轴.

2. 已知函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像如图 2-2 所示, 根据图像试确定下列代数式的值的符号:

- (1) a, b, c ;
(2) b^2-4ac ;
(3) $a+b+c, a-b+c$.

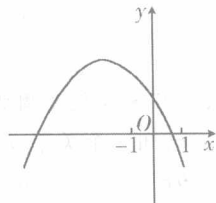


图 2-2

3. 已知函数 $y=(2k-3)x^{k^2-5}$.

- (1) 当 k 为何值时, y 是 x 的二次函数?
(2) 当 k 为何值时, y 是 x 的正比例函数, 且 y 随 x 的增大而增大?



4. 如图 2-3, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 两点.

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 设(1)中的抛物线上有一个动点 P , 当点 P 在该抛物线上滑动到什么位置时, 满足 $S_{\triangle PAB} = 8$, 并求出此时 P 点的坐标.

(3) 设(1)中抛物线交 y 轴于 C 点, 在该抛物线的对称轴上是否存在点 Q , 使得 $\triangle QAC$ 的周长最小? 若存在, 求出 Q 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.

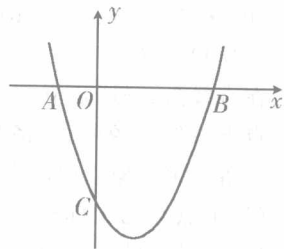


图 2-3

B组中考对接题

一、选择题

1. (07·兰州) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 图像如图 2-4 所示, 则点 $A(ac, bc)$ 在 ()

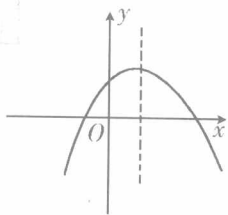
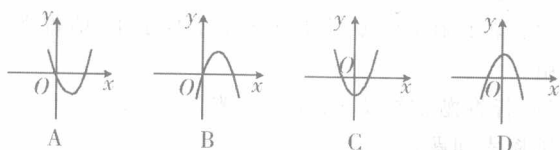


图 2-4

- A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

2. (07·河南) 二次函数 $y = ax^2 + x + a^2 - 1$ 的图像可能是 ()



3. (07·绵阳) 已知一次函数 $y = ax + b$ 的图像过点 $(-2, 1)$, 则关于抛物线 $y = ax^2 - bx + 3$ 的三条叙述: ①过定点 $(2, 1)$, ②对称轴可以是 $x = 1$, ③当 $a < 0$ 时, 其顶点的纵坐标的最小值为 3. 其中所有正确叙述的个数是 ()

- A. 0 个 B. 1 个
C. 2 个 D. 3 个

4. (07·杭州模拟) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像如图 2-5 所示, 则在“① $a < 0$, ② $b > 0$, ③ $c < 0$, ④ $b^2 - 4ac > 0$ ”中正确的判断是 ()

- A. ①②③④ B. ④
C. ①②③ D. ①④

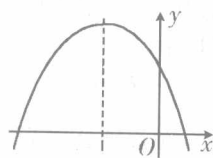


图 2-5

5. (07·长春模拟) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的对称轴为直线 $x = -1$, 与 x 轴的一个交点为 $(x_1, 0)$, 且 $0 < x_1 < 1$, 下列结论: ① $9a - 3b + c > 0$; ② $b < a$; ③ $3a + c > 0$. 其中正确结论的个数是 ()

- A. 0 个 B. 1 个
C. 2 个 D. 3 个

6. (07·北京模拟) 图 2-6 都是二次函数 $y = ax^2 + bx + a^2 - 1$ 的图像, 若 $b > 0$, 则 a 的值等于 ()

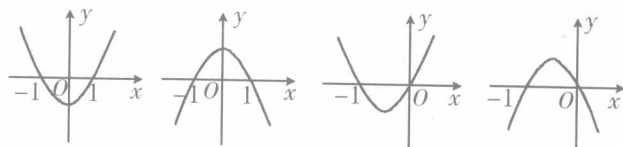


图 2-6

- A. $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ B. -1
C. $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$ D. 1

二、填空题

1. (07·南宁) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像如图 2-7 所示, 则点 $P(a, bc)$ 在第 _____ 象限.

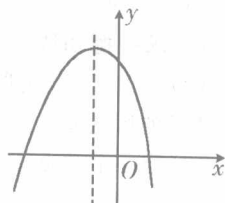


图 2-7

2. (07·南通模拟) 函数 $y =$



x^2+bx-c 的图像经过点 $(1,2)$, 则 $b-c$ 的值为

三、解答题

1. (07·重庆) 已知在 $\text{Rt}\triangle OAB$ 中, $\angle OAB=90^\circ$, $\angle BOA=30^\circ$, $AB=2$, 若以 O 为坐标原点, OA 所在直线为 x 轴, 建立如图 2-8 的平面直角坐标系, 点 B 在第一象限内, 将 $\text{Rt}\triangle OAB$ 沿 OB 折叠后, 点 A 落在第一象限内的点 C 处.

- (1) 求点 C 的坐标;
- (2) 若抛物线 $y=ax^2+bx(a\neq 0)$ 经过 C, A 两点, 求此抛物线的解析式;
- (3) 若抛物线的对称轴与 OB 交于点 D , 点 P 为线段 DB 上一点, 过 P 作 y 轴的平行线, 交抛物线于点 M . 问: 是否存在这样的点 P , 使得四边形 $CDPM$ 为等腰梯形? 若存在, 请求出此时点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

注: 抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$, 对称轴公式为 $x=-\frac{b}{2a}$.

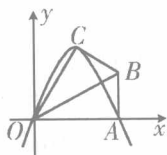


图 2-8

2. (07·温州模拟) 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 y 轴交于点 $A(0,3)$, 与 x 轴分别交于 $B(1,0)$, $C(5,0)$ 两点.

- (1) 求此抛物线的解析式;
- (2) 若点 D 为线段 OA 的一个三等分点, 求直线 DC 的解析式;
- (3) 若一个动点 P 自 OA 的中点 M 出发, 先到达 x 轴上的某点(设为点 E), 再到达抛物线的对称轴上某点(设为点 F), 最后运动到点 A , 求使点 P 运动

的总路径最短的点 E 、点 F 的坐标, 并求出这个最短总路径的长.

3. (07·天津模拟) 抛物线 $y=-x^2+(m-1)x+m$ 与 y 轴交于 $(0,3)$ 点.

- (1) 求出 m 的值并在图 2-9 中画出这条抛物线;
- (2) 求它与 x 轴的交点和抛物线顶点的坐标;
- (3) x 取什么值时, 抛物线在 x 轴上方?
- (4) x 取什么值时, y 的值随 x 值的增大而减小?

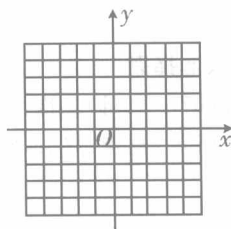


图 2-9

4. (06·大连) 如图 2-10, 抛物线 $E: y=x^2+4x+3$ 交 x 轴于 A, B 两点, 交 y 轴于 M 点, 抛物线 E 关于 y 轴对称的抛物线 F 交 x 轴于 C, D 两点.

- (1) 求抛物线 F 的解析式;
- (2) 在 x 轴上方的抛物线 F 或 E 上是否存在一点 N , 使以 A, C, N, M 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 求点 N 的坐标; 若不存在, 请说明理由;
- (3) 若将抛物线 E 的解析式改为 $y=ax^2+bx+c$, 试探索问题(2).

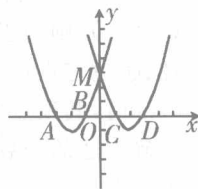


图 2-10



C组 竞赛对接题

1. (07·初中数学竞赛初赛浙江赛区)作抛物线 A 关于 x 轴对称的抛物线 B , 再将抛物线 B 向左平移 2 个单位, 向上平移 1 个单位, 得到的抛物线 C 的函数解析式是 $y=2(x+1)^2-1$, 则抛物线 A 所对应的函数表达式是 ()
- A. $y=-2(x+3)^2-2$ B. $y=-2(x+3)^2+2$
C. $y=-2(x-1)^2-2$ D. $y=2(x-1)^2+2$

2. (06·芜湖鸠江区初中数学竞赛试题)函数 $y=ax^2+bx+c$ 图像的大致位置如图 2-11 所示, 则 $ab, bc, 2a+b, (a+c)^2-b^2, (a+b)^2-c^2, b^2-a^2$ 等代数式的值中, 正数有 ()
- A. 2 个 B. 3 个
C. 4 个 D. 5 个

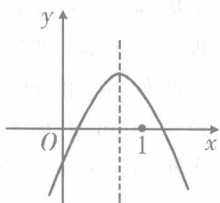


图 2-11

3. (06·全国初中数学竞赛海南赛区初赛)根据表 2-1 的对应值, 判断方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0, a, b, c$ 为常数) 一个解 x 的范围是 ()

表 2-1

x	3.23	3.24	3.25	3.26
ax^2+bx+c	-0.06	-0.02	0.03	0.07

- A. $3 < x < 3.23$ B. $3.23 < x < 3.24$
C. $3.24 < x < 3.25$ D. $3.25 < x < 3.26$
4. (05·全国初中数学联赛决赛)已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 的图像如图 2-12 所示, 如果 $p=|a-b+c|+|2a+b|$, $q=|a+b+c|+|2a-b|$, 则 ().
- A. $p > q$
B. $p = q$
C. $p < q$
D. p, q 大小关系不能确定

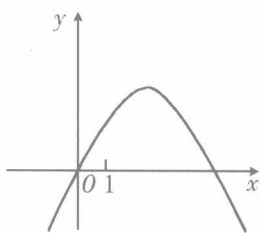


图 2-12

5. (06·芜湖鸠江区初中数学竞赛试题)若二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图像的顶点在第一象限, 且过点 $(0,1)$ 和 $(-1,0)$, 则 $S=a+b+c$ 的值的范围是 _____.
6. (06·全国初中数学竞赛浙江赛区复赛)函数 $y=2x^2+4|x|-1$ 的最小值是 _____.
7. (07·全国初中数学竞赛浙江赛区复赛)已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像 G 和 x 轴有且只有一个交点 A , 与 y 轴的交点为 $B(0,4)$, 且 $ac=b$.
- (1) 求该二次函数的解析表达式;
(2) 将一次函数 $y=-3x$ 的图像作适当平移, 使它经过点 A , 记所得的图像为 L , 图像 L 与 G 的另一个交点为 C , 求 $\triangle ABC$ 的面积.

8. (07·初中数学竞赛模拟试题)已知一个两位数, 其十位与个位数字分别为 p, q , 二次函数 $y=x^2+qx+p$ 的图像与 x 轴交于不同的两点 A, B , 顶点为 C , 且 $S_{\triangle ABC} \leq 1$.
- (1) 求 q^2-4p 的取值范围;
(2) 求出所有这样的两位数 \overline{pq} .



第二节 二次函数的应用

A组基础对接题

一、选择题

1. 一个学生推铅球,铅球行进的高度 y (cm)与水平距离 x (cm)之间的关系为 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$,则铅球落地时的水平距离是 ()

- A. $\frac{5}{3}$ m B. 3 m
C. 10 m D. 12 m

2. 小敏在今年的校运动会跳远比赛中跳出了满意一跳,函数 $h = 3.5t - 4.9t^2$ (t 的单位:s; h 的单位:m)可以描述他跳跃时重心高度的变化(如图

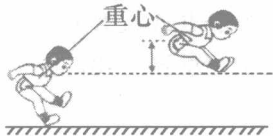


图 2-13

2-13),则他跳到重心最高时所用的时间是 ()

- A. 0.71 s B. 0.70 s
C. 0.63 s D. 0.36 s

3. 图 2-14 是抛物线形拱桥的桥洞,抛物线解析式为

$y = -\frac{1}{2}x^2$. 当桥拱顶离水面

4.5 米时,水位线 AB 的宽为

()

- A. 3m B. $\frac{81}{8}$ m
C. 6m D. $\frac{9}{2}$ m

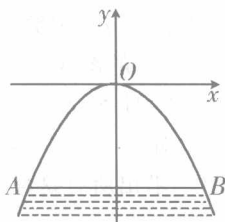


图 2-14

二、填空题

1. 某涵洞截面是抛物线形,它的截面如图 2-15,现测得水面宽 $AB = 1.6$ m,涵洞顶点 O 到水面的距离为 2.4 m,在图中的直角坐标系中,涵洞所在的抛物线解析式为_____.

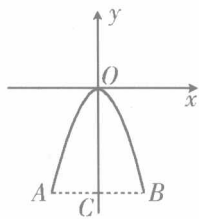


图 2-15

2. 某服装店销售一批服装,平均每天可售出 20 件,每件赢利 40 元.为了扩大销售、尽快减少库存,商店决定采取适当的降价措施,经市场调查发现,如果一件衣服每降价 1 元,商店平均每天可多售出 2 件,则每件衣服降价_____元时,服装店每天赢利最多.

三、解答题

1. 汽车在行驶中,由于惯性作用,刹车后还要向前滑行一段距离才能停住,我们称这段距离为“刹车距离”,刹车距离是分析事故的一个重要因素,在一个限速 40 km/h 的弯道上,甲、乙两车相向而行,发现情况不对,同时刹车,但是还是相碰了,事后现场测得甲车的刹车距离为 12 m,乙车的刹车距离超过 10 m,但小于 12 m,查有关资料知,甲车的刹车距离 $s_{甲}$ (m)与车速 x (km/h)之间有下列关系: $s_{甲} = 0.1x + 0.01x^2$,乙车的刹车距离 $s_{乙}$ (m)与车速 x (km/h)的关系如图 2-16,请就两车的速度方面分析相碰的原因.

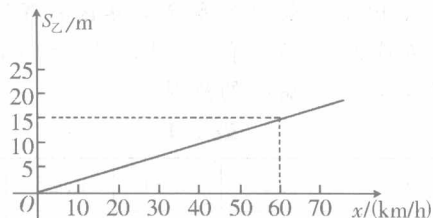


图 2-16

2. 百货商场服装柜台,在销售中发现某品牌的童装每天可销售 20 件,每件赢利 40 元,为了迎六一,商场决定采取适当的降价措施,经市场调查发现:如果每件童装每降价 4 元,那么平均每天就可多售出 8 件.

(1) 设每件商品降价 x 元,商店获得的利润为 y 元,试求出 y 与 x 的函数关系式;

(2) 为了扩大销售量,增加赢利,减少库存,要想平均每天在销售这种童装上赢利 1200 元,那么每件童装应降价多少元?