

XINKE
CHENG

GAOKAO ZONGFUXI

新课程

高考总复习

数 学

上 册

本书编写组 编

星球地图出版社

新课程高考总复习

数 学

上 册

本书编写组 编

星球地图出版社

图书在版编目 (C I P) 数据

新课程高考总复习. 数学. 上册 / 本书编写组编.
北京: 星球地图出版社, 2008.7
ISBN 978-7-80212-660-2

I. 新… II. 本… III. 数学课—高中—升学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字 (2008) 第098367号

新课程高考总复习
数学(上册)

本书编写组 编

星球地图出版社出版

网址: <http://www.starmap.com.cn>

新华书店发行

山东汇文印务有限公司 印刷

开本: 890×1240 1/16 印张: 11.25

2008年7月第1版 2008年7月第1次印刷

ISBN 978-7-80212-660-2

定价: 10.40 元

版权所有·侵权必究

社址: 北京市北三环中路 69 号 邮编: 100088 电话: 010-62378829

编 委 会

BIAN WEI HUI

主 任 张 磊

副 主 任 于卫东

编 委 (以姓氏笔画为序)

于卫东 马振芝 王文祥 刘书龙 刘 金
刘高峰 孙建国 杜宝相 李冠镔 张 伟
张 波 张 磊 杨小勇 杨立新 高守民
曹玉景 曹孟河 韩 梅

丛书主编 杜宝相 曹玉景

本册主编 高守民 刘 金

副 主 编 王开河 颜长安

编 者 (以姓氏笔画为序)

王冬梅 白福厚 闫吉法 刘 金 杨列敏
邵长金 洪 新 耿永雪 郭德龙 颜长安

PREFACE

前言

为了更好地服务于高三教学工作,提高复习的针对性和有效性,我们组织了正在带 2008 届毕业班的一线数学骨干教师,编写了这本《新课程高考总复习·丛书数学(上册)》。这本《新课程高考总复习丛书·数学(上册)》注重基础性、实战性和前瞻性,突出重点、考点和热点,大量选用基础性的题目,努力体现数学学科立足于高考试卷中的空间想象能力、抽象概括能力、推理论证能力、运算求解能力、数据处理能力以及应用意识和创新意识。

本书为了体现高中数学教材内容系统性的要求,打破模块的先后顺序,将全部内容合理划分为若干章,有利于学生全面而系统地复习知识、加深对各块内容之间内在联系的理解与把握,从而切实提高复习效率。每一章又合理划分为若干节,在每一节中,安排了考试内容、考试要求、基础知识、例题选讲、巩固练习、本课小结六个版块。栏目分工明确,针对性强,使学生学有方向、练有目的,在有限的时间内掌握基础知识,领会解题方法,提高应试技能。每章提供测试题,供学生测试之用。

考试内容:依据山东卷考试说明,罗列考试内容。

考试要求:依据山东卷考试说明,罗列对考试内容的具体要求。使学生知晓每一考点的要求层次,复习时做到有的放矢,以期达到事半功倍的效果。

基础知识:针对考点进行较为系统的知识归纳,使学生明确应掌握的知识内容,有利于知识的融会贯通。将相关知识设置成填空题的形式,便于学生查漏补缺,循序渐进,从而使复习效果更加扎实有效。

例题选讲:遴选具有代表性、典型性、前瞻性的例题,展现命题意图,把握解题要领,点拨解题技巧。

巩固练习:提供与每节内容相配套的练习题一套。围绕考点和重点,选择和设计有代表性、有思考价值的习题。保证训练的科学性和实效性,夯实基础,激活能力,提高素质。

本课小结:根据老师的分析、总结,由学生在每课时内容的复习结束后,结合自己的学习心得、体会,对本节知识进行反思、归纳,以期使知识、方法得到进一步的升华。

参加本书编写的人员有:主编:高守民、刘金;副主编:王开河、颜长安;编者:王冬梅(第一、三章)、白福厚(第二章)、洪新(第四章)、杨列敏(第五、六章)、邵长金(第七章)、耿永雪(第八章)。由颜长安、王冬梅、白福厚、洪新、杨列敏、邵长金、耿永雪、闫吉法、郭德龙等同志统稿。刘金、白福厚、洪新、杨列敏、邵长金、耿永雪、颜长安参加了校稿工作。

参加本书编写的人员为本书的出版付出了艰辛的劳动。但由于时间紧、任务重,书中难免有不当之处,恳请大家在使用的过程中将发现的问题及修改建议及时告诉我们,以便再版时修订。

编者
2008 年 6 月

CONTENTS

目 录

暑期 (2008.7~2008.8) 学生自主学习作业

第一章 集合与常用逻辑用语	(1)
第二章 基本初等函数(I)	(8)
第三章 导数及其应用	(24)
第四章 三角函数	(30)

国庆节前 (2008.9.1~2008.9.30) 授课内容

第一章 集合与常用逻辑用语	(42)
1.1 集合的含义及其关系	(42)
1.2 集合的基本运算	(43)
1.3 命题及其关系	(44)
1.4 简单的逻辑联结词	(45)
1.5 全称量词与存在量词	(45)
第二章 基本初等函数(I)	(47)
2.1 函数的概念及表示方法	(47)
2.2 函数的定义域与值域	(48)
2.3 函数的单调性	(49)
2.4 函数的奇偶性	(49)
2.5 一次函数与二次函数	(50)
2.6 指数与指数函数	(51)
2.7 对数与对数函数	(52)
2.8 幂函数	(53)
2.9 函数的图象	(53)
2.10 函数与方程	(54)
2.11 函数模型及其应用	(55)
第三章 导数及其应用	(57)
3.1 导数的概念	(57)
3.2 导数的运算	(58)
3.3 导数的应用	(58)
3.4 定积分和微积分基本定理	(60)
第四章 三角函数	(61)
4.1 任意角和弧度制	(61)
4.2 任意角的三角函数	(62)
4.3 三角函数的诱导公式	(63)
4.4 同角三角函数基本关系式	(64)
4.5 两角和与差的三角函数	(64)
4.6 二倍角公式	(65)
4.7 三角函数的图象和性质	(66)
4.8 正余弦定理及应用	(67)

国庆节期间 (2008.10.1~2008.10.3) 学生自主学习作业

第五章 平面向量	(69)
----------------	------

国庆节后授课内容

第五章 平面向量	(75)
5.1 向量的概念和线性运算	(75)
5.2 平面向量基本定理及坐标运算	(76)
5.3 平面向量的数量积	(77)
5.4 平面向量的应用	(78)
第六章 数列	(79)
6.1 数列的概念及表示	(79)
6.2 等差数列	(81)
6.3 等比数列	(83)
6.4 数列求和	(85)
6.5 数列的应用	(87)
第七章 不等式	(91)
7.1 不等式与不等关系	(91)
7.2 一元二次不等式及其解法	(93)
7.3 二元一次不等式组与简单的线性规划问题	(94)
7.4 基本不等式	(97)
7.5 绝对值不等式	(98)
7.6 不等式的证明	(100)
第八章 平面解析几何	(102)
8.1 直线的倾斜角、斜率与方程	(102)
8.2 两条直线的位置关系	(104)
8.3 直线的交点坐标与距离公式	(105)
8.4 圆的方程	(107)
8.5 直线、圆的位置关系	(109)
8.6 椭圆	(111)
8.7 双曲线	(113)
8.8 抛物线	(115)
8.9 直线与圆锥曲线的位置关系	(117)
8.10 圆锥曲线的综合问题	(120)
8.11 曲线与方程	(122)

活页内容

测试题	共 20 页
参考答案	共 32 页

暑期(2008.7~2008.8)

学生自主学习作业

第一章 集合与常用逻辑用语

1.1 集合的含义及其关系

_____月_____日 星期_____

基础知识

1. 集合的含义与表示

(1) 一般地,我们把研究对象统称为元素,把一些元素组成的总体叫做集合.

给定集合,它的元素有三个基本特征:_____,

(2) 如果 a 是集合 A 的元素,记作_____,如果 a 不是集合 A 的元素,记作_____.

(3) 集合的常用表示方法有:① 列举法;② 描述法;③ Venn图法.

(4) 一些常用数集的记法如下:

2. 集合间的基本关系

对于两个集合 A, B ,

(1) 如果 A 中任一元素都是 B 的元素,则称_____,记作_____;

(2) 如果 $A \subseteq B$,且存在元素 $x \in B$,但 $x \notin A$,则称_____,记作_____;

(3) 如果 $A \subseteq B$,且 $B \subseteq A$,则 A 与 B 元素相同,称为_____,记作_____.

(4) 不含任何元素的集合叫做_____,记为_____,规定_____.

(5) 由集合间的关系可得如下结论:

①

②

③

(6) ① 若集合 A 中有 n 个元素,则 A 的子集有_____个,真子集有_____个,非空子集有_____个.

② 设集合 A 中有 n 个元素,集合 C 中有 $m(m \geq n)$ 个元素,若 $A \subseteq B \subseteq C$,则符合条件的集合 B 有_____个.

巩固练习

1. 定义集合运算:

$A \odot B = \{z | z = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$. 设集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{2, 3\}$, 则集合 $A \odot B$ 的所有元素之和为()

A. 0 B. 6 C. 12 D. 18

2. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 集合 $\{1, a+b, a\}$ 与集合 $\{0, \frac{b}{a}, b\}$ 相等, 则 $b-a$ 等于()

A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

3. 若集合 $M = \{0, 1, 2\}$, $N = \{(x, y) | x-2y+1 \geq 0\}$ 且 $x-2y-1 \leq 0, x, y \in M\}$, 则 N 中元素的个数为()

A. 9 B. 6 C. 4 D. 2

4. 设集合 $M = \{x | 0 < x \leq 3\}$, $N = \{x | 0 < x \leq 2\}$, 那么“ $a \in M$ ”是“ $a \in N$ ”的()

A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件

5. 设 a, b, c 是非零实数, 则由式子 $y = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|}$ 的所有值组成的集合是()

- A. $\{4\}$ B. $\{-4, 4\}$
C. $\{-4, 4, 0\}$ D. $\{0, 4\}$

6. 集合 $S = \{a, b, c, d, e\}$, 包含 $\{a, b\}$ 的 S 的子集共有 ()

- A. 2 个 B. 3 个 C. 5 个 D. 8 个

7. 已知集合 $A = \{-1, 3, 2m-1\}$, 集合 $B = \{3, m^2\}$. 若 $B \subseteq A$, 则实数 $m =$ _____.

8. 设 A, B 为两个集合, 下列四个命题:

- ① $A \subseteq B \Leftrightarrow$ 对任意 $x \in A$, 有 $x \in B$;
② $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$;
③ $A \subseteq B \Leftrightarrow A \supseteq B$;
④ $A \subseteq B \Rightarrow$ 存在 $x \in B$, 使得 $x \notin A$.

其中真命题的序号是 _____.

9. 已知集合 $A \subseteq \{2, 3, 7\}$, 且 A 中至多有一个奇数, 这样的集合 A 的个数是 _____.

10. 已知 $M = \{x | x = m + \frac{1}{6}, m \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x | x = \frac{n}{2} - \frac{1}{3}, n \in \mathbb{Z}\}$, $P = \{x | x = \frac{p}{2} + \frac{1}{6}, p \in \mathbb{Z}\}$, 则 M, N, P 之间的关系是 _____.

11. 已知非空集合 $M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且若 $a \in M$, 则 $6-a \in M$, 求集合 M 的个数.

12. 记 $f(x) = \sqrt{2 - \frac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 A , $g(x) = \lg[(x-a-1)(2a-x)]$ ($a < 1$) 的定义域为 B .

- (1) 求 A ;
(2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

1.2 集合的基本运算

基础知识

1. 集合的基本运算

(1) 由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合, 称为集合 A 与 B 的 _____, 记作 _____, 用集合语言表示就是 _____, 也可以用 Venn 图表示为 _____.

(2) 由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合, 称为集合 A 与 B 的 _____, 记作 _____, 用集合语言表示就是 _____, 也可以用 Venn 图表示为 _____.

(3) 如果一个集合含有研究问题中涉及的所有元素, 那么就称这个集合为 _____.

由全集中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为 _____, 记作 _____, 用集合语言表示就是 _____, 也可以用 Venn 图表示为 _____.

2. 集合运算的常用性质

集合的基本运算有如下常用性质:

(1)

(2)

(3)

巩固练习

1. 已知集合 A 中有 2 个元素, 集合 B 中有 5 个元素, 则集合 $A \cup B$ 中元素的个数 n 满足 ()

- A. $2 \leq n \leq 7$ B. $5 \leq n \leq 7$
C. $2 \leq n \leq 5$ D. 以上都不对

2. 已知 $P = \{y | y = x^2, x \in \mathbb{N}^*\}$, $Q = \{y | y = 2^x, x \in \mathbb{N}^*\}$, 则 ()

- A. $P \cap Q = \{2, 4\}$ B. $P \cap Q = \{4, 16\}$
C. $P = Q$ D. 以上都不对

3. 设 P 和 Q 是两个集合, 定义集合 $P - Q = \{x | x \in P, \text{且 } x \notin Q\}$. 如果 $P = \{x | \log_2 x < 1\}$, $Q = \{x | |x-2| < 1\}$ 那么 $P - Q$ 等于 ()

- A. $\{x | 0 < x < 1\}$ B. $\{x | 0 < x \leq 1\}$
C. $\{x | 1 \leq x < 2\}$ D. $\{x | 2 \leq x < 3\}$

4. 若 $A = \{x \in \mathbb{Z} | 2 \leq 2^{-x} < 8\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} | |\log_2 x| > 1\}$, 则 $A \cap (C_U B)$ 的元素个数为 ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

5. 已知集合 $M = \{-1, 1\}$, $N = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{1}{2} < 2^{x+1} < 4\right\}$, 则 $M \cap N$ ()

A. $\{-1, 1\}$ B. $\{-1\}$
C. $\{0\}$ D. $\{-1, 0\}$

6. 有限集合 S 中元素个数记作 $\text{card}(S)$, 设 A, B 都为有限集合, 给出下列命题:

① $A \cap B = \emptyset$ 的充要条件是 $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B)$;

② $A \subseteq B$ 的必要条件是 $\text{card}(A) \leq \text{card}(B)$;

③ $A \subseteq B$ 不成立的充分条件是 $\text{card}(A) \leq \text{card}(B)$;

④ $A = B$ 的充要条件是 $\text{card}(A) = \text{card}(B)$.

其中真命题的序号是 ()

A. ③, ④ B. ①, ②

C. ①, ④ D. ②, ③

7. 已知集合 $A = \{x \mid |x - a| \leq 1\}$, $B = \{x \mid x^2 - 5x + 4 \geq 0\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是_____.

8. 已知 $M = \left\{m \mid \frac{m-4}{2} \in \mathbb{Z}\right\}$, $N = \left\{x \mid \frac{x+3}{2} \in \mathbb{Z}\right\}$, 则 $M \cap N =$ _____.

9. 设集合 $A = \{1, 2\}$, 则满足 $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ 的集合 B 的个数是_____.

10. 设集合 $A = \{5, \log_2(a+3)\}$, 集合 $B = \{a, b\}$, 若 $A \cap B = \{2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

11. 已知 $A = \{x \mid x^2 - x - 6 < 0\}$, $B = \{x \mid 0 < x - m < 9\}$.

(1) 若 $A \cup B = B$, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

12. 已知 $A = \{a^2, a+1, -3\}$, $B = \{a-3, 3a-1, a^2+1\}$, 若 $A \cap B = \{-3\}$, 求 a 的值.

1.3 命题及其关系

_____月_____日 星期_____

基础知识

1. 命题及其关系

(1) 一般地, 用_____、_____或_____表达的, 可以_____陈述句叫做命题. 其中判断_____的语句叫做真命题, 判断_____的语句叫做假命题.

(2) 具有“若 p , 则 q ”形式的命题是数学中常见的命题形式, 其中 p 叫做命题的_____, q 叫做命题的_____.

(3) 如果原命题为“若 p , 则 q ”, 那么它的逆命题为_____, 否命题为_____, 逆否命题为_____.

(4) 原命题、逆命题、否命题与逆否命题这四种命题之间有如下的相互关系:

(5) 两个命题互为逆否命题, 那么它们有_____;
两个命题为互逆命题或互否命题, 它们的真假性_____.

(6) 反证法是证明命题的一种间接方法, 其一般步骤是:

①

②

③

2. 充分条件与必要条件

(1) “若 p , 则 q ”为真命题, 是指_____, 这时称作由 p 可以推出 q , 记作_____, 并且说 p 是 q 的_____, q 是 p 的_____.

(2) 如果既有 $p \Rightarrow q$, 又有 $q \Rightarrow p$, 则称 p 是 q 的_____, 简称_____.

(3) “ $p \Rightarrow q$ ” $\Leftrightarrow$ “ $\neg q \Rightarrow \neg p$ ”.

(4) 我们可以用集合的观点理解充分条件和必要条件:

已知 $A = \{x | x \text{ 满足条件 } p\}$, $B = \{x | x \text{ 满足条件 } q\}$, 则

- ① 若 $A \subseteq B$, 则 p 是 q 的 _____;
- ② 若 $B \subseteq A$, 则 p 是 q 的 _____;
- ③ 若 $A = B$, 则 p 是 q 的 _____.

巩固练习

1. 命题“若 $x^2 < 1$, 则 $-1 < x < 1$ ”的逆否命题是 ()

- A. 若 $x^2 \geq 1$, 则 $x \leq -1$, 或 $x \geq 1$
- B. 若 $-1 < x < 1$, 则 $x^2 < 1$
- C. 若 $x > 1$, 或 $x < -1$, 则 $x^2 > 1$
- D. 若 $x \geq 1$, 或 $x \leq -1$, 则 $x^2 \geq 1$

2. 根据函数① $f(x) = \lg(|x-2|+1)$, ② $f(x) = (x-2)^2$, ③ $f(x) = \cos(x+2)$, 判断如下三个命题的真假:

命题甲: $f(x+2)$ 是偶函数; 命题乙: $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 2)$ 上是减函数, 在区间 $(2, +\infty)$ 上是增函数; 命题丙: $f(x+2) - f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数. 能使命题甲、乙、丙均为真的所有函数的序号是 ()

- A. ①③ B. ①② C. ③ D. ②

3. 已知 p 是 r 的充分条件而不是必要条件, q 是 r 的充分条件, s 是 r 的必要条件, q 是 s 的必要条件. 现有下列命题: ① s 是 q 的充要条件; ② p 是 q 的充分条件而不是必要条件; ③ r 是 q 的必要条件而不是充分条件; ④ $\neg p$ 是 $\neg s$ 的必要条件而不是充分条件; ⑤ r 是 s 的充分条件而不是必要条件, 则正确命题序号是 ()

- A. ①④⑤ B. ①②④
- C. ②③⑤ D. ②④⑤

4. 设 $p: \log_2 x < 1$, $q: x < 2$, 则 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

5. 设 $f(x), g(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, $h(x) = f(x) + g(x)$, 则“ $f(x), g(x)$ 均为偶函数”是“ $h(x)$ 为偶函数”的 ()

- A. 充要条件
- B. 充分而不必要条件
- C. 必要而不充分条件
- D. 既不充分也不必要条件

6. 下列各小题中, p 是 q 的充分必要条件的是 ()

- ① $p: m < -2$ 或 $m > 6$,
 $q: y = x^2 + mx + m + 3$ 有两个不同的零点;
- ② $\frac{f(-x)}{f(x)} = 1$, $q: y = f(x)$ 是偶函数;
- ③ $p: \cos \alpha = \cos \beta$, $q: \tan \alpha = \tan \beta$;

④ $p: A \cap B = A$, $q: C \cup B \subseteq C \cup A$.

- A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ①④

7. 命题“若 $a \leq b$, 则 $ac^2 \leq bc^2$ ”及其逆命题、否命题和逆否命题中的真命题的个数是 _____.

8. 已知 a, b, c 是正整数且 $a^2 + b^2 = c^2$, 用反证法证明“ a, b, c 不可能都是奇数”时, 正确假设是 _____.

9. 设集合 $M = \{x | 0 < x \leq 3\}$, $N = \{x | 0 < x \leq 2\}$, 那么“ $a \in M$ ”是“ $a \in N$ ”的 _____.

10. 已知 p 是 r 的充分不必要条件, s 是 r 的必要条件, q 是 s 的必要条件, 那么 p 是 q 成立的 _____ 条件.

11. 设 α, β 是方程 $x^2 - ax + b = 0$ 的两个实根, 试分析 $a > 2$ 且 $b > 1$ 是两根 α, β 均大于 1 的什么条件?

12. 已知函数 $f(x) = a^x + \frac{x-2}{x+1}$ ($a > 1$),

求证: 方程 $f(x) = 0$ 没有负数根.

1.4 简单的逻辑联结词

基础知识

1. 用联结词“且”把命题 p 和命题 q 联结起来,得到的新命题记作_____,读作_____.
2. 用联结词“或”把命题 p 和命题 q 联结起来,得到的新命题记作_____,读作_____.
3. 对一个命题 p 全盘否定,得到的新命题记作_____,读作_____.
4. 判断下表命题 $p \wedge q, p \vee q, \neg p$ 的真假:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg p$
真	真			
真	假			
假	真			
假	假			

5. 命题“若 p , 则 q ”的否命题是_____,它的否定是_____.
6. 命题“ $p \wedge q$ ”的否定是_____;命题“ $p \vee q$ ”的否定是_____.

巩固练习

1. 下列结论正确的是()
 - A. “ $p \wedge q$ ”为真命题是“ $p \vee q$ ”为真命题的充分不必要条件;
 - B. “ $p \wedge q$ ”为假命题是“ $p \vee q$ ”为真命题的充分不必要条件;
 - C. “ $p \vee q$ ”为真命题是“ $\neg p$ ”为假命题的必要不充分条件;
 - D. “ $\neg p$ ”为真命题是“ $p \wedge q$ ”为假命题的必要不充分条件.
2. 命题“对任意的 $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 - 1 \leq 0$ ”的否定是()
 - A. 不存在 $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 \leq 0$
 - B. 存在 $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 \geq 0$
 - C. 存在 $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 > 0$
 - D. 对任意的 $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 > 0$
3. 下列命题既是“ $p \wedge q$ ”的形式,又是真命题的是()
 - A. 15 或 10 是 5 的倍数
 - B. 方程 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 的两个根是 -4 和 1
 - C. 方程 $x^2 + 1 = 0$ 没有实数根
 - D. 有两个角是 45° 的三角形是等腰直角三角形

_____月_____日 星期_____

4. 已知 p : 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $|a| + |b| > 1$ 是 $|a + b| > 1$ 的充要条件; q : 函数 $y = \sqrt{|x-1| - 2}$ 的定义域是 $(-\infty, -1) \cup [3, +\infty)$, 则()
 - A. “ $p \vee q$ ”为假
 - B. “ $p \wedge q$ ”为真
 - C. p 真 q 假
 - D. p 假 q 真
5. 已知 p : 若实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 = 0$, 则 x, y 全为 0; 若 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$. 给出下列四个命题: ① $P \wedge q$, ② $p \vee q$, ③ $\neg p$, ④ $\neg q$, 其中真命题的个数是()
 - A. 1
 - B. 2
 - C. 3
 - D. 4
6. 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, 与集合 $\{(x, y) | xy \neq 0\}$ 相等的集合是()
 - A. $\{(x, y) | x \neq 0 \text{ 且 } y \neq 0\}$
 - B. $\{(x, y) | x \neq 0 \text{ 或 } y \neq 0\}$
 - C. $\{(x, y) | x, y \text{ 中至少有一个不为 } 0\}$
 - D. $\{(x, y) | x, y \text{ 不都为 } 0\}$
7. 已知 p : -2 不是偶数, q : π 是无理数, 则在“ $p \wedge q$ ”, “ $p \vee q$ ”, “ $\neg p$ ”, “ $\neg q$ ”中, 真命题是_____, 假命题是_____.

8. 若 $(a-1)(b-1) \neq 0$, 则 $a \neq 1$, 或 $b \neq 1$ 是_____命题(填真或假).

9. 已知 $p: |x+1| > 2, q: 5x-6 > x^2$, 则 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的_____条件.

10. 如果 p, q 满足①“ $p \wedge q$ ”是假命题, ②“ $p \vee q$ ”是真命题, 则“ $\neg p$ 且 $\neg q$ ”是_____命题(填真或假).

11. 已知 $c > 0$, 设 p : 函数 $y = c^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减, q : 不等式 $x + |x-2c| > 1$ 的解集为 $\mathbf{R}$, 如果 $p \wedge q$ 是假命题, 且“ $p \vee q$ ”是真命题, 求实数 c 的取值范围.

12. 已知实数 a, b, c, d 满足条件: $2bd - c - a = 0$. 设 p : 一元二次方程 $ax^2 + 2bx + 1 = 0$ 有实根, q : 一元二次方程 $cx^2 + 2dx + 1 = 0$ 有实根, 求证: “ $p \vee q$ ”为真命题.

1.5 全称量词与存在量词

基础知识

1. 短语“所有的”“任意一个”在逻辑中通常叫做_____,并用符号_____表示,含有_____的命题叫做全称命题.

全称命题“对 M 中的任意一个 x , 有 $p(x)$ 成立”可以用符号简记为“_____”.

2. 短语“存在一个”“至少有一个”在逻辑中通常叫做_____,并用符号_____表示,含有_____的命题叫做特称命题.

特称命题“存在 M 中的元素 x_0 , 使 $p(x_0)$ 成立”可以用符号简记为“_____”.

3. 一般地, 对于含有一个量词的命题的否定, 有下面的结论:

(1) 全称命题 $P: “\forall x \in M, p(x)”$ 的否定 $\neg p$:

(2) 特称命题 $p: “\exists x_0 \in M, p(x_0)”$ 的否定 $\neg p$:

(3) 全称命题的否定是_____, 特称命题的否定是_____.

巩固练习

1. 下列短语中全称量词的个数是()

- ① 任意一个, ② 存在一个, ③ 所有的, ④ 每一个, ⑤ 有一个, ⑥ 对某个, ⑦ 任给的, ⑧ 有的, ⑨ 全部的, ⑩ 有些.

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

2. 下列命题是特称命题的是()

- A. 偶函数的图象关于 y 轴对称
B. 正四棱柱都是平行六面体
C. 不相交的两条直线是平行直线
D. 存在平方小于 0 的实数

_____月_____日 星期_____

3. 下列特称命题中真命题的个数是()

- ① $\exists x \in \mathbf{R}, x \leq 0$; ② 至少有一个整数, 它既不是合数也不是素数; ③ $\exists x \in \{x | x \text{ 是无理数}\}, x^2 \text{ 是无理数}.$

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

4. 下列全称命题中假命题的个数是()

- ① $2x+1$ 是整数, $x \in \mathbf{R}$; ② 对所有的 $x \in \mathbf{R}, x > 3$; ③ 对任意 $x \in \mathbf{Z}, 2x^2+1$ 为奇数.

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

5. 命题“ $\exists x \in \mathbf{N}^+, \text{使 } x^2 - 3x + m \geq 0$ ”的否定是()

- A. $\exists x \in \mathbf{N}, \text{使 } x^2 - 3x + m < 0$
B. 不存在 $x \in \mathbf{N}, \text{使 } x^2 - 3x + m < 0$
C. $\forall x \in \mathbf{N}^+, \text{都有 } x^2 - 3x + m \geq 0$
D. $\forall x \in \mathbf{N}^+, \text{都有 } x^2 - 3x + m < 0$

6. 给出下列命题: ① 存在实数 $x > 1$, 使 $x^2 > 1$; ② 全等的三角形必相似; ③ 有些相似三角形全等; ④ 至少有一个实数 a , 使得方程 $ax^2 - ax + 1 = 0$ 的根为负数. 其中特称命题的个数为()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x \leq 1$, 则 $\neg p$: _____.

8. 以下判断正确的命题是_____.

- ① 命题“负数的平方是正数”不是全称命题;
② 命题“ $\forall x \in \mathbf{N}, x^3 > x^2$ ”的否定是“ $\exists x \in \mathbf{N}, x^3 < x^2$ ”;

③ “ $a=1$ ”是“函数 $f(x) = \cos^2 ax - \sin^2 ax$ 的最小正周期是 π ”的必要不充分条件;

④ “ $b=0$ ”是“函数是 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 是偶函数的充要条件”.

9. 命题“对任意的 $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 \leq 0$ ”的否定是_____.

10. 下列命题中是全称命题的是_____.

- ① 正方形一定是矩形;
② 如果两个数的和为正数, 那么这两个数中至少有一个是正数;
③ 存在一个实数 x , 使得 $x^2 + x + 1 = 0$;

④ 勾股定理.

11. 写出下列命题的“ $\neg P$ ”形式,并判断它们的真假.

(1) $P: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 4x + 4 \geq 0$;

(2) $P: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 4 = 0$;

(3) P : 存在一个四边形不是平行四边形;

(4) P : 所有的矩形都是平行四边形.

12. 给定两个命题: P : 对任意实数 x 都有 $ax^2 + ax + 1 > 0$ 恒成立; Q : 关于 x 的方程 $x^2 - x + a = 0$ 有实数根. 如果 P 与 Q 中有且仅有一个为真命题, 求实数 a 的取值范围.

第二章 基本初等函数(I)

2.1 函数的概念及表示方法

基础知识

1. 函数的概念

(1) 一般地, 设 A, B 是非空的_____, 如果按照某种确定的对应关系 f , 使集合 A 中的任意一个数 x , 在集合 B 中_____的数 $f(x)$ 与之对应, 那么就称 $f: A \rightarrow B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数, 记作_____, $x \in A$. 其中, x 叫做自变量, x 的取值范围 A 叫做函数的_____; 与 x 的值相对应的 y 值叫做函数值, 函数值的集合 $\{f(x) | x \in A\}$ 叫做函数的值域. 值域是集合 B 的_____.

(2) 函数的构成要素为: _____, _____ 和 _____. 如果两个函数的_____, 并且_____, 我们就称两个函数相等.

2. 函数的表示法

(1) 函数的三种表示方法分别是: _____、_____ 和 _____.

(2) 研究函数时常会用到区间的概念; 区间的形式有 _____、_____ 和 _____.

注意: (1) “ $y=f(x)$ ”是函数符号, 可以用任意的字母表示, 如“ $y=g(x)$ ”;

(2) 函数符号“ $y=f(x)$ ”中的 $f(x)$ 表示与 x 对应的函数值, 是一个数, 而不是 f 乘 x .

巩固练习

1. 直线 $x=a$ 与函数 $y=f(x)$ 的图象的交点个数可能为()

- A. 1 B. 0 或 1
C. 无数个 D. 以上都不对

2. 函数 $y=f(x)$ 与函数 $y=f(x+2)$ 有相同的()

- A. 定义域 B. 对应法则
C. 值域 D. 以上都不对

3. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2, & (x > 0) \\ \pi, & (x = 0) \\ 0, & (x < 0) \end{cases}$, 则 $\{f[f(-2)]\}$ 的值是

- ()
A. 0 B. π C. π^2 D. 4

4. 若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上的函数, 且

_____月_____日 星期_____

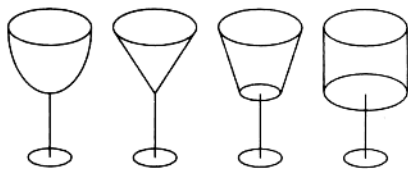
方程 $x - f[g(x)] = 0$ 有实数解, 则 $f[g(x)]$ 不可能是()

- A. $x^2 + x - \frac{1}{5}$ B. $x^2 + x + \frac{1}{5}$
C. $x^2 - \frac{1}{5}$ D. $x^2 + \frac{1}{5}$

5. 集合 $M = \{-2, 0, 1\}$, $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 映射 $f: M \rightarrow N$, 使任意 $x \in M$, 都有 $x + f(x) + xf(x)$ 是奇数, 则这样的映射共有()

- A. 60 个 B. 45 个 C. 27 个 D. 11 个

6. 四位好朋友在一次聚会上, 他们按照各自的爱好选择了形状不同、内空高度相等、杯口半径相等的圆口酒杯, 如图所示. 盛满酒后他们约定: 先各自饮杯中酒的一半. 设剩余酒的高度从左到右依次为 h_1, h_2, h_3, h_4 , 则它们的大小关系正确的是()



- A. $h_2 > h_1 > h_4$ B. $h_1 > h_2 > h_3$
C. $h_3 > h_2 > h_4$ D. $h_2 > h_1 > h_3$

7. 已知函数 $f(x), g(x)$ 分别由下表给出: 则 $f[g(1)] =$ _____; 满足 $f[g(x)] > g[f(x)]$ 的 x 的值为 _____.

8. 函数 $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$, 那么 $f(1) + f(2) + f(\frac{1}{2}) + f(3) + f(\frac{1}{3}) + f(4) + f(\frac{1}{4}) =$ _____.

9. 设函数 $f(n) = k$ (其中 $n \in \mathbf{N}^+$) k 是 π 的小数点后的第 n 位数字. $\pi = 3.141\ 592\ 653\ 5 \dots$, 则 $\{f(\dots f[f(10)])\} =$ _____.

10. 函数 $y=f(x)$ 是定义在无限集合 D 上的函数, 并且满足对于任意的 $x \in D$, $f_1(x) = f(x)$, $f_2(x) = f[f_1(x)], \dots, f_n(x) = f[f_{n-1}(x)], (n \geq 2, n \in \mathbf{N})$

(1) 若 $y=f(x) = \frac{1+x}{1-3x}$, 由 $f_8(1) =$ _____;

(2) 试写出满足下面条件的一个函数 $y=f(x)$, 存在 $x_0 \in D$, 使得由 $f_1(x_0), f_2(x_0), \dots, f_n(x_0), \dots$ 组成的集

合有且仅有两个元素,这样的函数可以是_____ (写出一个即可).

11. 已知函数 $f(x) = 2x - 1, g(x) = \begin{cases} x^2 (x \geq 0) \\ -1 (x < 0) \end{cases}$, 求 $f[g(x)]$ 和 $g[f(x)]$ 的解析式.

x	1	2	3
$f(x)$	1	3	1

x	1	2	3
$g(x)$	3	2	1

12. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(f(x) - x^2 + x) = f(x) - x^2 + x$,

(1) 若 $f(2) = 3$, 求 $f(1)$; 又若 $f(0) = a$, 求 $f(a)$;

(2) 设有且仅有一个实数 x_0 , 使得 $f(x_0) = x_0$, 求函数 $f(x)$ 的解析表达式.

2.2 函数的定义域与值域

基础知识

1. 函数的定义域

(1) 函数的定义域 _____

特别的以解析式表达的函数定义域为 _____

(2) 确定函数定义域的考虑方向:

- ① 使分母有意义;
- ② 使根号对数等符号有意义;
- ③ 使复合函数有意义.

2. 函数的值域

(1) 函数的值域 _____

特别的分段函数的值域为 _____

(2) 几个常用的特殊函数

- ① 一次函数
- ② 二次函数
- ③ 反比例函数
- ④ $y = x + \frac{1}{x}$ 函数

注: 多用换元法向上述函数转化.

(3) 求值域的最常用方法

- ① 配方法
- ② 单调函数法
- ③ 换元法
- ④ 导数法(实质为单调函数法)

巩固练习

1. 函数 $y = \sqrt{1-x^2} - \sqrt{x^2-1}$ 的定义域是()

- A. $[-1, 1]$ B. $\{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 1\}$
C. $[0, 1]$ D. $\{-1, 1\}$

2. 已知函数 $f(x) = \frac{x+3}{x-4}, g(x) = \frac{x^2-9}{x^2-7x+12}$ 的值域

分别为 P, Q 则()

- A. $P \subseteq Q$ B. $P = Q$
C. $Q \subseteq P$ D. 以上答案都不对

3. 函数 $y = x^2 + \frac{1}{x} (x \leq -\frac{1}{2})$ 的值域是()

- A. $(-\infty, -\frac{7}{4}]$ B. $[-\frac{7}{4}, +\infty)$
C. $[\frac{3\sqrt[3]{2}}{2}, +\infty)$ D. $(-\infty, -\frac{3\sqrt[3]{2}}{2}]$

4. 函数 $f(x) = x^2 - 4x + 5, x \in [0, m]$ 时的值域为 $[1, 5]$, 则 m 的取值范围为()

- A. $(0, 4]$ B. $[2, +\infty)$
C. $[2, 4]$ D. $(0, +\infty)$

5. 函数 $y = \lg(x^2 + 2x + m)$ 的值域为 $\mathbf{R}$, 则 m 的取值范围为()

- A. $m > 1$ B. $m \geq 1$
C. $m \leq 1$ D. $m \in \mathbf{R}$

6. 函数 $f(x)$ 的定义域为 $[a, b]$, 且 $b > -a > 0$, 则函数 $F(x) = f(x) + f(-x)$ 的定义域是()

- A. $[a, -a]$ B. $(-\infty, -a) \cup [a, +\infty)$
C. $[-a, a]$ D. $(-\infty, a] \cup [-a, +\infty)$

7. 已知 $f(x+1)$ 定义域为 $[-2, 3)$, 则 $f(\frac{1}{x}+2)$ 的定义域为 _____.

8. 函数 $y=|x+1|+\sqrt{(x-2)^2}$ 的值域为 _____.

9. 函数 $y=\frac{2x-5}{x-3}$ 的值域为 $\{y|y\leq 0 \text{ 或 } y\geq 4\}$ 则此函数的定义域为 _____.

10. 函数 $y=x+\sqrt{1+x}$ 的值域为 _____.

11. 已知 $f(x)=\frac{x^2+2x+a}{x}, x\in[1, +\infty)$,

(1) 当 $a=\frac{1}{2}$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最小值;

(2) 若对任意 $x\in[1, +\infty)$, $f(x)>0$ 恒成立, 试求 a 的取值范围.

12. 等腰梯形 $ABCD$ 的两底分别为 $AD=2a, BC=a$, $\angle BAD=45^\circ$, 直线 $MN\perp AD$ 交 AD 于 M 交 BC 于 N . 记 $AM=x$, 试将梯形 $ABCD$ 位于直线 MN 左侧的面积 y 表示为 x 的函数, 并写出函数的定义域与值域.

2.3 函数的单调性

基础知识

1. 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D , 区间 $M\subseteq D$. 如果对于任意的 $x_1, x_2\in M$, 当 _____, 那么就说, $f(x)$ 在区间 M 上是增函数, 区间 M 叫做 $f(x)$ 的 _____; 如果对于任意的 $x_1, x_2\in M$, 当 _____, 那么就说 $f(x)$ 在区间 M 上是减函数, 区间 M 叫做 $f(x)$ 的 _____.

2. 对于可导函数 $f(x)$, 当 $x\in D$ 时有 _____, 则 $f(x)$ 在 D 上为增函数, 当 $x\in D$ 时有 _____, 则 $f(x)$ 在 D 上为减函数.

3. 几点注意:

(1) 函数的单调区间是其定义域的子集, 讨论函数的单调性时, 必须先确定函数的定义域;

_____ 月 _____ 日 星期 _____
(2) 奇函数在对称的两个区间上的单调性相同, 偶函数在对称的两个区间上的单调性相反;

(3) 对于具体函数的单调性, 可以通过求导来判断, 对于抽象函数的单调性, 多是通过定义来研究.

4. 对于复合函数 $y=f[g(x)]$, 若 $u=g(x)$ 在区间 (a, b) 上是单调函数, 且 $y=f(u)$ 在区间 $(g(a), g(b))$ 或者 $(g(b), g(a))$ 上是单调函数, 若 $y=f(u)$ 与 $u=g(x)$ 单调性相同, 则 $y=f[g(x)]$ 是 _____; 若 $y=f(u)$ 与 $u=g(x)$ 单调性相反, 那么 $y=f[g(x)]$ 是 _____; 简称为 _____.

巩固练习

1. 函数 $y=f(x)$ 是定义域 R 上的减函数, 则函数 $f(|x+2|)$ 的单调减区间是 ()