

20世纪  
科普经典  
特藏



# aha! 啊哈!

# 原来如此

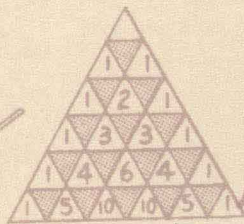
## Aha! Gotcha

$$9+8+9+4+6+0=36$$

$$3+6=9$$

〔美〕马丁·伽德纳 著

胡作玄 评点



Eqnar Eht  
NO  
Emoh, Emoh!



科学出版社  
www.sciencep.com



# aha! 啊哈! 原来如此

Aha! Gotcha

〔美〕马丁·伽德纳 著  
胡作玄 评点

科学出版社

北京

图字：01-2008-0262

First published in the United States under the title

Aha Insight Aha Gotcha

© 2006 by Martin Gardner for the Mathematical Association of America

Washington, D. C.

**图书在版编目(CIP)数据**

---

啊哈！原来如此：原版加注 / (美) 伽德纳 (Gardner, M) 著；胡作玄  
评点. —北京：科学出版社，2008

(20世纪科普经典特藏)

ISBN 978-7-03-020337-3

I. 啊… II. ①伽… ②胡… III. 数学-普及读物-英文 IV. 01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第000585号

---

责任编辑：胡升华 郝建华 / 责任校对：桂伟利

责任印制：钱玉芬 / 封面设计：黄华斌

**科学出版社出版**

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

**双青印刷厂印刷**

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2008年4月第一版 开本：B5(720×1000)

2008年4月第一次印刷 印张：13 1/2

印数：1—6 000 字数：260 000

**定价：28.00元**

(如有印装质量问题，我社负责调换〈双青〉)

## 序

20世纪在科学发展史上是一个辉煌的世纪，以物理学和生物学的创新性成果为标志的科学成就，极大地改变了世界的面貌，改变了人类的认知水平、生产方式和生活方式。20世纪也是科学史上的一个英雄世纪，一大批别具一格的科学大师风云际会，相继登场，使科学的舞台展现出前所未有的绚丽风采。20世纪发生了两次世界大战，二战催生的原子弹，使社会公众了解了科学的巨大威力，也促使人类认真地审视科学，了解到科学必须要与人类的良知，与人文精神结合在一起，只有合理地利用，才能造福于人类，才能有利于和平，有利于人类社会的可持续发展。进入20世纪80年代，人类更进一步认识到必须携起手来保护生态，控制环境污染，探索可持续发展的道路。可持续发展理念的形成，是20世纪阶级社会发展观进步的一个重大的事件。

回顾20世纪科学走过的道路，从突飞猛进的科学创造，到科学与人文伦理的深度撞击，形成与人文精神交融并进的局面，最终在人类文明史上留下了不同寻常的篇章。

20世纪诞生的科学和思想大师所取得的非凡的科学成就、创造的充足科学和思想养分，孕育了一批优秀的科普作品，为公众提供了丰富的精神食粮。人们可以跟着爱因斯坦、薛定谔、伽莫夫、沃森、温伯格、霍金等等科学大师的生花妙笔去领略科学创造的历程、登攀一个个科学顶峰的征程和科学高峰的神奇景观；可以跟着卡逊在寂静的春天里思考知更鸟的命运；可以跟着萨根去观察宇宙和生命……。今天这些科学大

师和思想大师大部分都已离开了我们，但那些优秀科普作品是他们留给后代的不朽的精神财富。

20 世纪已经过去，21 世纪已经肯定是一个全球化、知识化的世纪，也是科技国际化、网络化的一个时代。可持续发展依然是人类唯一的发展道路，自然科学、社会科学、人文精神将交叉融合，世界的文化环境会发生很大的变化，东西方文化将会在激荡过程中进一步融合升华，创造出具有国际化，又有民族特色的新文化。在未来 15 年，中国要基本完成向一个创新型国家过渡。建立创新体系、创新机制配套的基础是要大幅度提高国民的文化教育水平和科学素质，把我国庞大的人口负担真正转化为无可比拟的创新人力资源。

在中国这样一个大国传播普及科技知识、科学精神是一个宏大的系统工程，需要政府组织倡导和社会各界的积极努力。中国科学院也承担着光荣而艰巨的任务，我们有义务整合全院资源努力把科普工作做大、做好，为国家和社会发挥更大的作用。科学出版社是科普图书出版的一支战略方面军，应该大有作为。《20 世纪科普经典特藏》把原汁原味的经典科普大餐奉献给新时代读者，辅之以中文点评是一个很好的尝试。希望这些经典著作能给读者以启发，开拓读者的科学视野，更希望这些经典著作能起到示范的作用，推进我们自己的原创科普和科学文化作品的创作和出版。

钱南祥  
2016年元月十七日

# 马丁·伽德纳

## Martin Gardner

本书作者马丁·伽德纳 (Martin Gardner) 是当代最著名的数学科普作家之一。他于 1914 年生于美国俄克拉荷马州的塔尔萨，中学时代就对数学深感兴趣，并一直保持至今。由于他想成为一位物理学家，因此，他没有接受过正式的高等数学教育。他进入芝加哥大学之后，逐渐对科学哲学产生了兴趣，因此放弃了物理学，专攻哲学，并于 1936 年获得学士学位。毕业后，他从事新闻工作。1941 年美国参战，他应征入海军服役 4 年。战后，他回到芝加哥大学读哲学研究生，但未取得学位。其后 8 年他主要是自由撰稿人，特别是为儿童杂志“Humpty Dumpty”（这是在英美受众所周知的矮胖子的形象）撰稿来维持生计。

1956 年，数学界出现两件大事改变了他的一生。当时由纽曼 (Newman) 主编的四大卷“*The world of Mathematics*” (数学世界) 成为英美的畅销书。也正是在这件事的影响下，有着 110 年历史的著名科普杂志“*Scientific American*” (科学美国人) 的主编皮尔 (Gerard Piel) 看到了数学科普的商机，决定创办《数学游戏》专栏。由于此前伽德纳曾写过一两篇数学方面的文章给《科学美国人》，因此，皮尔邀请他主持这个专栏。后来他回忆说，他根本就没有准备好，当时他连一本有关数学游戏的书都没有。于是，他跑到纽约，买下所有有关书籍。事情就这样开始了，这成为他的终身事业。

他说，他喜欢写这个专栏是因为他热爱数学。但万万没有想到的是，《数学游戏》专栏受到广泛的欢迎，成为《科学美国人》的招牌产品。他本人也出了



名，结交了许多大数学家，也受到许多业余数学爱好者的注意。从1956年到1981年，他几乎每月一篇，连续不断写了25年。1981年底他退休后，每年还偶尔写上一两篇。这些文章现在大都收集在一起，形成了十几本单行本。另外，他又写了十几本书，例如《数学狂欢节》(Mathematical Carnival)等，而本书“Aha! Gotcha”(1982)和“Aha! Insight”(1978)是其中最著名的，中文译本《啊哈，原来如此》(李建臣、刘正新译)将于2008年由科学出版社出版。除了数学科普之外，他还写了许多一般科普著作，值得注意的是，他与伪科学进行不懈的斗争，特别是那些打着科学名义贩卖伪科学私货的东西。

马丁·伽德纳以他卓越的工作赢得了许多荣誉，其中最大的当是1987年获得美国数学会斯蒂尔(Steele)奖中的论述奖。这个奖项完全不同寻常，因为这可以说是美国数学界的最高荣誉，所有获奖者都是当代伟大的数学家。30年来，伽德纳是获奖者中唯一一位没有受过正规高等数学教育的非专业数学家。然而，他有许多朋友是大数学家，如埃尔多什(P. Erdős, 1913~1996)和康威(J. Conway, 1937~)。更重要的是，他曾把当时最杰出的数学成就介绍给公众，是产生巨大影响的人。其中一个特殊的例子是，他介绍英国物理学家彭罗斯(R. Penrose, 1931~)发现的五次对称性，而这后来成为“拟晶”的基础。

1994年，在美国工业与应用数学会年会上他又获得美国的数学传播奖。颁奖时除特别提到他《科学美国人》的著名专栏外，还谈到他反对伪科学的作品。他是一位反伪科学的斗士。

他曾随20世纪哲学大师卡尔纳普(R. Carnap)学习科学哲学，两人合著《科学哲学引论》，1966年出版。

胡作玄

## 引言

# 这

本书书名直译就是《啊哈！我明白了》如果同上本书的译名《啊哈！灵机一动》配套，也可以译成《啊哈！原来如此》。这种配套真的出现了。2006年，伽德纳的这两本书在美国合在一起出版，因此，我们既然评点前一本，评点后一本也就是顺理成章的事。然而，配套是配套，《啊哈！原来如此》在伽德纳的书却是与众不同，独具一格的数学科普读物，伽德纳本人也认为这本书是他写得最好的一本。在我看来它有着非常突出的特点。

这种特点首先可以从副标题《让人费解又让人愉快的悖论》看出来。当然，好的数学游戏必定让人感到有趣，使他体会到明白之后的痛快，当然还必须有一定的难度，对于爱动脑筋的人是个挑战，不是那种教材、教辅、奥数、甚至数学竞赛所教的东西。伽德纳的书和文章有许多这样的谜题，他让你费脑筋想出答案，并不是所有题目难度都一样，最后他会揭晓比较难的谜题的答案。

可是最为让人着迷的谜题是《啊哈！原来如此》中的悖论。悖论对于一般读者是一个比较生疏的名词，从数学、逻辑、哲学、科学上讲，不同的学者往往给出不同的定义，甚至译名和用法也有不同（台湾常译为吊诡，物理学中常译为佯谬），这更增加了它的神秘色彩。伽德纳在本书的序言中，对什么是悖论提出了比较宽泛的范围。简单说，悖论就是似是而非、似非而是、自相矛盾、真假不能判定的命题，而且涉及面包括逻辑、数、几何、概率、统计、时间等六个方面。

虽说，这本书中的悖论不完全是正经八百的数



学悖论，但是，我得说，这本书要比其他同类著作有好处。为什么？因为在数学史上悖论及其解决对数学发展起着不可忽视，有时甚至是决定性的作用，不像其他数学谜题那样对数学本身影响不大。正因为如此，悖论可以帮助你更深入理解数学，而这恰恰是许多数学科普著作难以达到的。特别是，本书的许多“悖论”都是在有关的学术著作中非常严肃讨论的课题，例如，罗素悖论、类型论、说谎者悖论（它在哥德尔证明中的应用）、无穷旅店、阿列夫的阶梯、辫子理论、不动点定理、概率和统计中的许多问题以及芝诺悖论等。值得注意的是，数学史上还有许多重要悖论，例如概率论中的圣彼德堡悖论等，它们对于数学本身的发展有巨大的促进作用，而这是通常数学游戏很少能达到的，正因为如此，我们对这本书更应给予特别的注意。

值得注意的是，本书的悖论不只是数学的，还有物理的和哲学的，它们不同于数学悖论可以有确定的解法。但它们可让读者提高思想境界，特别是三、四、五、六章的最后一、两节，有兴趣读者可以特别关注。

本书正文和书尾都有许多参考资料的提示，有兴趣的读者可以找来阅读，可以大大开扩眼界，这也是本书与其他科普著作的不同之一。

## Preface

*These are old fond paradoxes to make fools laugh i' the alehouse.*

Desdemona, *Othello*, Act 1, Scene 1

If we alter Desdemona's remark to "These are old and new paradoxes to make us laugh during lunch time," then it is not a bad description of this book. The word *paradox* has many meanings, but I use it here in a broad sense to include any result so contrary to common sense and intuition that it invokes an immediate emotion of surprise. Such paradoxes are of four main types:

1. An assertion that seems false but actually is true.
2. An assertion that seems true but actually is false.
3. A line of reasoning that seems impeccable but which leads to a logical contradiction. (This type of paradox is more commonly called a fallacy.)
4. An assertion whose truth or falsity is undecidable.

Paradoxes in mathematics, like those in science, can be much more than jokes. They can lead to deep insights. For early Greek thinkers it was a bothersome paradox that the diagonal of a unit square could not be measured accurately, no matter how finely graduated the ruler. This disturbing fact opened up the vast realm of the theory of irrational numbers. To nineteenth century mathematicians it was enormously paradoxical that all the members of an infinite set could be put in one-to-one correspondence with the members of one of its subsets, and that two infinite sets could exist whose members could not be put into one-to-

one correspondence. These paradoxes led to the development of modern set theory, which in turn had a strong influence on the philosophy of science.

We can learn much from paradoxes. Like good magic tricks they are so astonishing that we instantly want to know how they are done. Magicians never reveal how they do what they do, but mathematicians have no need to keep secrets. Throughout, I have done my best to explain in nontechnical language, and as briefly as possible, why each paradox is paradoxical. If this stimulates you to go on to other books and articles where you can learn more, you will not only absorb a great deal of significant mathematics but also enjoy yourself in the process. Some easily accessible readings are starred in the References and Suggested Readings at the end of the book.

*November 1981*

*Martin Gardner*

# Contents 目录

序.....	路甬祥
马丁·伽德纳.....	胡作玄
引言.....	胡作玄

## Preface

1 Logic.....	1
--------------	---

### 逻辑

Paradoxes about truth-tellers, liars, crocodiles,  
and barbers

关于讲真话者、说谎者、鳄鱼和理发师的悖论

The Liar Paradox.....	4
-----------------------	---

说谎者悖论

Buttons and Graffiti.....	6
---------------------------	---

圆形小徽章和涂鸦

A Sentence and Its Opposite.....	8
----------------------------------	---

句子及其反义句

The Crazy Computer.....	9
-------------------------	---

疯狂的电脑

Infinite Regress.....	10
-----------------------	----

无穷的回溯

The Plato-Socrates Paradox.....	12
---------------------------------	----

柏拉图—苏格拉底悖论

Alice and the Red King.....	13
-----------------------------	----

艾丽斯和瑞德国王

Crocodile and Baby.....	15
-------------------------	----

鳄鱼和婴儿

The Don Quixote Paradox.....	16
堂·吉河德的悖论	
The Barber Paradox.....	17
理发师悖论	
Astrologer, Robot, and Catalog.....	18
算命先生、相机器人和索引目录	
Dull Versus Interesting.....	20
有趣与乏味	
Semantics and Set Theory.....	21
语义学和集合论	
Metalanguages.....	22
元语言	
Theory of Types.....	24
类型论	
The Swami's Prediction.....	25
印度教导师的预言	
The Unexpected Tiger.....	26
没有料到的老虎	
Newcomb's Paradox.....	29
纽康门悖论	
<b>2 Number.....</b>	<b>33</b>
数	
Paradoxes about integers, fractions, and an infinite ladder	
关于整数、分数以及无穷阶梯的悖论	
The Six-Chair Mystery.....	36
6 把椅子的谜题	
The Elusive Profit.....	37
难以确定的利润	
Population Implosion.....	39
人口爆炸	
The Ubiquitous Number 9.....	41
无处不在的数 9	
The Bewildered Bus Driver.....	44
困惑的汽车司机	
The Missing Dollar.....	47
丢失的美元	
Magic Matrix.....	49
魔幻矩阵	

The Curious Will·····	53
奇怪的遗嘱	
The Amazing Code·····	55
惊人的码	
Hotel Infinity·····	57
无穷大旅店	
The Ladder of Alephs ·····	60
阿列夫的阶梯	
<b>3 Geometry</b> ·····	<b>63</b>
几何学	
Paradoxes about plane, solid, and impossible shapes	
关于平面、立体以及不可能的图形的悖论	
Getting Around a Girl·····	66
绕着追女孩	
The Great Moon Mystery·····	67
月亮之大谜题	
Mirror Magic·····	70
镜子的魔术	
Cubes and Ladies·····	73
立方体和女士们	
Randi's Remarkable Rugs ·····	75
兰迪的不同寻常的小地毯	
The Vanishing Leprechaun·····	79
消失的勒普列康	
The Great Bank Swindle·····	81
银行大骗局	
The Amazing Inside-Out Doughnut·····	82
油炸圈饼图形内外表面的神奇变幻	
The Bewildering Braid·····	84
令人困惑的辫子	
The Inescapable Point·····	86
不可绕开的点	
Impossible Objects·····	88
不可能的对象	
A Pathological Curve·····	
病态曲线	

The Unknown Universe.....	92
未知的宇宙	
Antimatter.....	95
反物质	
<b>4 Probability.....</b>	<b>97</b>
概率	
Paradoxes about chance, wagers, and beliefs	
关于机遇、打赌和信念的悖论	
The Gambler's Fallacy.....	101
赌徒的错误想法	
Four Kittens.....	104
四只小猫	
Three-Card Swindle.....	107
三牌骗局	
The Elevator Paradox.....	110
电梯悖论	
The Bewildered Girlfriends.....	112
困惑的女友	
Three-Shell Game.....	115
三壳游戏	
Chuck-A-Luck.....	117
鸟笼赌博	
Puzzling Parrots.....	119
令人费解的鸚鵡	
The Wallet Game.....	122
钱包游戏	
The Principle of Indifference.....	124
无差别原理	
Pascal's Wager.....	127
帕斯卡的打赌	
<b>5 Statistics.....</b>	<b>131</b>
统计	
Paradoxes about gismos, clumps, ravens, and grue	
关于小玩意儿、成簇、乌鸦和蓝绿的悖论	
The Deceptive "Average".....	134
有欺骗性的“平均值”	



Mother of the Year	137
年度母亲	
Jumping to Conclusions	139
跳到结论	
The Small-World Paradox	142
小世界悖论	
What's Your Sign?	143
你是什么星座的?	
Patterns in Pi	145
$\pi$ 的模式	
Jason and the Sun	146
JASON 和太阳 (SUN)	
Crazy Clumps	148
疯狂的成簇	
An Amazing Card Trick	149
令人吃惊的纸牌戏法	
The Voting Paradox	152
投票悖论	
Miss Lonelyhearts	154
心灵孤独的小姐	
Hempel's Ravens	158
亨普尔的乌鸦	
Goodman's Grue	161
古德曼的蓝绿	
<b>6 Time</b>	<b>163</b>
时间	
Paradoxes about motion, supertasks, time travel, and reversed time	
关于运动、超级任务、时间旅行以及时光倒流 的悖论	
Carroll's Crazy Clocks	166
卡洛尔的怪钟	
The Perplexing Wheel	167
令人困惑的轮子	
The Frustrated Skier	169
失望的滑雪者	

Zeno's Paradoxes.....	170
芝诺的悖论	
The Rubber Rope.....	172
橡皮绳	
Supertasks.....	175
超级任务	
Mary, Tom, and Fido.....	176
玛丽、汤姆和菲多	
Can Time Go Backward?.....	179
时光能否倒流？	
Time Machines.....	182
时间机器	
The Tachyon Telephone.....	183
快子电话	
Parallel Worlds.....	185
并行世界	
Time Dilation.....	187
时间延迟	
Fate, Chance, and Free Will.....	190
命运、机遇和自由意志	
<b>References and Suggested Readings.....</b>	<b>193</b>
参考文献和推荐读物	