HUAZHONG UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

高等学校教材

电力系统可靠性

DIAN LI XI TONG KE KAO XING

丘昌涛

华中理工大学出版社

PDG

2

电力系统可靠性

丘昌涛

华中理工大学出版社

内 容 简 介

本书讲述电力系统可靠性的基本定义、基本理论和基本的计算方法。全书共分十二章，包括概率与随机变量、电力系统元件模型、发电系统可靠性模型及计算、大规模系统的可靠性计算、发电机组及送电线路可靠性数据的收集与估计等。内容叙述深入浅出，简洁明了，用具体数例，把抽象而复杂的可靠性理论及计算通俗化，易为广大工程技术人员所接受。每章附有习题，供读者自学或给学生演习之用。

本书可作为电力系统工程技术人员继续教育、大专院校教师、有关专业的大学生、研究生的参考书或教科书，也可作为有关专业中专毕业生的自学教材。

电力系统可靠性

丘昌涛

责任编辑　李　德

华中理工大学出版社出版发行

（武昌喻家山）

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社印刷厂印刷

*

开本：787×1092　1/16　印张：6.75 字数：151 000

1992 年 7 月第 1 版　1992 年 7 月第 1 次印刷

印数 1—1 000

ISBN7-5609-0676-1/TM・44

定价：1.88 元

（鄂）新登字第 10 号

前　　言

可靠性理论的发展和应用,首先在军事工程和空间系统,由于电子工业、原子能工业及空间技术的复杂,要求有很高的可靠性,但该理论发展的当初,多着眼于元件的可靠性。

电力系统可靠性的研究大约始于 30 年代。在 1940 至 1965 年间,已将概率论数学方法应用于发电备用容量的计算。1965 年美国东北部系统的大停电,对电力系统可靠性的研究是一个很大的推动力量。1968 年在美国政府促进下,成立了美国全国电气可靠性委员会(NERC),包括加拿大的电力部门参加,后改称北美电力可靠性委员会,仍叫 NERC。近 20 多年来,世界各国也都充分注意了电力系统的可靠性工作,取得了很大的成果,用电的可靠度、供电质量、电网安全情况都有明显的改善与提高,并且取得了显著的经济效益。

在我国,从 70 年代初起,就开始注意了可靠性技术在电力系统中的应用。许多单位在理论和方法上进行了学习和研究,在实践上对电力设备的可靠性参数开始进行统计和收集,对系统规划方案进行了预测,在发电机组检修计划安排上开始应用了可靠性准则。全国举办了各种学习班,宣传及推广可靠性知识和经验。中国电机工程学会成立了可靠性专业委员会,1985 年建立了水电部电力可靠性管理中心,1987 年成立了"机械委可靠性中心",并在 1983、1988 年两次召开了全国电力系统可靠性学术讨论会。这些工作,对推动和完善我国电力企业可靠性管理,提高电力系统运行水平,都起了很大的作用。

为了能在电力部门广泛、扎实而又迅速地推行可靠性管理,有必要使广大的电力系统工程技术人员对可靠性的基本理论和计算方法有一个基本的了解。本书就是为这个目的而编著出版的。

本书共分十二章。第一章讲了电力系统可靠性的基本定义和简要发展。第二章和第七章,简要地讲述了概率和随机变量的基本概念,作为可靠性的理论基础;第三章讲述电力系统的元件和二状态模型;第四、五章讲系统的模型和计算方法;第六章讲发电系统的模型及可靠性指标 LOLP、EENS、PEL 及 EIR 的计算。第八、九章讲述了电力系统可靠性指标 D、F 的计算。第十、十一两章讲了互联电力系统及发电-输电大规模系统的可靠性计算。第十二章则专门讲述发电机组及送电线路可靠性参数的收集与估计。在内容选择上,主要讲述美国通用电气公司(G.E.)采用的一套可靠性实用计算方法。编著者尽量做到深入浅出,简洁明了,用具体的数字例子,把看起来很抽象而复杂的可靠性理论和计算方法通俗化、直觉化,使广大的工程技术人员能较快地理解、接受和掌握;同时又不失其理论的严格性和深度。为了便于读者自学或给学生演习,每章末均附有习题。

本书是在 1981 年的讲义[18]的基础上,经过多年的试用和补充修改而成的,在此期间,电

力部干校和东北电业管理局曾先后印刷内部使用。由于本书的目的主要是为了广大的电力工程技术人员学习参考，因而着重于实用性和具体化。对于近10多年来国内外许多作者在可靠性理论研究上的发展与成果，没有编写进去。

作者感谢美国通用电气公司的P.F. Albrecht先生，书中的一部分内容和习题，是参考了他的原讲义中的材料而写成的。§12-5的内容完全取自王素之同志的有关论文。编著者对岳占明工程师在插图上的帮助表示谢意。

由于编著者水平的限制，不免有错误之处，请读者批评指正。

丘 昌 涛

1991年于吉林

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

第一章 概 述

§1-1 基本定义

·什么是可靠性

比较能为大家接受的定义是：元件、设备、系统等在规定的条件下和预定的时间内，完成其规定功能的概率。可靠性被定义为一个概率，使得通常使用的模糊不清的可靠性的概念有了一个可以量度及计算的定量的尺度。

·电力系统的可靠性

电力系统是由发电机、变压器、输电线、开关等元件组成的大系统，它可分为发电系统、输电系统、配电系统三大部分。电力系统的任务是向用户提供连续不断的鹏乎质量的电能，人们要求它应有很高的可靠程度。对于大电力系统而言，其可靠性被定义为：大电力系统供电给主要配电点的保证程度。

·可靠性和安全性

上述的“保证程度”就是可靠性，是指系统连续不断地供电给用户的一个概率，有它的定量指标。至于系统的安全性是系统的一种情况（状态），例如承受输电线事故状态下的潮流，这是一个确定性问题，与可靠性是有区别的。

·充裕度与可靠性

大电力系统的充裕度是指系统有足够的发电容量，在任何时候都能满足所有用户的峰荷并提供他们所需的电力，但大电力系统的可靠性，除了充裕度以外，还应包括互联输电网络的安全性以及可能引起大面积停运的级联失控操作的躲开程度幔

·停运与停电

电力系统的元件不能完成其规定功能的状态，称为停运，它和用户感到的停电不同。停运是元件的一种状态，而停电是由于一个或几个元件的停运而引起的对一个或若干个用户供电的中断。在一定时间内，可以由开关操作而恢复供电的叫临时性停电，否则为持续性停电。

·可靠性计算的步骤

电力系统可靠性的计算可以分为五个步骤：

(1)定义停运；

(2)定义停运事件；

(3)建立电力系统停运模型；

(4)决定模型参数；

(5)进行应用及计算。

§1-2 电力系统可靠性指标

·电力系统可靠性指标

已经提出许多有关电力系统可靠性指标，这里只列举几种：

(1)LOLP，电力不足概率；或 LOLE，期望的电力不足天数；
(2)HLOLE，期望的电力不足小时数；
(3)EENS，期望的电量不足；
(4)FLOL，电力不足频率；
(5)DLOL，电力不足持续时间。

·用户可靠性指标的计算

用户的停电指持续性停电。设 N 为总用户数；P 为观察周期(年)；第 i 次停电 N_i 户，因而停电 N_i(户·次)；D_i 为停电时间(小时)，则用户停电频率指标

$$F=\frac{\text{总的停电户次}}{\text{总用户数}\times\text{观察周期}}=\frac{\Sigma N_i}{NP} \tag{1-1}$$

用户停电时间指标

$$D=\frac{\text{总停电时间}}{\text{总的停电户次}}=\frac{\Sigma N_iD_i}{\Sigma N_i} \tag{1-2}$$

供电无用度指标

$$U=\frac{\text{总停电时间}}{\text{总用户数}\times\text{观察周期}}=\frac{\Sigma N_iD_i}{NP} \tag{1-3}$$

由式(1-1)～(1-3)得

$$U=F\times D$$

供电有用度指标(可靠性)

$$A=\left[1-\frac{U}{8760}\right]\times 100\% \tag{1-4}$$

例：设对某配电系统观察周期为 1 年，总用户数为 10000 户(见表 1-1)，则用户停电频率

表 1-1 停电数据

停电事件 I	停电 N_i/户·次	停电时间 D_i/小时	N_iD_i
1	1000	1.5	1500
2	500	6.0	3000
3	800	1.0	800
总计	2300		5300

$$F=\frac{2300}{10000\times 1}(\text{户·次})/\text{年}=0.23(\text{户·次})/\text{年}$$

用户停电时间

$$D=\frac{5300}{2300}\text{小时}=2.3\quad\text{小时}$$

供电无用度

$$U=\frac{5300}{10000\times 1}\text{小时}/\text{年}=0.53\quad\text{小时}/\text{年}$$

供电有用度

$$A=\left(1-\frac{0.53}{8760}\right)\times 100\%=0.9999\times 100\%=99.99\%$$

§1-3 可靠性理论及应用的发展概况

可靠性理论的发展和应用首先在军事工程和空间系统，当时由于电子工业、原子能工业及空间技术的复杂系统要求很高的可靠性，但多着眼于元件的可靠性。

电力系统可靠性的研究大约始于30年代。在1940～1965年间已将概率论数学方法应用于发电备用容量的计算。1965年美国东北部的大停电，对电力系统可靠性的研究是一个很大的推动力量，觉得有必要改进大电力系统的可靠性准则和方法，成立了美国全国电气可靠性委员会(NERC)，包括了美国和加拿大大部分的电业单位。最近10多年来，可靠性的研究深入到电力系统各个方面，其趋向是定量的计算，目的想获得在电力系统规划中费用和可靠性之间更协调的平衡。

表1-2列出了1963～1977年发表的电力系统可靠性论文的统计，可见其发展的一般情况，此表是根据R. Billinton及IEEE分委员会所写的两篇文章中列出的参考文献而统计的。

表1-2　　电力系统可靠性文献统计表

年	论文数	年	论文数	年	论文数
1977	41	1972	30	1967	12
1976	19	1971	25	1966	6
1975	21	1970	15	1965	4
1974	16	1969	19	1964	8
1973	12	1968	18	1963	5
总计	109		107		35

习　题

1-1　表1-3是某电业部门一年内停电用户数及停电时间。系统总用户数为55000户。试计算用户可靠性的四个指标 F、D、U 和 A。

表1-3　　停电数据

停电事件 I	停电 N_i/户·次	停电时间 D_i/小时
1	5000	1.0
2	1000	0.2
3	5000	2.0
4	4000	0.5
5	2000	1.75

1-2　下面是某系统的用户可靠性指标：

$F=1.0$(户·次)/年；$D=2.0$ 小时

$U=2.0$　小时/年；系统用户总数＝1 000 000户。

问：什么是任意时刻停电用户的平均数？

[提示]：计算一年内所有用户停电的总用户小时，这是一年8760小时内累加的小时数。

第二章　概率的基本概念

§2-1　概率的意义

·什么是概率

在客观世界中，有些事物在同一条件的实现之下，必得到同一种试验结果，例如 0℃时水就变为冰，这属于确定性事物。另外一种事物则相反，例如投掷一枚钱币出现正面或反面，我们不能预先肯定，这种事物属于不确定性事物。在电力系统的规划、运行、设计中考虑可靠性的时候，有许多不确定性因素，例如设备故障或停运发生的时刻，设备修理的时间，峰荷的大小，负荷的增长率，新设备安装的日期，特殊气候出现的频率和时间等等。概率论就是关于不确定性的数学，本章将介绍一些概率的基本概念，着重于它的应用，而不准备作严密的证明。

·逻辑概率

传统的初等的定义，把概率定义为某一特定事件发生的可能性的数值尺度，它等于这一特定事件发生的有利情形数与可能情形总数的比值。例如投掷一颗骰子，出现 6 点的可能性。因为骰子是一个六面体，假定出现每一面的可能性都是相同的，则出现 6 点的有利情形数为 1，而可能情形数为 6，故出现 6 点的概率为 $P=1/6$。这种定义下的概率叫逻辑概率。

·客观概率

如果我们掷一个骰子 10 次，有可能得到出现 6 点的次数为 2；若掷 600 次，出现 6 点的次数可能为 99 次；掷 6000 次，出现 6 点的次数为 999 次。可以看到，投掷的次数越多，则出现 6 点的次数与投掷次数的比例愈接近 1/6。我们把事件的发生看作某种实验中的一次试验结果；N 次试验中事件 E 发生的次数 N_E 称为 E 的频率数，而 N_E/N 称为 E 的相对频率，假定 N 趋于无穷，则 N_E/N 的极限定义为这事件发生的概率，即

$$P(6)=\lim_{N\to\infty}\frac{N_E}{N}=\frac{999}{6000}=\frac{1}{6} \tag{2-1}$$

象这样根据经验数据得出的概率称为客观概率。

·主观概率

有一类问题如："明天要进行一场篮球赛，甲队九成要胜"，或者"美国下届总统大选时，里根当选的可能性大概为 65%"等，叫做主观概率。这种概率既不是根据以往的经验，也没有逻辑根据来推断，只是根据自己的经验和分析水平这样想。

·数学上的概率定义

概率 $P(A)$ 是确定在样本空间 S 的子集 A 上的数。

上面我们未加解释就引用了试验、试验结果、事件、样本空间等概念，下一节我们来一一定义它们。

§2-2　样本空间

·试验

掷一枚钱币、本班学生的出席人数、一年内用户的停电次数、一定时间内停运的发电机组

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

数等等都是物理情况，是可以观察的现象。对这些物理情况的观察，叫做试验。

·试验结果

对不确定性物理现象的观察结果，就是试验的结果。例如掷一枚钱币的结果可以是正面，也可以是反面；本班出席的人数 x；去年用户的停电次数等都是试验的结果。

·事件

事件是一个试验的某些可能结果的集合。例如掷一枚钱币出现正面是一个事件，用下式表示

事件＝{正面}

本班出席学生人数 x，$20\leqslant x\leqslant 30$ 是事件，记作事件＝$\{x:20\leqslant x\leqslant 30\}$。

去年用户停电的次数有 0 次的，有 1 次的，有 2 次的，记作事件＝$\{0,1,2\}$。

·样本空间

一个试验所有可能结果的集合构成一个样本空间。每一种结果可以想象为样本空间的一个元素，或把它设想为一维或多维空间的一个点。例如掷一枚钱币，则样本空间 S＝{正面，反面}。

又如：本班人数为 N，则学生出席人数的样本空间为

$S=\{0,1,2,\cdots,N\}$

又如：用户停电次数的样本空间为

$S=\{0,1,2,\cdots\}$

又如：在甲乙两地可能要建立变电站，设变电站总数不超过 2 个，则可以选择的方案共有 6 个，其样本空间为二维的，每 1 个方案为空间的一个元素，表之为

$S=\{(0,0),(0,1),(0,2),(1,0),(1,1),(2,0)\}$

若样本空间的元素为有限个，称为有限元样本空间；若样本空间有无限个元素，则称无限元样本空间；一个开关厂产品质量检查，可以检查一台，二台，三台，……时发现不合格品，也可能检查了一万台还未发现不合格品，我们可以想象，其试验结果的数目是无限而可数的，这种试验结果的集合便是无限可数样本空间。包含有限个或无限个可数元素的样本空间称为离散型样本空间。有时，样本空间的元素是充满某一区间(a,b)的一些连续的点，则是无限元连续型样本空间。

·总结和例子

样本空间 S＝{所有试验结果}

事件 E＝{某些试验结果的集合}

事件 E 是 S 的一个子集　　$E\subset S$

样本空间本身也是一个事件　　$S\subseteq S$

没有结果的集合叫空集　　$\varnothing$＝{无试验结果}

习惯上空集也是 S 的子集，所以　　$\varnothing$＝事件

例：若 a,b,c 为有限元样本空间 S 的元素，则 $S=\{a,b,c\}$

试验结果数 $n=3$；事件数$=(2)^n=(2)^3=8$

事件 $E_1=\{a\}$；$E_2=\{b\}$；$E_3=\{c\}$；$E_4=\{a,b\}$；$E_5=\{b,c\}$；$E_6=\{c,a\}$；$E_7=\{a,b,c\}$；$E_8=\varnothing$

§ 2-3　事件与集合

· 事件的并

上面已经说过，“事件是一种试验的一个样本空间的一个子集”，若已知样本空间的事件 A_1 及 A_2，则 A_1 及 A_2 的“或”构成事件 A_3，即 A_3 发生代表事件 A_1 发生或事件 A_2 发生，或 A_1 及 A_2 同时发生。A_3 称为 A_1 及 A_2 的并，或者说 A_1 及 A_2 经事件的并操作而成 A_3，记作

$$A_3 = A_1 + A_2 \tag{2-2}$$

$$A_3 = A_1 \cup A_2 \tag{2-3}$$

$$A_3 = A_1 \mathrm{or} A_2 \tag{2-4}$$

例如：$A_1=\{1,2,3,4\}$，$A_2=\{3,4,5,6\}$，$A_3=\{1,2,3,4,5,6\}$。

· 事件的交

若已知样本空间的事件 A_1 及 A_2，则 A_1 及 A_2 的“与”构成事件 A_4，即事件 A_4 发生代表事件 A_1 及 A_2 同时发生。A_4 称为 A_1 及 A_2 的交，或者说 A_1 及 A_2 经事件的交操作而成 A_4，记作

$$A_4 = A_1 A_2 \tag{2-5}$$

$$A_4 = A_1 \cap A_2 \tag{2-6}$$

$$A_4 = A_1 \mathrm{and} A_2 \tag{2-7}$$

例如：$A_1=\{1,2,3,4\}$；$A_2=\{3,4,5,6\}$；$A_4=\{3,4\}$。

· Venn 图

样本空间及事件间的关系，常用 Venn 图来表示。如图 2-1(a)长方形内的圆表示试验结果，长方形内一个区域代表某一事件。图 2-1(b)表示事件 A 及 B 的并，而图 2-1(c)则表示 A 及 B 的交。

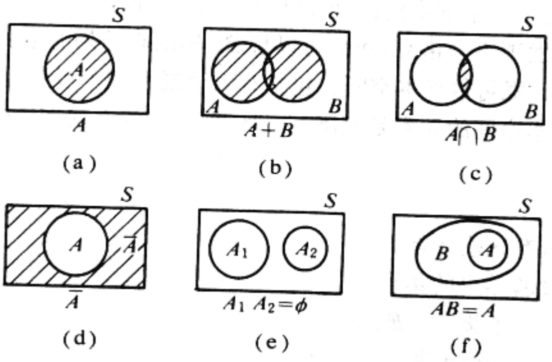

图 2-1

· 事件的补

若已知样本空间 S 的事件 A 及 $\overline{A}$，且满足 $A\cup\overline{A}=S$，$A\cap\overline{A}=\varnothing$，则 $\overline{A}$ 称为 A 的补，即在样本空间中，A 的元素以外的元素都是 $\overline{A}$ 的元素，如图 2-1(d)。

例如：$S=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{1,2,3\}$，$\overline{A}=\{4,5,6,7\}$。

· 互不相容事件

如果

$$A_1 A_2 = \varnothing \tag{2-8}$$

则 A_1 与 A_2 是互不相容事件，它表示如果事件 A_1 发生，事件 A_2 就不发生，反之，如果事件 A_2 发生，事件 A_1 就不发生，如图 2-1(e)所示。

例如：$A_1=\{1,2\}$，$A_2=\{3,4\}$，$A_1A_2=\varnothing$，则 A_1 与 A_2 是互不相容的。很自然，互补事件是互不相容事件；因为 $A\overline{A}=\varnothing$。

·事件的代数运算

若 A 是 B 的一个子集，记作 $A\subseteq B$(图 2-1(f))，则有

$$\left.\begin{aligned} A+B&=B \\ AB&=A \end{aligned}\right\} \tag{2-9}$$

对任何事件 A 有

$$\left.\begin{aligned} &A^2=A; && A\overline{A}=\varnothing \\ &A+S=S; && AS=A \\ &A+\varnothing=A; && A\varnothing=\varnothing \end{aligned}\right\} \tag{2-10}$$

对任何事件 A,B,C,D 有

$$A(B+C)=AB+AC \tag{2-11}$$

$$(A+B)(C+D)=AC+AD+BC+BD \tag{2-12}$$

$$(A+B)(A+C)=A+BC \tag{2-13}$$

以上结论，很容易从 Venn 图推出来。

戴尔根定理

$$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B} \tag{2-14}$$

$$\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B} \tag{2-15}$$

图 2-2 用 Venn 图证明了以上各式。

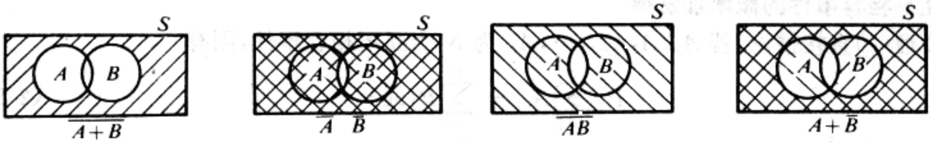

图 2-2

·戴尔根定理的应用实例

例 1：设有一系统有二台发电机，事件 A=机组 A 停运，事件 B=机组 B 停运，定义系统故障 F=任一机组停运，系统运行 S=机组无故障，则

$$S=\overline{F},\overline{F}=\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B},\quad S=\overline{AB}。$$

例 2：定义系统为三条输电线系统，事件 A=A 回路线停运，事件 B=B 回路线停运，事件 C=C 回路线停运，定义系统停运为(三条线路并联)$S=ABC$，则 $\overline{S}=\overline{ABC}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$

若定义系统停运为(三条线路串联)　$S=A+B+C$，　则 $\overline{S}=\overline{ABC}$

§2-4　概率的数学定义及有关的几个定理

·估计概率

在§2-2 里，我们把概率作为相对频率来解释，即在一次试验中事件的发生是不确定的，但在相同条件下，重复做同样的试验，则事件的相对频率是稳定的。若 N_E 为 N 次试验中事件

发生的次数，则事件的相对频率为

$$F(E) = N_E/N \tag{2-16}$$

事件的概率为

$$P(E) = \lim_{N\to\infty} N_E/N \tag{2-17}$$

相对频率可用来作概率估计，即用观察的相对频率 $\hat{P}(E)=N_E/N$ 近似地估计概率。例如燃气轮机在 100 次的起动中，有 98 次为成功的起动，则成功起动的概率为

$$\hat{P}(E) = 98/100 = 0.98$$

又如在电力系统可靠性估算中，常要用到发电机组的强迫停运率，即

$$\text{FOR} = \frac{\text{强迫停运时间}}{\text{运行时间} + \text{强迫停运时间}} \tag{2-18}$$

往往把 FOR 近似地认为是发电机组的停运概率 q。

·概率的数学定义

设在样本空间中有一事件 A，则事件 A 的概率是确定在每一个事件 A 上的函数 $P(A)$ 的值，它必须满足下列公理

$$S=\{e_1,e_2,\cdots,e_n\}$$

(1)对所有事件 A

$$P(A)\geqslant 0 \tag{2-19}$$

$$P(S)=1 \tag{2-20}$$

(2)对于所有互不相容事件 A_1 及 A_2，有

$$P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) \tag{2-21}$$

公理(1)的意思是：对于 S 中任一事件所规定的概率函数，其值在 0 与 1 之间。对于样本空间，规定其值为 1。也就是说，对必然发生的事件 $P(A)=1$，对不可能发生的事件 $P(A)=0$。公理(2)表示互不相容事件的概率函数必须是可加的。

·互不相容事件的概率加法律

由公理(2)直接推论，若 $A_1,A_2,A_3,\cdots,A_N$ 为 N 个互不相容事件，则有

$$P\Big(\sum_{i=1}^{N} A_i\Big) = \sum_{i=1}^{N} P(A_i) \tag{2-22}$$

对于 $N=3$ 有

$$P(A_1 + A_2 + A_3) = P(A_1 + A_2) + P(A_3) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3)$$

·定理 1：补的概率定理

若 A 是 S 中的事件，则

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1 \tag{2-23}$$

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) \tag{2-24}$$

特别，对于空集有

$$P(\varnothing) = 1 - P(S) = 0 \tag{2-25}$$

·定理 2：等概率模型定理

设有样本空间 $S=\{e_1,e_2,\cdots,e_n\}$，单一元素事件为 $E_i=\{e_i\}$，其试验可能结果数为 N，若这些结果是等可能的，即

$$P(E_i) = 1/N \qquad i = 1,2,\cdots,N \tag{2-26}$$

则任何事件 A 的概率为

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{\text{有利的结果数}}{\text{总的可能结果数}} \tag{2-27}$$

例：掷二个骰子，每个骰子有 6 面，其数字为 1,2,3,4,5,6，故可能的结果数共有 36 个，其样本空间为二维，即

$$S=\begin{Bmatrix}(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)\\(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)\\(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)\\(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)\\(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)\\(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\end{Bmatrix}$$

这是一个等概率模型，出现每一种结果的概率为

$$P(E_i)=1/36$$

定义事件 A=骰子的点数之和为 7，凭观察可知

$$N(A)=6,P(A)=1/6$$

·定理 3：任意事件概率的加法定理

对于任意事件 A 及 B，有

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB) \tag{2-28}$$

证明：由图 2-3 之 Venn 图，凭观察可知

$$P(A)+P(B)=P(A+B)+P(AB)$$

故有
$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

例：掷二颗骰子，定义事件 A=#1 骰子为 4，事件 B=#2 骰子为 5，则 AB=？

由观察可能结果数 $N_A=6,N_B=6,N_{AB}=?$

用等概率模型

$P(A)=6/36=1/6,P(B)=6/36=1/6,P(AB)=?$

因而 $P(A+B)=?$

或者，由直接计算知 $N(A+B)=11$，$P(A+B)=11/36$。

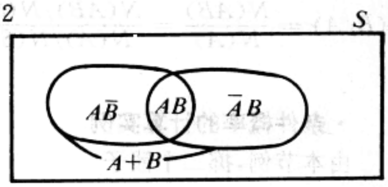

图 2-3

§2-5 条件概率

·独立事件

在样本空间中事件 A、B 是互相独立的，若有

$$P(AB)=P(A)P(B) \tag{2-29}$$

则
$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A)P(B)$$

例如：掷二个骰子，定义事件 A=#1 骰子为 4 点，事件 B=#2 骰子为 5 点。数一数样本空间 S 的元素就知道

$N(A)=6,N(B)=6,N(AB)=1$

$P(A)=6/36,P(B)=6/36,P(AB)=1/36$

故得 $P(AB)=P(A)P(B)$，因而事件 A、B 是互相独立的。

·非独立事件(或相关事件)

在样本空间 S 中，事件 A、B 是非独立的，即

$$P(AB) \neq P(A)P(B) \tag{2-30}$$

例：掷二个骰子，定义事件 $A=$ 二个骰子的点数和为 8 点，$B=$ #1 骰子为 2 点，则 $N(A)=5$，$N(B)=6$，$P(A)=5/36$，$P(B)=6/36$

$N(AB)=1$，$P(AB)=1/36\neq P(A)P(B)$

故事件 A、B 不是相互独立的。

·条件概率

定义：样本空间中任意二个事件 A 与 B，且 $P(A)$，$P(B)>0$，则在给定事件 A 跄条件下，事件 B 的条件概率为

$$P(B/A) = P(AB)/P(A) \qquad \text{(2-愊 1)}$$

·定理 4：$P(AB)=P(A)P(B/A)$ (2-32)

反之，调换 A、B 之符号可得

$$P(A/B) = P(AB)/P(B)$$

故有

$$P(A/B) = P(B)P(A/B) \tag{2-33}$$

·条件概率的解释

如图 2-4 的 Venn 图，AB 表示在样本空间 S 上的事件，可以看出，B/A 是缩小了的样本空间 A 中的事件，故

$$P(B/A) = \frac{N(AB)}{N(A)} = \frac{N(AB)/N(S)}{N(A)/N(S)} = \frac{P(AB)}{P(A)} \tag{2-34}$$

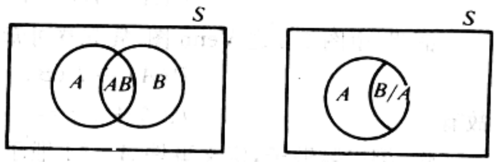

图 2-4

·条件概率的计算实例

由本节例，掷二个骰子

$$N(AB) = 1, N(A) = 5$$

故

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{N(AB)}{N(A)} = \frac{1}{5}$$

·独立性的解释

对于样本空间 S 中的事件 A 和 B

$$P(AB) = P(A)P(B/A) = P(B)P(A/B)$$

若 A 与 B 为互相独立的事件，则有

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

则独立性包含着

$$\left.\begin{aligned} P(B/A) &= P(B) \\ P(A/B) &= P(A) \end{aligned}\right\} \tag{2-35}$$

这是因为，若 A 与 B 互为独立，则 B 的相对频率与 A 的已经发生没有关系，同样，A 的相对频率与 B 的已经发生没有关系。故有上述之独立性关系，即

$P(AB)=P(A)P(B)$

或 $P(B/A)=P(B)$

或 $P(A/B)=P(A)$

·定理 5：若干个事件的概率加法定律

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com