高中新课标（北师大版）

新课程 新练习

数学 必修2

与北师大版普通高中课程标准实验教科书同步

xin kecheng xin lianxi xin kecheng xin lianxi

二十一世纪出版社
21st Century Publishing House

经江西省中小学教材审定委员会审查，
供2008年秋季中小学生自主自愿选用

与北师大版普通高中课程标准实验教科书同步

学新课标教材

用新理念教辅

SHUXUE

策　　划：鼎尖教育研究中心
责任编辑：罗安和　严今石

高中新课标系列

语文	(必修1～必修5)
数学	(必修1～必修5)
英语	(必修1～必修5)
物理	(必修1～必修2)
化学	(必修1～必修2)
生物	(必修1～必修3)
地理	(必修1～必修3)
思想政治	(必修1～必修4)
历史	(必修1～必修3)

ISBN 978-7-5391-4534-1

9 787539 145341 >

定价：18.50元

魔方号新课标系列丛书

新课程 新练习

数 学

必修2 北师大版

主编 吕丁学

学校____________

班级____________

姓名____________

二十一世纪出版社
21st Century Publishing House

图书在版编目(CIP)数据

新课程 新练习：北师大版. 高中数学. 2：必修 /史清霞等编写.
—南昌：二十一世纪出版社，2008.10
(魔方号新课标系列丛书)
ISBN 978-7-5391-4534-1
Ⅰ.新… Ⅱ.史… Ⅲ.数学课-高中-教学参考资料
Ⅳ.G634
中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第163945号

策　　划：鼎尖教育研究中心
主　　编：吕丁学
副 主 编：陈　飞
编　　著：史清霞　李合生　徐卫东　郭　华
责任编辑：罗安和　严今石

与北师大版普通高中课程标准实验教科书同步
新课程 新练习 高中数学必修2

出版发行：二十一世纪出版社
地　　址：江西省南昌市子安路75号(330009)
邮　　箱：xkcxlx21th@126.com
电　　话：0791-6526259
发　　行：新华书店
承　　印：南昌市红星印刷有限公司
开　　本：850mm×1168mm　1/16
印　　张：10.5
版　　次：2008年10月第1版
印　　次：2008年10月第1次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5391-4534-1
定　　价：18.50元

写给同学们

2008年秋季，江西省普通高中全面进入新课程实验改革。在新的课改形式下，面对新的课程要求、新的教材，学习怎么学？考试怎么考？万一上课没能抓住老师的讲解要点，课后怎么补？

《新课程　新练习》(高中新课标系列)的出现解决了这些难题，它真正做到了从同步教学的角度出发，对新课改、新教材的"教"与"学"做出了全面、全新的阐释。该套丛书经过高中新课改实验区的试用，在广泛征求意见和建议的基础上进行了全面修订。

丛书具有以下鲜明特色：

标准制造——丛书的编写以国家教育部颁布的各学科课程标准为纲，以国家教育部教材审定委员会审查通过的各种教材最新版本为依据，由新课标实验地区特高级教师编写，并得到国内著名的高中新课程研究专家的指导与审定。

引领潮流——丛书贴近高中新课标理念，突出新理念、新思想、新思路。丛书栏目新颖，版式活泼，讲解透彻，题量适中。栏目的设置拓展了学生知识和眼界，有利于学生构建开放的学习体系；语言风格清新流畅，亲和力强，充分尊重学生学习的主体地位。

与时俱进——丛书分讲解与练习两部分。充分考虑到课程"新"这一特点，针对学生上课听不懂，下课记不牢的情况，课时讲解细致入微，全面中突出重点，既注重知识的基础性，也体现了知识的综合拓展，还巧妙加入大量的规律点拨和学习技巧提示，"讲""练"结合，可使学生达到"课课通，题题通"的效果。

科学实用——丛书体例设置科学实用，开创了高中教辅"与每课时教学内容严格同步"的教材讲析模式，课时划分一般以教参、标准课时的规定与建议为依据，并参照教学实践，具有普遍性、参照性。同时在课时讲解的基础上设置随堂练习，从而进一步夯实学生的基本功。并按新课标高考题型和规律，设置了单元测试和期末综合测试，既充分考虑全国高考的现状，又真实反映了高中新课标教材教学模式和评价模式。各学科的练习均有参考答案，并采取单本装订形式，使用起来方便灵活。

编写高中新课标学生助学用书是新的研究课题，丛书中难免会存在问题，在此期待你的指正。

同学们，你的成功就是我们的成功，我们愿伴随你一同成长。

智慧在此隐藏，成功从这起步。

丛书策划组

目　录

参考答案与点拨(另附单本)

第一章 立体几何初步

§1 简单几何体

1.1 简单旋转体

1.2 简单多面体(1 课时)

探究新知

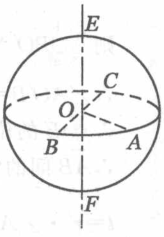
学点❶ 球的结构特征

1. 定义：以半圆的直径所在的直线为旋转轴，将半圆旋转所形成的曲面叫做球面. 球面所围成的几何体叫做球体，简称球.

球心：半圆的圆心叫做球的球心. 如图中的点 O.

半径：连接球心和球面上任意一点的线段叫做球的半径. 如图中的 OA、OE 等.

直径：连接球面上两点并且过球心的线段叫做直径. 如图中的 BC、EF 等.

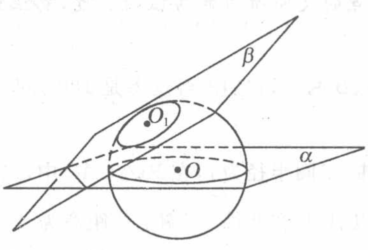


2. 旋转面、旋转体

一条平面曲线绕着它所在的平面内的一条定直线旋转所形成的曲面叫做旋转面；封闭的旋转面围成的几何体叫做旋转体.

3. 大圆

球面被经过球心的平面截得的圆叫做大圆(如图).



4. 经线、纬线

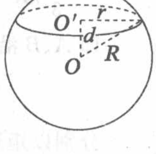
经线是端点为南北极点的半圆，纬线是圆，纬线圈所在平面与过南北极的直径垂直.

5. 球面距离

在球面上，两点之间最短连线的长度，就是经过这两点的大圆在这两点间的一段劣弧的长度，我们称这段弧长为两点的球面距离.

注意 (1)球体包括球面及所围成的空间部分. 从集合观点来看，球可看做是空间中与一个定点的距离小或等于定长的点的集合，这个定点就是球心，定长就是球的半径.

(2)用一个平面去截一个球，截面是一个圆面，如果截面经过球心，则截面圆半径等于球的半径；如果截面不经过球心，则截面圆半径小于球的半径.



(3)若半径为 R 的球的一个截面圆半径为 r，球心与截面圆的圆心距离为 d，则有 $d=\sqrt{R^2-r^2}$，如图所示.

【例 1】 已知球的半径为 10 cm，若它的一个截面圆的面积是 $36\pi\ \text{cm}^2$，则球心与截面圆圆心的距离是________.

解析 设截面圆半径为 r，球心与截面圆圆心的距离为 d，球半径为 R.

由已知，$R=10$ cm，$\pi r^2=36\pi\ \text{cm}^2$，$\therefore r=6$ cm.

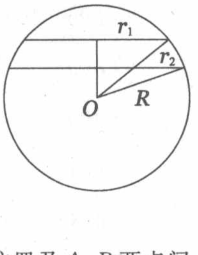
$\therefore d=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{100-36}=8$ cm.

答案 8 cm

规律总结 球半径 R、截面圆半径 r、球心与截面圆圆心的距离 d 这三个数据中，若已知其中两个，利用关系 $d=\sqrt{R^2-r^2}$ 就可以求出第三个.

同类变式 已知球的两个平行截面面积分别为 5π 和 8π，它们位于球心的同侧，且距离等于 1，求这个球的半径.

答案 如图所示，设这两个截面的半径分别为 r_1，r_2，球心到截面距离分别为 d_1、d_2，球半径为 R，则 $\pi r_1^2=5\pi$，$\pi r_2^2=8\pi$，



$\therefore r_1^2=5$，$r_2^2=8$.

由 $d_1-d_2=1$ 得，

$\sqrt{R^2-r_1{}^2}-\sqrt{R^2-r_2^2}=1$.

即 $\sqrt{R^2-5}-\sqrt{R^2-8}=1$，

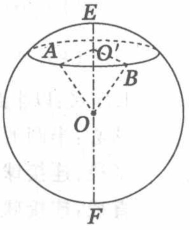
解得 $R=3$.

故该球的半径为 3.

【例 2】 地球上 A、B 两点都在北纬 $45°$ 圈上，A、B 的球面距离为 $\frac{\pi}{3}R$，A 在东经 $30°$ 线上，求点 B 的位置及 A、B 两点间的纬度圈上的圆弧长度.

解析 计算两点 A、B 的弧线距离，关键是求线段 AB 的长，再求 $\angle AO'B$ 的值 θ，则 AB 的弧线距离 $l=\theta\cdot R$.

答案 如图所示，设北纬 $45°$ 圈的中心为 O'，球心为 O，地轴为 EF. 过 A、B 作与轴 EF 垂直的圆，则由已知 $\widehat{AB}=\frac{\pi}{3}R$，故 $\angle AOB=\frac{\pi}{3}$，$AB=R$.



$\because A$、B 在北纬 $45°$ 线上，$\therefore \angle OBO'=45°$，

则 $\triangle OBO'$ 为等腰直角三角形，不难求得 $O'B=r'=\frac{\sqrt{2}}{2}R$.

$\therefore \angle AO'B=90°$.

$\therefore$ 点 B 的位置是东经 $120°$ 北纬 $45°$ 或西经 $60°$ 北纬 $45°$.

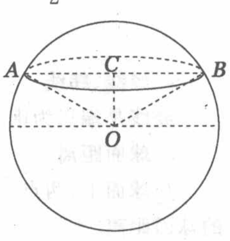
$\therefore AB$ 间的纬度线长为

$l=r'\cdot\angle AO'B=\frac{\sqrt{2}}{2}R\cdot\frac{\pi}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}\pi R$.

规律总结 球面距离是指球面上过这两点的大圆所对的劣弧的长度，要注意的是，球面上 A、B 的距离 $\widehat{AB}$（已知）与圆 O' 上 A、B 的弧长 $\widehat{AB}$ 并不是一回事.

同类变式 在地球上北纬 $60°$ 圈上有 A、B 两点，它们的经度差是 $180°$，问 A、B 两点沿纬度圈的距离是 A、B 球面距离的多少倍？

答案 如图所示，设地球半径为 R，北纬 $60°$ 圈半径为 r，在 $\mathrm{Rt}\triangle OAC$ 中，$\angle OAC=60°$，$r=R\cos 60°=\frac{1}{2}R$. 又 A、B 两点的经度差为 $180°$，即 AB 为圆 C 的直径，所以 A、B 在北纬 $60°$ 圈上的距离为



$\frac{1}{2}\cdot 2\pi r=\pi r=\frac{1}{2}\pi R$.

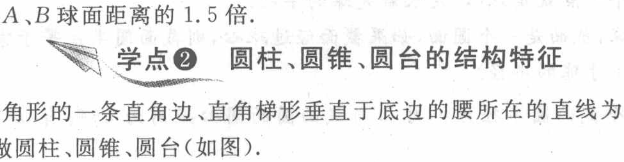
又 A、B 的球面距离为 $\frac{1}{6}\cdot 2\pi R=\frac{\pi}{3}R$.

故 $\dfrac{\frac{1}{2}\pi R}{\frac{1}{3}\pi R}=1.5$.

即 A、B 沿纬度圈的距离是 A、B 球面距离的 1.5 倍.

学点❷ 圆柱、圆锥、圆台的结构特征

分别以矩形的一边、直角三角形的一条直角边、直角梯形垂直于底边的腰所在的直线为旋转轴，其余各边旋转而形成的曲面所围成的几何体分别叫做圆柱、圆锥、圆台（如图）.



在旋转轴上这条边的长度叫做它们的高,垂直于旋转轴的边旋转而成的圆面叫做它们的底面,不垂直于旋转轴的边旋转而成的曲面叫做它们的侧面,无论转到什么位置,这条边都叫做侧面的母线.

圆台也可以看做是用平行于圆锥底面的平面截这个圆锥而得到的.

球、圆柱、圆锥、圆台都是旋转体.

【例 3】 给出下列命题:①圆柱的底面是圆;②经过圆柱任意两条母线的截面是一个矩形;③连接圆柱上、下底面圆周上两点的线段是圆柱的母线;④圆柱的任意两条母线互相平行.其中正确命题的个数共有 ( )

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

解析 圆柱的底面是圆面而不是圆,∴命题①不正确;圆柱的任意一条母线都与圆柱的轴平行,∴圆柱的任意两条母线互相平行且相等,又圆柱的母线与底面垂直,故命题②④正确;连接圆柱上、下底面圆周上两点的线段不一定与圆柱的轴平行,∴命题③不正确.故选 B.

答案 B

规律总结 准确把握、深刻理解圆柱的生成过程(即矩形绕着它的一边旋转而成的几何体),就能明确圆柱的母线、轴、底面之间的关系,由此就能准确判定与圆柱概念有关的命题,进而就能找到解决与圆柱有关问题的依据.

同类变式 给出下列命题:①以直角三角形的一条边为轴,其余两边旋转形成的曲面围成的几何体是圆锥;②以等腰三角形底边上的中线为轴,将三角形旋转形成的曲面所围成的几何体是圆锥;③经过圆锥任意两条母线的截面是等腰三角形;④圆锥侧面的母线长一定大于圆锥底面圆直径.其中正确命题的序号是________.

解析 若以直角三角形的斜边为轴,则其余两边旋转形成的曲面所围成的几何体不是圆锥,而是两个共底面的圆锥,∴命题①不正确;等腰三角形底边上的中线将该三角形分割成两个全等的直角三角形,这两个直角三角形绕其公共直角边旋转而成的几何体是圆锥,∴命题②正确;∵圆锥的任意两条母线长相等,而经过圆锥任意两条母线的截面三角形中有两条边恰为这两条母线,∴命题③正确;当生成圆锥的直角三角形的斜边长为 5,两直角边长分别为 3 和 4 时,圆锥的母线长小于圆锥底面直径,∴命题④不正确.

答案 ②③

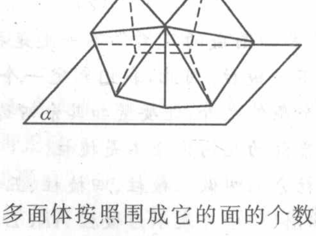
学点❸ 多面体的结构特征

1. 多面体的结构特征

多面体是由若干平面多边形围成的几何体,围成多面体的各个多边形叫做多面体的面;相邻两个面的公共边叫做多面体的棱;棱和棱的公共点叫做多面体的顶点;连接不在同一个面上的两个顶点的线段叫做多面体的对角线.

2. 多面体的分类

(1)把多面体的任何一个面伸展为平面,如果所有其他各面都在这个平面的同侧,这样的多面体叫做凸多面体,否则,叫凹多面体(如图所示).

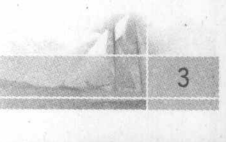


(2)多面体至少有 4 个面.多面体按照围成它的面的个数分别叫做四面体、五面体、六面体……

从而,多面体有两种分类方式,即 多面体$\begin{cases}\text{凸多面体}\\\text{凹多面体}\end{cases}$　多面体$\begin{cases}\text{四面体}\\\text{五面体}\\\text{六面体}\\\cdots\cdots\end{cases}$

3. 多面体的截面

一个几何体和一个平面相交所得到的平面图形(包含它的内部),叫做这个几何体的截面.



【例 4】 把两个棱长都相等的正三棱锥和正四棱锥的一个侧面重合在一起组成的几何体有__________个面.

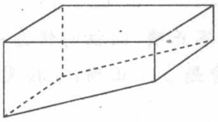
解析 如图所示,正三棱锥 $A-BCF$ 的棱长等于正四棱锥 $A-CDEF$ 的棱长,将它们的侧面 ACF 重合在一起,则平面 ABC 与平面 ACD 重合,平面 ABF 与平面 AEF 重合(可用实物模型来验

证),故它们所组成的几何体有五个面.

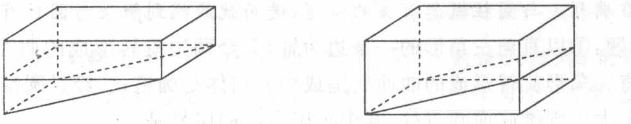
答案 5

规律总结 本例容易误认为平面 ABC 与平面 ACD、平面 ABF 与平面 AEF 均不重合,从而得出错误答案"7".因此,在解决这类由简单的多面体所组成的几何体的问题时,最好动手做一个实物模型,实物模型不仅有利于我们空间想象能力的提高,更能避免错误的发生.

同类变式 如图,是一个矩形的游泳池,池底为一斜面,装满水后形成的几何体由哪些简单几何体组成?



答案 游泳池装满水后形成的几何体是一个棱柱(两底面水平放置),但这个棱柱可看成由一个长方体补上一个三棱柱得到,如图(1);也可由长方体切割去一个三棱柱得到,如图(2).

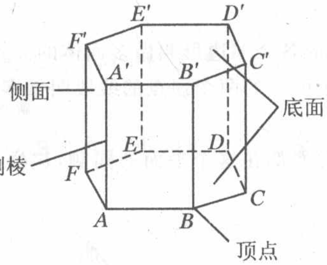


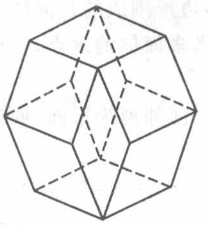
(1) (2)

学点❹ 棱柱的结构特征

定义:一般地,有两个面互相平行,其余各面都是四边形,并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行,由这些面所围成的几何体叫做棱柱.

在棱柱中,两个互相平行的面叫做棱柱的底面,简称底;其余各面叫做棱柱的侧面;两个侧面的公共边叫做棱柱的侧棱;侧面与底面多边形的公共顶点叫做棱柱的顶点;棱柱中不在同一平面上的两个顶点的连线叫做棱柱的对角线.如图(1)所示.





(1) (2)

注意 (1)有两个面互相平行,其余各个面都是四边形,这些面围成的几何体不一定是棱柱.如图(2)所示的几何体满足"有两个面互相平行,其余各面都是四边形"这一条件,但它不是棱柱.因此,我们判定一个几何体是否为棱柱时,除了看它是否满足:"有两个面互相平行,其余各面都是四边形"这两个条件之外,还要紧扣其余四边形中"每两个相邻的四边形的公共边都互相平行"即"侧棱互相平行"这一条件,不具备这一条件的几何体便不是棱柱.

(2)棱柱的分类:底面是三角形、四边形、五边形……的棱柱分别叫做三棱柱、四棱柱、五棱柱……

(3)棱柱的记法:①用表示底面各顶点的字母表示棱柱.如图(1)中可表示为棱柱 $ABCDEF-A'B'C'D'E'F'$;②用棱柱的对角线表示棱柱.

(4)在画空间图形时,能看见的线条画成实线,不能看见的线条画成虚线.只有这样画才能区别哪些线条能看得见,哪些看不见,才具有立体感.这是与画平面图形的不同之处(平面图形的虚线表示辅助线).

(5)特殊的四棱柱主要有:

①底面是平行四边形的四棱柱叫做平行六面体.

②侧棱与底面垂直的平行六面体叫做直平行六面体.

③底面是矩形的直平行六面体叫做长方体.

④棱长都相等的长方体叫做正方体.

四棱柱 $\xrightarrow{\text{底面是平行四边形}}$ 平行六面体 $\xrightarrow{\text{侧棱垂直于底面}}$ 直平行六面体 $\xrightarrow{\text{底面是矩形}}$ 长方体 $\xrightarrow{\text{底面是正方形}}$ 正四棱柱 $\xrightarrow{\text{棱长相等}}$ 正方体

四棱柱 $\xrightarrow{\text{侧棱垂直于底面}}$ 直四棱柱 $\xrightarrow{\text{底面是平行四边形}}$ 直平行六面体

【例 5】 判断下列说法是否正确：

(1)棱柱的各个侧面都是平行四边形；

(2)一个 $n(n\geqslant 3)$棱柱共有 $2n$ 个顶点；

(3)棱柱的两个底面是全等的多边形；

(4)如果棱柱有一个侧面是矩形，则其余各侧面也都是矩形.

解析 由棱柱的定义可知，棱柱的各侧棱互相平行，同一个侧面内两条底边也互相平行，所以各侧面都是平行四边形，一个 n 棱柱的底面是一个 n 边形，因此每个底面都有 n 个顶点，两个底面的顶点数之和为棱柱的顶点数，即 $2n$ 个，因为在同一个侧面内的两条底边平行且相等，所以棱柱的两个底面的对应边平行且相等，故棱柱的两个底面全等，如果棱柱有一个侧面是矩形，只能保证侧棱垂直于该侧面的底边，其余侧面的侧棱与相应底边不一定垂直，因此其余侧面不一定是矩形.

答案 (1)(2)(3)正确，(4)不正确.

规律总结 解决这类关于棱柱概念命题的真假的判定问题，必须准确把握棱柱的结构特征，也就是要以棱柱概念的本质内涵为依据，以具体图形为模型来进行判定.

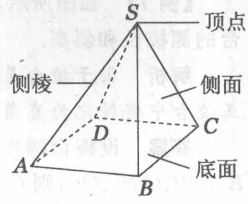
同类变式 观察长方体模型，有多少对平行平面？能作为棱柱底面的有多少对？观察六棱柱模型，有多少对平行平面？能作为棱柱底面的有多少对？

答案 观察长方体模型，有 3 对平行平面，能作为棱柱底面的有 3 对，观察六棱柱模型，有 4 对平行平面，能作为棱柱底面的有 1 对.

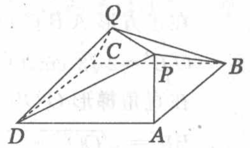
学点❺ 棱锥的结构特征

定义：有一个面是多边形，其余各面是有一个公共顶点的三角形，由这些面所围成的多面体叫棱锥.

这个多边形面叫棱锥的底面或底；有公共顶点的各个三角形面叫做棱锥的侧面，相邻侧面的公共边叫棱锥的侧棱，各侧面的公共顶点叫做棱锥的顶点，如图.



注意 (1)棱锥有两个本质特征：①有一个面是多边形；②其余的各面是有一个公共顶点的三角形，二者缺一不可，因此棱锥有一个面是多边形，其余各面都是三角形，但要注意的是“有一个面是多边形，其余各面都是三角形”的多面体未必是棱锥，如下图所示，此多面体有一面是四边形，其余各面都是三角形，但它不是棱锥.



(2)棱锥的分类：底面为三角形、四边形、五边形……的棱锥分别叫做三棱锥、四棱锥、五棱锥……其中三棱锥又叫做四面体.

(3)棱锥的记法：可用顶点和底面各顶点的字母表示，如上图所示，可记为四棱锥 $S-ABCD$.

【例 6】 判断下列说法是否正确：

(1)棱锥的各侧面都是三角形；

(2)有一个面是多边形，其余各面都是三角形，由这些面围成的几何体是棱锥；

(3)四面体的任何一个面都可以作为棱锥的底面；

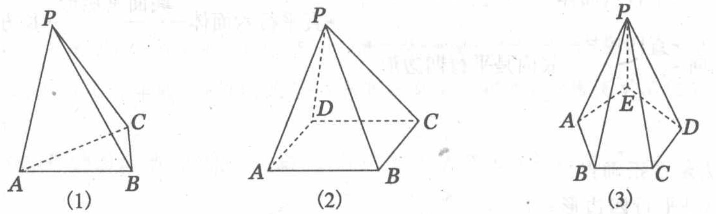
(4)棱锥的各侧棱长相等.

解析 由棱锥的定义可知，棱锥的各侧面都是三角形，有一个面是多边形，其余各面都是三角形，如果这些三角形没有一个公共顶点，则这个几何体就不是棱锥，四面体就是由四个面所围成的几何体，因此，四面体的任何一个面作底面的几何体都是三棱锥，棱锥的侧棱长可以相等，也可以不相等，但各侧棱必须有一个公共端点.

答案 (1)(3)正确，(2)(4)不正确.

规律总结 棱锥的本质特征有三个：①有一个面是多边形；②其余各面都是三角形；③这些三角形有一个公共顶点. 解题时必须以此为依据，并结合具体模型进行分析与判断.

同类变式 观察下图中的几何体,它们具有怎样的共同特征?



(1) (2) (3)

答案 上图中几何体的共同特点是:(1)均是由平面图形围成的;(2)其中一个面为多边形;(3)其他各面都是三角形;(4)这些三角形有一个公共顶点,它们都是棱锥.

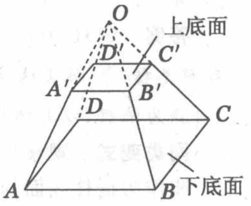
学点❻ 棱台的结构特征

观察下图可以看出,图中的几何体是由平行于底面的平面去截棱锥而得到的.

定义:用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥,底面和截面之间的部分叫做棱台.

棱台的上、下底面:原棱锥的底面和截面分别叫做棱台的下底面和上底面.如图中的面 $ABCD$,面 $A'B'C'D'$.

棱台的侧面:原棱锥的侧面被平面截去后剩余的四边形叫做棱台的侧面.



棱台的侧棱:原棱锥的侧棱被平面截后剩余的部分叫做棱台的侧棱.如图中的侧棱 AA'、BB'、CC'、DD'.

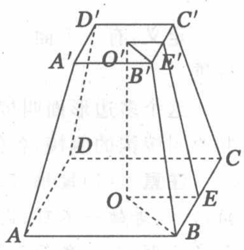
棱台的顶点:棱台的侧面与底面的公共顶点叫做棱台的顶点.如图中 A、B、C、D、A'、B'、C'、D'等.

棱台的记法:①用各顶点表示:如四棱台 $ABCD-A'B'C'D'$.②用对角面表示:如四棱台 AC'.

注意 (1)棱台必须是由棱锥用平行于底面的平面截得的多面体,而不是用一平面去截其他的几何体所得的多面体,反过来,棱台也可还原为棱锥,即延长棱台的所有侧棱,它们必相交于同一点.

(2)棱台的上、下底面是相似多边形,它们的面积之比等于截去的小棱锥的高与原棱锥的高之比的平方.

【例 7】 如图所示,正四棱台 AC'的高是 17 cm,两底面的边长分别是4 cm和 16 cm,求这个棱台的侧棱长和斜高.



解析 由于棱台是由棱锥平行于底面的平面截得的,因此正棱锥中的有关直角三角形对应到正棱台中将转化为直角梯形,只要找出包含侧棱和斜高的直角梯形即可求解.

答案 设棱台两底面的中心分别是 O'和 O,$B'C'$、BC 的中点分别是 E',E,连接 $O'O$,$E'E$、$O'B'$,OB,$O'E'$、OE,则 $OBB'O'$,$OEE'O'$都是直角梯形.

在正方形 $ABCD$ 中,$BC=16$ cm,则

$OB=8\sqrt{2}$ cm,$OE=8$ cm;

在正方形 $A'B'C'D'$中 $B'C'=4$ cm,则

$O'B'=2\sqrt{2}$ cm,$O'E'=2$ cm.

在直角梯形 $O'OBB'$中,

$$BB'=\sqrt{OO'^2+(OB-O'B')^2}$$
$$=\sqrt{17^2+(8\sqrt{2}-2\sqrt{2})^2}$$
$$=19(\text{cm}).$$

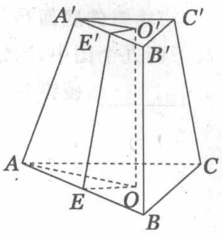
在直角梯形 $O'OEE'$中,

$$EE'=\sqrt{OO'^2+(OE-O'E')^2}$$
$$=\sqrt{17^2+(8-2)^2}$$
$$=5\sqrt{3}(\text{cm}).$$

即这个棱台的侧棱长为 19 cm,斜高为 $5\sqrt{13}$ cm.

规律总结 正棱台中两底面中心连线,相应的边心距和斜高组成一个直角梯形;两底面中心连线,侧棱和两底面相应的半径组成另一个直角梯形.

同类变式 已知正三棱台上、下底面的边长和侧棱长的长分别是 a、b、c，求这个棱台的高和斜高.



答案 如图所示，设正三棱台的两底面中心分别为 O' 和 O，$A'B'$ 和 AB 的中点分别是 E'、E，连接 $O'O$、$E'E$、$O'A'$、OA、$O'E'$、OE，则 $OAA'O'$、$OEE'O'$ 都是直角梯形.

设正△ABC 中，$AB=a$，则 $OA=\frac{\sqrt{3}}{3}a$，$OE=\frac{\sqrt{3}}{6}a$，

在正△$A'B'C'$ 中，$A'B'=b$，则 $O'A'=\frac{\sqrt{3}}{3}b$，$O'E'=\frac{\sqrt{3}}{6}b$.

在直角梯形 $A'O'OA$ 中，$OO'=\sqrt{AA'^2-(OA-O'A')^2}=\sqrt{c^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}a-\frac{\sqrt{3}}{3}b\right)^2}=\frac{1}{3}\sqrt{9c^2-3(b-a)^2}$，为所求棱台之高.

在直角梯形 $O'E'EO$ 中，

$$E'E=\sqrt{OO'^2+(OE-O'E')^2}$$
$$=\sqrt{c^2-\frac{1}{3}(a-b)^2+\frac{1}{12}(a-b)^2}$$
$$=\frac{1}{2}\sqrt{4c^2-(b-a)^2}.$$

即棱台的斜高为 $\frac{1}{2}\sqrt{4c^2-(b-a)^2}$.

课时作业

1. 判断下列说法的正误(对的打“√”，错的打“×”).

(1)圆柱、圆锥、圆台都是旋转体. ( )

(2)与定点的距离等于定长的点的集合叫做球. ( )

(3)球面距离是球面上两点之间线段的长度. ( )

(4)圆台的轴截面是等腰梯形. ( )

(5)有两个面互相平行，其余各面都是平行四边形的几何体叫做棱柱. ( )

(6)有一个面是多边形，其余各面是有一个公共顶点的三角形的几何体叫做棱锥. ( )

(7)棱台的所有侧棱不一定相交于一点. ( )

2. 下列命题：

①在圆柱的上、下底面的圆周上各取一点，则这两点的连线是圆柱的母线； ②圆锥顶点与底面圆周上任意一点的连线是圆锥的母线； ③在圆台上、下底面圆周上各取一点，则这两点的连线是圆台的母线； ④圆柱的任意两条母线所在的直线都是互相平行的.

其中正确的是 ( )

A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ②④

3. 下列命题正确的是 ( )

A. 棱柱的底面一定是平行四边形 B. 棱锥的底面一定是三角形

C. 棱柱被平面分成的两部分可以都是棱柱 D. 棱锥被平面分成的两部分不可能都是棱锥

4. 下面关于棱台的有关性质说法正确的是 ( )

A. 棱台的侧面都是梯形或平行四边形 B. 棱台的两底面平行

C. 棱台的侧棱所在直线可以不相交于同一点 D. 棱台的两底面面积可以相等

5. 给出下列命题：

①将直角三角形绕其一边所在的直线旋转一周，形成的几何体是圆锥； ②将直角梯形绕其一边所在的直线旋转一周，形成的几何体是圆台； ③将矩形绕其一边所在的直线旋转一周，形成的几何体是圆柱.

其中正确命题的个数为 ( )

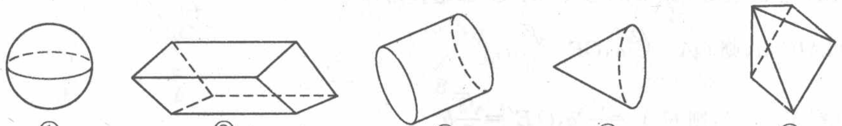
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

6. (1)棱柱的侧面是________，棱锥的侧面是________，棱台的侧面是________.

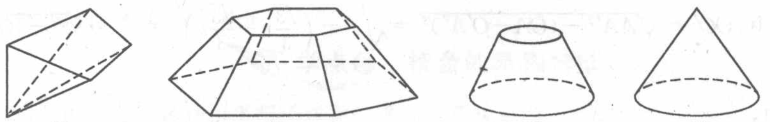
(2)棱柱的两个底面是______多边形，且对应边互相______，侧面都是______.

(3)棱锥的底面是________,侧面是有________的三角形.

7.下面九个图中,圆锥有____________,圆柱有____________,棱柱有__________,圆台有________,球有________,棱台有________,棱锥有________.



① ② ③ ④ ⑤



⑥ ⑦ ⑧ ⑨

8.圆锥有__________个顶点,是由__________个面围成的,其中一个面是平的,并且它的形状是一个__________,另一个面是__________.

9.由若干个平面围成的几何体称多面体,我们学过的多面体有__________,多面体最少有__________个面.

10.用平行于棱柱的侧棱的平面去截棱柱,所得的截面是__________________.

11.上、下底面的面积分别为 36π 和 49π,母线长为 5 的圆台其两底之间的距离为________________.

12.(1)棱柱和圆柱所具有的相似的结构特征为____.

(2)棱柱和棱锥所具有的相似的结构特征为____.

13.(2007·广东改编)如果一个凸多面体是八棱锥,那么这个凸多面体的所有顶点所确定的直线共有____________条.

14.如图中两个图形都是立体图形的平面展开图,你能分别说出这些立体图形的名称吗?

(1) (2)

15.长方体的全面积为 11,十二条棱长度之和为 24,求这个长方体的一条对角线的长.

16.四棱台的上、下底面均为正方形,它们的边长分别是 2 cm 和 8 cm,两底面之间的距离为 4 cm,求该四棱台的侧棱长.

§2 直观图(1 课时)

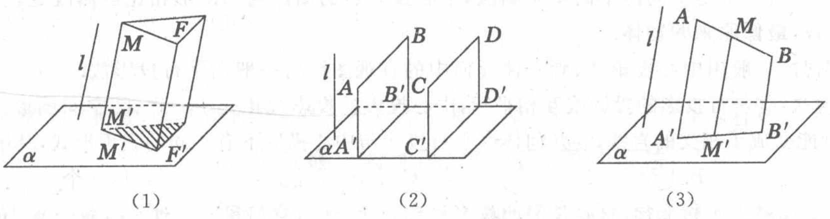
探究新知

学点❶ 平行投影

1. 平行投影的概念

我们把在一束平行光线下形成的投影叫做平行投影.

已知图形 F,直线 l 与平面 α 相交(如图(1)),过 F 上任意一点 M 作直线 MM' 平行于 l,交平面 α 于点 M',则点 M' 叫做点 M 在平面 α 内关于直线 l 的平行投影(或象). 如果图形 F 上的所有点在平面 α 内关于直线 l 的平行投影构成图形 F',则 F' 叫做图形 F 在 α 内关于直线 l 的平行投影. 平面 α 叫做投影面,l 叫做投影线.



2. 平行投影的性质

(1)直线或线段的平行投影仍是直线或线段;

(2)平行直线的平行投影是平行或重合的直线;

(3)平行于投影面的线段,它的投影与这条线段平行且等长,如图(2)中 $A'B' \mathrel{\underline{\parallel}} AB$,$C'D' \mathrel{\underline{\parallel}} CD$;

(4)与投影平行的平面图形,它的投影与这个图形全等;

(5)在同一直线或平行直线上,两条线段平行投影的比等于这两条线段的比(如图(2)).

事实上,如果线段 AB 在平面 α 内关于直线 l 的平行投影是 $A'B'$(如图(3)),点 M 在 AB 上,且 $AM:MB=m:n$,则点 M 的平行投影 M' 在 $A'B'$ 上,由平行线分线段成比例定理得 $A'M':M'B'=m:n$.

【例 1】 判断对错:

(1)矩形的平行投影一定是矩形; (　　)

(2)梯形的平行投影一定是梯形; (　　)

(3)平行四边形的平行投影可能是正方形; (　　)

(4)正方形的平行投影一定是菱形; (　　)

(5)两条相交直线的平行投影可能平行; (　　)

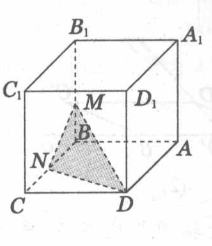
(6)如果一个三角形的投影仍是三角形,那么它的中位线的平行投影,一定是这个三角形的平行投影的中位线. (　　)

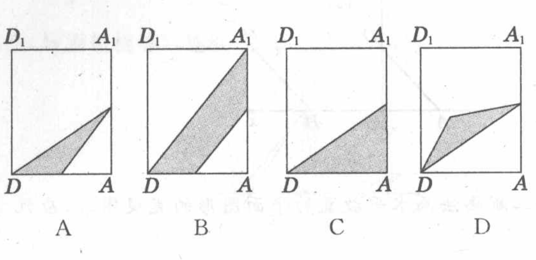
解析 利用平行投影的概念和性质进行判断.

答案 (1)×;(2)×;(3)√;(4)×;(5)×;(6)√.

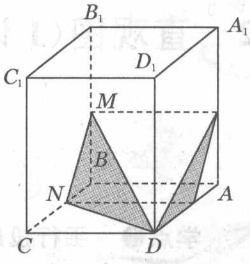
规律总结 平面图形经过平行投影后一般要改变形状,平行直线的平行投影是平行或重合的直线,两条相交直线的平行投影不可能平行.

同类变式 如图所示,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中 M,N 分别是 BB_1,BC 的中点,则图中阴影部分在平面 ADD_1A_1 上的投影为下图中的 (　　)





解析 找出 D,N,M 分别在平面 ADD_1A_1 上的投影点即可.



答案 A

学点❷ 中心投影

1. 中心投影:我们把光由一点向外散射形成的投影叫做中心投影.

2. 中心投影与平行投影的区别与联系:

(1)中心投影和平行投影都是空间图形的基本画法,中心投影后的图形与原图形相比虽然改变较多,但直观性强,看起来与人的视觉效果一致,最像原来的物体.

(2)画实际效果图时,一般用中心投影法;画立体几何中的直观图形时一般用平行投影法.

【例 2】 有下列说法:①平行投影的投影线互相平行,中心投影的投影线相交于一点;②空间图形经过中心投影后,直线变成直线,但平行线可能变成了相交的直线;③几何体在平行投影与中心投影下有不同的表现形式,其中正确命题有 ( )

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

解析 平行投影的投影线互相平行,中心投影的投影线相交于一点;空间图形经过中心投影后,直线变成直线,但平行线有可能变成相交,如照片中由近到远,物体之间的距离越来越近,最后相交于一点;几何体在平行投影与中心投影下有不同的表现形式,故 3 种说法都正确.

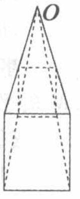
答案 D

规律总结 空间图形经过中心投影后,直线变成直线,但平行线可能变成了相交的直线,中心投影后的图形与原图形相比虽然改变较多,但直观性强,所以在绘画时,经常使用这种方法.

同类变式 画出正方体的中心投影图.

解析 中心投影是一个点光源把图形投影的结果,因此,要找好点光源所对应的点.

答案 如图所示为正方体的中心投影图.



学点❸ 平面图形的斜二测画法

斜二测画法:一种画直观图的方法,其规则是:

①在已知图形中建立直角坐标系 xOy. 画直观图时,它们分别对应 x' 轴和 y' 轴,两轴交于 O',使 $\angle x'O'y'=45°$,它们确定的平面表示水平平面;

②已知图形中平行于 x 轴或 y 轴的线段,在直观图中分别画成平行于 x' 轴和 y' 轴的线段;

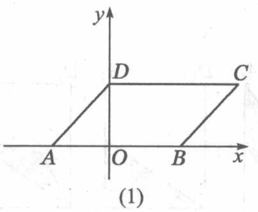
③已知图形中平行于 x 轴的线段,在直观图中保持原长度不变;平行于 y 轴的线段,长度变为原来的二分之一.

【例 3】 画出一个锐角为 45°的平行四边形的直观图.

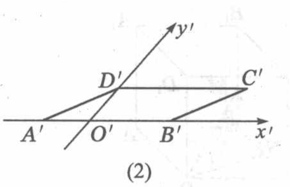
解析 立体几何中通常用斜二测画法画直观图.

答案 如图(1)建立坐标系 xOy,再建立坐标系 $x'O'y'$.

如图(2),在 x' 轴上截取线段 $O'A'=OA$,$O'B'=OB$,在 y' 轴上截取线段 $O'D'=\frac{1}{2}OD$,过 D' 点作线段 $D'C'$ 平行于 x' 轴,使 $D'C'=DC$,连接 $B'C'$、$A'D'$,则 $A'B'C'D'$ 为平行四边形 $ABCD$ 的直观图.



(1)



(2)

规律总结 用斜二测画法画水平放置的平面图形的直观图时,应注意平行于 x 轴的长度不变,平行于 y 轴的长度变为