新课标

鼎尖教案

教材教案、教辅教案、习题教案

数学

选修2-3

人教A版

新课标·高中同步·鼎尖学案（个性化学案）

新课标·高中同步·鼎尖教案（通用型教案）

丛书主编：严治理　黄俊葵
马抡虎　刘芳芳

延边教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

鼎尖教案：数学．2—3：选修/王金兴主编．—延吉：延边教育出版社，2008.10

ISBN 978-7-5437-7426-1

Ⅰ．鼎… Ⅱ．王… Ⅲ．数学课—教案（教育）—高中 Ⅳ．G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 159094 号

□ 本册主编：王金兴
□ 副 主 编：杨 璐 逄小玲
□ 编　　著：马秀萍 李志强 齐建宏 慈风军 王建欣 李志强
张 美 杨红英 姜英霞 郑玉三 刘福兴 常文芹
安仲伟 常洪德 刘秀花 管延霞 王克明 管延娥
刘福强 丁祥芳 徐 红
□ 责任编辑：严今石
□ 法律顾问：北京陈鹰律师事务所（010-64970501）

与 *人教A版* 普通高中课程标准实验教科书同步

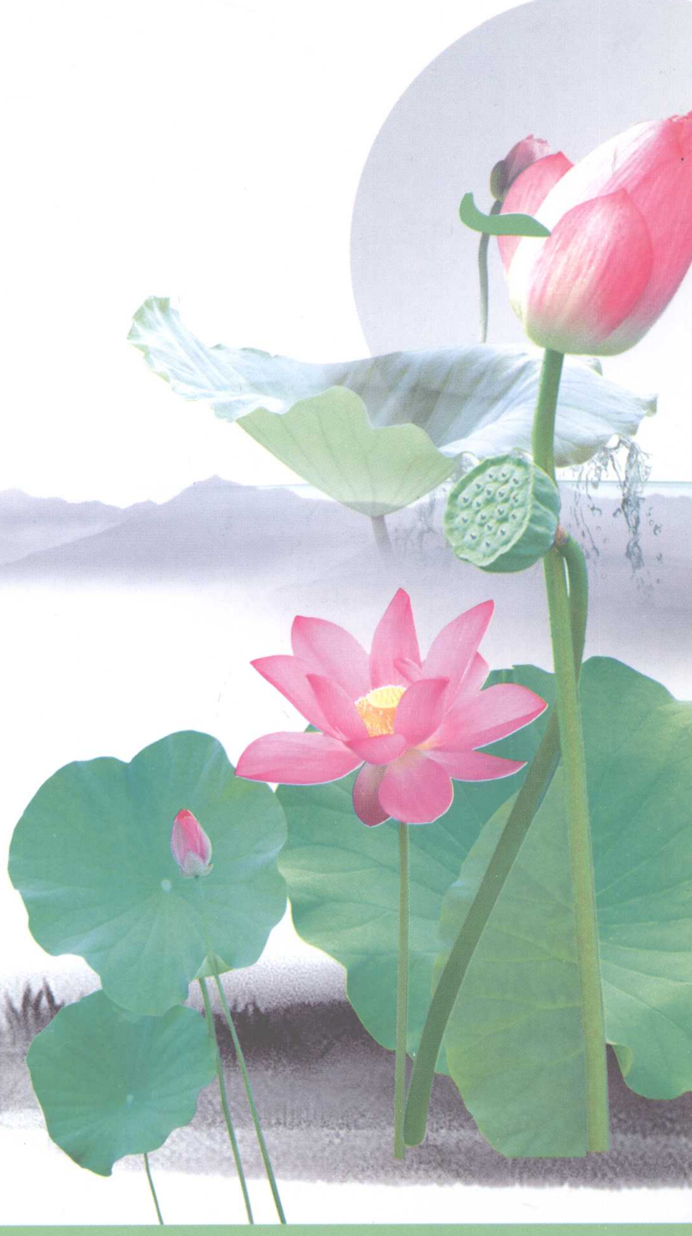
《鼎尖教案》数学 选修 2—3

出版发行：延边教育出版社
地　　址：吉林省延吉市友谊路 363 号（133000）
北京市海淀区苏州街 18 号院长远天地 4 号楼 A1 座 1003（100080）
网　　址：http://www.topedu.org
电　　话：0433-2913975 010-82608550
传　　真：0433-2913971 010-82608856
排　　版：北京鼎尖雷射图文设计有限公司
印　　刷：大厂书文印刷有限公司
开　　本：890×1240 16 开本
印　　张：13.75
字　　数：490 千字
版　　次：2009 年 2 月第 1 版
印　　次：2009 年 2 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5437-7426-1
定　　价：27.50 元

如印装质量有问题，本社负责调换

《鼎尖教案》

数学选修 2-3（人教A版）



我们提供的
不仅是传统的教案
还有
实现教学模式多样化的系统方法

我们提供的
不仅是不同思路的教学模式
还有
为实现这些思路而搭建的
一个动态开放的平台

在这个平台上
你尽可以
自由释放自己的教学思想、智慧与个性
组合适合自己的教学模式

而这一切
正是我们
对新课程教学改革的探索与回应
体现着我们
对人民教师的
充分尊重和终极关怀

主 编：王金兴

延边教育出版社

学案教案配套用，老师学生真轻松！

教材教案、教辅教案、习题教案，两种思路任你选择。

课前预习、课堂笔记、课后作业，多种模式自由组合。

《鼎尖学案》丛书特色

○ **学案模式自主定制** 《鼎尖学案》将教学过程分为课前预习、课堂笔记、课后作业三个环节，充分考虑教师的教学习惯和学生的差异性。同时依托《鼎尖教案》，提供多种学案组合模式，供您自由选择定制，满足师生的个性化需求。《鼎尖学案》的问世，标志着教辅个性化时代的到来。

○ **教案学案配套使用** 丛书的编写以《鼎尖教案》为基础，合理区分教师教案和学生学案的内容功能，强调教案和学案的配套使用，强调教案与学案的实质性互动对接，方便于教师教学和学生听课、做笔记、训练，有助于提高教师的教学效果和学生的听课效率。是学生听课的笔记本，课堂训练、课后作业的作业本，让上课更方便，让学习更轻松。

○ **互动开放方便实用** 《鼎尖学案》充分利用“鼎尖教案”这一动态开放式资源平台，体现教案与学案的互补功能，通过预留空白等形式，避免了以往的教案和学案对教学过程统得过多、过死以及不符合教学实际等问题，为教师主导作用和学生主体作用的充分发挥，提供了广阔的思维空间。在装订方式上，我们也将根据您的要求，或采用成书的方式，或采用活页的方式进行制作，方便您的使用。

Qianyan 前言

国家新课程改革的教学观，强调教学目标的全面性和具体化，强调学习方式、教学活动方式的多样化，强调学习的选择性。要适应新课程教学改革的要求，提倡自主、探索与合作的学习方式，使学生在教师指导下主动地、富有个性和创造性地学习，就必须坚持教学模式的多样化。

教学模式的多样化是新课程实施的重要途径，也为教学模式的多样化研究提供了有利的理论和实践环境。教学模式的多样化，要求教师必须在准确把握教学目标、教学内容、师生情况、运用条件和评价体系特点的前提下，利用和发挥自身特长、体现自身特色，采用相应的教学模式。

《鼎尖教案》系列丛书，是依托延边教育出版社多年教案出版经验和资源优势，由近百名教辅研究专家精心策划的一套教案丛书。书中的教学案例，大都是在全国范围内广泛征集的优秀作品，是全国一线特高级教师经验智慧的结晶，代表着当前教学改革方向和最高水平，堪称精品。

丛书以“教学模式多样化”为基本原则，通过科学合理的设计，克服了以往教案类产品无法解决的教学模式单一的问题，对于推进新课程改革具有很强的指导意义，是广大教师教学的参考和帮手，其主要特点如下：

○ **工具性** 突出实用性、系统性、工具性、资料性，汇集教学教案、重难点知识讲解、类题（题型）讲解、规律方法总结、知识体系构建、训练题库等内容，为教师提供融课堂教学、钻研教材、课后辅导、习题编选于一体的全息资源库。

○ **选择性** 体现教学模式多样化原则，对同一知识体系的教授和解读方式，提供两种教学形式和教学思路，展示两种解决问题的方法，搭建动态开放的资源平台。教师可根据学生特点和教学习惯自由选择组合，形成多种教学模式。

○ **系统性** 创新教案编写模式，内容包括教材教案、教辅教案、习题教案三个板块，为教师提供教学模式多样化的全方位系统解决之道，教师得到的不仅是新授课的教案，更有复习课、训练讲评等内容的教案。同时注重教师用书与学生用书的配套互补功能，同步推出配套学案，方便教师教学。

教学模式开发和应用的过程，是一个随着教育理论和教学实践不断发展的双向的动态的过程，在探索教学模式多样化的过程中，按照“学习—实践—评价—创新—构建”的思路，我们将不断探索和创新更多的教学模式。同时感谢在本书编写和教案征集中，为我们提供帮助和支持的广大教师，也希望有更多的人能够参与进来，与我们共同探索实现教学模式多样化的思路和办法。

北京世纪鼎尖教育研究中心

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

教材教案

- 教学目标
  - 知识与技能
  - 过程与方法
  - 情感、态度与价值观
- 重点难点
  - 重点
  - 难点
- 案例一、二（以课时为单位）
  - 教学过程
  - 板书设计
  - 教学反思（随机设置）

教辅教案

- 案例一　课时详解（以课时为单位）
  - 课堂导入
  - 课前自主学习
  - 课堂合作探究
    - 情景激疑
    - 知识点归纳
    - 典例剖析
  - 概括整合
- 案例二　精析精练（以节为单位）
  - 课堂合作探究
    - 重点难点突破
    - 典型例题分析
  - 规律方法总结
- 定时巩固检测
  - 基础训练
  - 能力提升

习题教案

- 案例一　同步练习（以课时为单位）
- 案例二　一课3练（以节为单位）
  - 基础巩固
  - 能力升级
  - 拓展探究

单元末

- 单元概括整合
  - 单元复习课
  - 单元测试卷

体例表解

<table>
<tr><th colspan="4">主要栏目名称</th><th>栏目设计功能</th><th>栏目使用建议</th></tr>
<tr><td rowspan="8">教材教案</td><td rowspan="3">[教学目标]</td><td colspan="2">[知识与技能]</td><td rowspan="3">依据教材和课程标准，让学生了解本课时的“三维目标”</td><td rowspan="8">两套案例体现了不同的教学思路和技巧，教师可根据自己的授课模式，自主选择一种教学案例，师生互动，完成教学</td></tr>
<tr><td colspan="2">[过程与方法]</td></tr>
<tr><td colspan="2">[情感、态度与价值观]</td></tr>
<tr><td rowspan="2">[重点难点]</td><td colspan="2">[重点]</td><td rowspan="2">帮助教师、学生准确把握教材的深广度，明确本课时学习的重点、难点</td></tr>
<tr><td colspan="2">[难点]</td></tr>
<tr><td rowspan="3">案例一
案例二
(以课时为单位)</td><td colspan="2">[教学过程]</td><td>体现情景设置、师生互动等课堂教学思路，既给教师以启发，又不束缚教师的创造性</td></tr>
<tr><td colspan="2">[板书设计]</td><td>直观、清晰地呈现本课时的主要内容</td></tr>
<tr><td colspan="2">[教学反思](机动)</td><td>对教学方法和教学过程的反思，提出改进设想</td></tr>
<tr><td rowspan="10">教辅教案</td><td rowspan="6">案例一
课时详解
(以课时为单位)</td><td colspan="2">[课堂导入]</td><td>激发学生学习兴趣，导入本课内容</td><td rowspan="2">学生课前自主完成</td></tr>
<tr><td colspan="2">[课前自主学习]</td><td>引导学生自学课本内容，培养自主学习能力</td></tr>
<tr><td rowspan="3">[课堂合作探究]</td><td>[情景激疑]</td><td>提供课堂讨论材料，学生思考归纳出知识点</td><td rowspan="7">可供教师授课，学生自主学习时使用</td></tr>
<tr><td>[知识点归纳]</td><td>通过情景激疑的讨论引出知识点内容，按知识分块讲解，各个击破</td></tr>
<tr><td>[典例剖析]</td><td>通过例题讲解、变式练习，理解、巩固知识点</td></tr>
<tr><td colspan="2">[概括整合]</td><td>将本课时主要内容总结归纳，帮助学生形成知识网络</td></tr>
<tr><td rowspan="3">案例二
精析精练
(以节为单位)</td><td rowspan="2">[课堂合作探究]</td><td>[重点难点突破]</td><td>对本节重点和难点知识进行详细全面讲解，按知识层次整体突破</td></tr>
<tr><td>[典型例题分析]</td><td>通过例题讲解、变式练习，理解、巩固知识点内容</td></tr>
<tr><td colspan="2">[规律方法总结]</td><td>将本节主要规律、方法总结归纳，帮助学生形成知识网络</td></tr>
<tr><td colspan="3">[定时巩固检测]</td><td>通过强化训练，巩固所学知识</td><td>教师可安排学生课堂集中检测和学生课后自主完成相结合</td></tr>
<tr><td rowspan="2">习题教案</td><td colspan="3">案例一　同步练习(以课时为单位)</td><td>用习题让学生对本课时所学知识进行检测</td><td rowspan="2">教师可安排学生课堂集中检测和学生课后自主完成相结合</td></tr>
<tr><td colspan="3">案例二　一课3练(以节为单位)</td><td>将习题划分为“基础巩固——能力升级——拓展探究”，让学生对本节所学知识分层次进行检测</td></tr>
<tr><td rowspan="2">单元末</td><td rowspan="2">[单元概括整合]</td><td colspan="2">[单元复习课]</td><td>通过例题分析导入，归纳总结知识规律或解题方法，提高解题能力</td><td>教师指导学生对本章内容进行回顾</td></tr>
<tr><td colspan="2">[单元测试卷]</td><td>以测试卷的形式对本章学习效果进行检测</td><td>教师安排学生课堂集中检测，或者学生课后自主完成</td></tr>
</table>

CONTENTS 目录

目录 CONTENTS

CONTENTS 目录

附录　个性化学案模式说明

第一章 计数原理

1.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理(2课时)

第一教案 **教材教案**

第1课时 分类加法计数原理与分步乘法计数原理的基本概念

教学目标

知识与技能

理解计数原理的概念,掌握用基本计数原理解决问题的方法.

过程与方法

让学生通过对实际问题的探究,总结归纳两个基本原理的概念.

情感、态度与价值观

通过本节的学习,让学生对两个基本原理的概念有清楚的认识,体现生活中数学的广泛性.

重点难点

重点

理解分类加法计数原理与分步乘法计数原理.

难点

会利用两个原理分析和解决一些简单的应用问题.

案例(一)

教学过程

一、复习引入

设计意图

通过具体例子引入课堂,集中学生的注意力.

师:提出问题:用一个大写的英文字母或一个阿拉伯数字给教室里的座位编号,总共能够编出多少种不同的号码?

生:让学生讨论回答.

教师引入课题.

二、新课讲授

师:请同学们分析前面的问题:

根据英文字母和阿拉伯数字的个数,可以知道一共有36个号码,是怎么算出来的?

生:思考讨论.

师:能否把每个号码看做一种方法?

让学生思考.

(一)分类加法计数原理

1. 基本定义

分类加法计数原理:完成一件事有两类不同方案,在第1类方案中有m种不同的方法,在第2类方案中有n种不同的方法.那么完成这件事共有

$$N=m+n$$

种不同的方法.

2. 概念拓展

师:让学生思考讨论,引导学生共同分析概念的特征和注意问题.

(1)标准必须一致,而且全面、不重不漏.

(2)“类”与“类”之间是并列的、互斥的、独立的,即:它们两两的交集为空集.

(3)每一类方案中的任何一种方法均能将这件事情从头至尾完成.

3. 典型例题分析

例1 书架的第1层放有4本不同的计算机书,第2层放有3本不同的文艺书,第3层放有2本不同的体育书,从书架上任取1本书,有多少种不同的取法?

解:从书架上任取1本书,有3类方法:第1类方法是从第1层取1本计算机书,有4种方法;第2类方法是从第2层取1本文艺书,有3种方法;第3类方法是从第3层取1本体育书,有2种方法.根据分类加法计数原理,不同取法的种数是$N=4+3+2=9$种.

4. 概念巩固

课本第6页练习第1(1)题.(学生动手完成)

(二)分步乘法计数原理

1. 基本定义

分步乘法计算原理:完成一件事需要两个步骤:做第1步有m种不同的方法,做第2步有n种不同的方法,那么完成这件事共有

$$N=m\times n$$

种不同的方法.

2. 概念拓展

(1)“步”与“步”之间是连续的,不间断的,缺一不可;但也不能重复、交叉.

(2)若完成某件事情需n步,每一步的任何一种方法只能完成这件事的一部分且必须依次完成这n个步骤后,这件事情才算完成.

3. 典型例题分析

例2 一种号码拨号锁有4个拨号盘,每个拨号盘上有0到

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

9共10个数字,这4个拨号盘可以组成多少个四位数号码?

解:每个拨号盘上的数字有10种取法,根据分步乘法计数原理,4个拨号盘上各取1个数字组成的四位数字号码的个数是$N=10\times10\times10\times10=10\ 000$,所以,可以组成10 000个四位数号码.

例3　要从甲、乙、丙3名工人中选出2名分别上日班和晚班,有多少种不同的选法?

解:从3名工人中选1名上日班和1名上晚班,可以看成是经过先选1名上日班,再选1名上晚班两个步骤完成,先选1名上日班,共有3种选法;上日班的工人选定后,上晚班的工人有2种选法.根据分步乘法计数原理,不同的选法数是$N=3\times2=6$种,6种选法可以表示如下:

所以,从3名工人中选出2名分别上日班和晚班,有6种不同的选法.

4.概念巩固

课本第6页练习第1(1)题,第2题.

(三)变式训练

师:显示变式训练题目.

若分给你10块完全一样的糖,规定每天至少吃一块,每天吃的块数不限,问共有多少种不同的吃法?

生:完成题目训练.

答案:$N=1+1+1+1+1+1+\cdots+1=10$种.

三、课堂练习

1.书架的第1层放有4本不同的计算机书,第2层放有3本不同的文艺书,第3层放有2本不同的体育书.从书架的第1,2,3层各取1本书,有多少种不同的取法?

解:从书架的第1,2,3层各取1本书,可以分成3个步骤完成:第1步从第1层取1本计算机书,有4种方法;第2步从第2层取1本文艺书,有3种方法;第3步从第3层取1本体育书,有2种方法.根据分步乘法计数原理,从书架的第1,2,3层各取1本书,不同取法的种数是$N=4\times3\times2=24$种.所以,从书架的第1,2,3层各取1本书,有24种不同的取法.

2.一个盒内装有3个不同的彩球,另一个盒内装有4个不同的彩球,而且彩球颜色互不相同.

(1)从两个盒内任取一个彩球,有多少种不同的取法?

(2)从两个盒内各取一个彩球,有多少种不同的取法?

解:(1)$N=3+4=7$种;(2)$N=3\times4=12$种.

四、课堂小结

教师让学生自己讨论总结.

1.本节课学习了两个重要的计数原理及简单应用.

2.两个基本原理的主要特征和区别.

五、课后作业

1.课本第6页练习第3题.

2.4张卡片的正、反面分别有0与1,2与3,4与5,6与7,将其中3张卡片排放在一起,可组成多少个不同的三位数?

分析:分三步确定百位、十位、个位,注意到首位不能为0,且正反两面可用.

解:分三个步骤:

第一步:首位可放$8-1=7$个数;

第二步:十位可放6个数;

第三步:个位可放4个数.根据分步乘法计数原理,可能组成$N=7\times6\times4=168$个数.

板书设计

一、复习引入	3.典型例题分析	3.典型例题分析
二、新课讲授	4.概念巩固	4.概念巩固
(一)分类加法计数原理	(二)分步乘法计数原理	三、课堂练习
1.基本定义	1.基本定义	四、课堂小结
2.概念拓展	2.概念拓展	五、课后作业

案例(二)

教学过程

一、课题导入

[师]从引言部分大家了解到,排列组合是完成某项工作的方法种数的知识,在实际生产生活中有着十分广泛的应用,而学习排列组合知识,首先要熟悉分类加法计数原理与分步乘法计数原理这两个关于计数的基本原理,它们是在人们大量实践经验的基础上归纳出来的基本规律.它们不仅是指导排列数、组合数计算公式的依据,而且其基本思想方法贯穿在解决本章应用问题的始终.

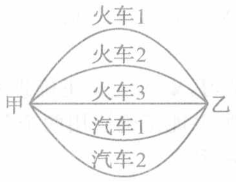
下面,我们将通过实例给出两个基本原理,并结合实例进一步熟悉两个原理.

二、讲授新课

[师]首先,我们来看问题一.

> 问题一:从甲地到乙地,可以乘火车,也可以乘汽车.一天中,火车有3班,汽车有2班.那么一天中,乘坐这些交通工具从甲地到乙地共有多少种不同的走法?

[师生共析]要完成从甲地到乙地这件事,从交通工具上可以有两类选择,即火车或者汽车,无论乘坐哪一类交通工具都可到达目的地.若乘火车有3种走法,若乘汽车有2种走法.由于每一种走法都可以从甲地到乙地,所以共有$N=3+2=5$种不同的走法,如图所示.



[师]在上述的分析过程中，就体现了分类加法计数原理.(板书原理内容)

分类加法计数原理：完成一件事有两类不同方案，在第1类方案中有m种不同的方法，在第2类方案中有n种不同的方法.那么完成这件事共有

$$N=m+n$$

种不同的方法.

[师]对于分类加法计数原理，我们应注意以下几点：

(1)从分类加法计数原理中可以看出，各类之间相互独立，都能完成这件事，且各类方法数相加；

(2)分类时，首先要根据问题的特点确定一个分类的标准，然后在确定的分类标准下进行分类；

(3)完成这件事的任何一种方法必属于某一类，并且分别属于不同两类的两种方法都是不同的方法.

[师]接下来，我们再看问题二.

问题二：从甲地到乙地，要从甲地先乘火车到丙地，再于次日从丙地乘汽车到乙地.一天中，火车有3班，汽车有2班，那么两天中，从甲地到乙地共有多少种不同的走法？

[师]问题二与问题一同是研究从甲地到乙地的不同走法，但是，我们要注意找出这两个问题的不同之处.

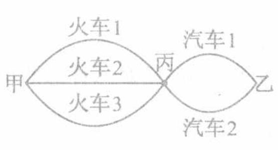
[生]在前一问题中，采用乘火车或乘汽车中的任何一种方式，都可以从甲地到乙地.而在这个问题中，必须经过先乘火车，后乘汽车两个步骤，才能从甲地到达乙地.

[师]很好，下面我们就按照上述思路来完成问题二的解答.

[师生共析]要完成从甲地到乙地这件事，需要分成两个步骤，即第一步乘火车，第二步乘汽车.因为乘火车有3种走法，乘汽车有2种走法，并且两步依次完成后才能达到目的，所以乘一次火车再接着乘一次汽车从甲地到乙地，共有$N=3\times2=6$种不同的走法.

[师]从如下的图示中，我们可以具体地看到这6种走法.

图示：



所有走法：

火车1——汽车1；　　火车1——汽车2；

火车2——汽车1；　　火车2——汽车2；

火车3——汽车1；　　火车3——汽车2.

[师]在问题二的分析过程中，就体现了分步乘法计数原理.(板书原理内容)

分步乘法计数原理：完成一件事需要两个步骤，做第1步有m种不同的方法，做第2步有n种不同的方法，那么完成这件事共有

$$N=m\times n$$

种不同的方法.

[师]对于分步乘法计数原理，我们还应注意以下几点：

(1)分步乘法计数原理与“分步”有关，各个步骤相互依存，只有各个步骤完成了，这件事才算完成；

(2)分步时首先要根据问题的特点确定一个分步的标准；

(3)分步时还要注意满足完成一件事必须并且只需连续完成n个步骤后这件事才算完成.

[师]下面，我们结合例题来一起体会两个基本原理的正确运用.

[例1]电视台在“欢乐大本营”节目中拿出两个信箱，其中存放着先后两次竞猜中成绩优秀的观众来信，甲信箱中有30封，乙信箱中有20封，现由主持人抽奖确定幸运观众，若先确定一名幸运之星，再从两信箱中各确定一名幸运伙伴，有多少种不同的结果？

分析：抽奖过程分三步完成，考虑到幸运之星可分别出现在两个信箱中，故可分两种情形考虑.

解：分两大类：

(1)幸运之星在甲箱中抽，先定幸运之星，再在两箱中各定一名幸运伙伴有$30\times29\times20=17\ 400$种结果；

(2)幸运之星在乙箱中抽，同理有$20\times19\times30=11\ 400$种结果.

因此共有不同结果$N=17\ 400+11\ 400=28\ 800$种.

[师]大家在综合运用两个原理时，既要会合理分类，又能合理分步，一般情形是先分类后分步.

[例2]4张卡片的正、反面分别有0与1，2与3，4与5，6与7，将其中3张卡片排放在一起，可组成多少个不同的三位数？

分析：分三步确定百位、十位、个位，注意到首位不能为0，且正反两面可用.

解：分三个步骤：

第一步：首位可放$8-1=7$个数；

第二步：十位可放6个数；

第三步：个位可放4个数.

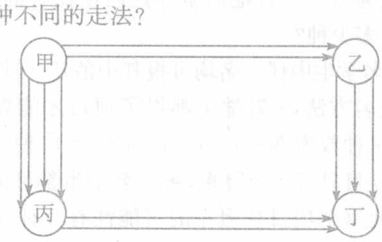
根据分步乘法计数原理，可以组成$N=7\times6\times4=168$个数.

[师]分类加法计数原理和分步乘法计数原理是排列组合的理论基础，这两个原理的本质区别在于分类与分步，分类用分类加法计数原理，分步用分步乘法计数原理.用分类加法计数原理的关键在于恰当分类，分类要做到“不重不漏”，应用分步乘法计数原理的关键在于分步，要正确设计分步程序.

[师]下面我们通过课堂练习来进一步熟悉基本原理的应用.

三、课堂练习

练习1：如图，从甲地到乙地有2条路，从乙地到丁地有3条路，从甲地到丙地有4条路，从丙地到丁地有2条路，从甲地到丁地共有多少种不同的走法？



分析：先分2类：

甲→乙→丁：$m_1=2\times3=6$种；

甲→丙→丁：$m_2=4\times2=8$种；

所有的走法为$N=m_1+m_2=14$种.

练习2:书架的第1层放有4本不同的计算机书,第2层放有3本不同的文艺书,第3层放有2本不同的体育书,问:现取2本不同类型的书(来自不同的层),有多少种不同的选法?

解:分三类:

第一类:选计算机书和文艺书　　$m_1=4\times3=12$ 种;

第二类:选计算机书和体育书　　$m_2=4\times2=8$ 种;

第三类:选文艺书和体育书　　$m_3=3\times2=6$ 种.

所有的选法为:$N=m_1+m_2+m_3=26$ 种.

四、课时小结

[师]通过本节学习,要求大家正确理解分类加法计数原理与分步乘法计数原理,并能正确运用两个基本原理分析、解决生产生活中的实际应用问题.

五、课后作业

课本第6页练习第3题.

板书设计

一、课题导入 二、讲授新课 1. 分类加法计数原理	2. 分步乘法计数原理 三、课堂练习	四、课时小结 五、课后作业

第2课时　分类加法计数原理与分步乘法计数原理的综合应用

教学目标

☞知识与技能

理解两个基本计数原理及其综合应用.

☞过程与方法

在实际问题中应用两个基本原理,更能理解基本原理的特点和掌握具体的解题思想.

☞情感、态度与价值观

通过具体问题来体现两个基本原理的解题特点,更能培养学生总结问题的能力,认识数学的科学价值.

重点难点

☞重点

两个原理的综合应用.

☞难点

在分析问题时注意对两个原理的区分.

案例(一)

教学过程

一、复习引入

师:提出问题:

1. 分类加法计数原理的概念.

2. 分步乘法计数原理的概念.

3. 两个原理的主要特征区别在哪里?

学生思考回答问题.

二、典型例题

例1　课本第7页的例6.

例2　五名学生报名参加四项体育比赛,每人限报一项,报名方法的种数为多少?若他们争夺这四项比赛的冠军,获得冠军的可能性有多少种?

解:(1)5名学生中任一名均可报其中的任一项,因此每个学生都有4种报名方法,5名学生都报了项目才能算完成这一事件.故报名方法种数为 $N=4\times4\times4\times4\times4=4^5$ 种.

(2)每个项目只有一个冠军,每一名学生都可能获得其中的一项获军,因此每个项目获冠军的可能性有5种.故有 $N=5\times5\times5\times5=5^4$ 种.

例3　课本第8页例8.

例4　在所有的两位数中,个位数字比十位数字大的两位数有多少个?

解:分析个位数字,可分以下几类.

个位是9,则十位可以是1,2,3,…,8中的一个,故有8个;

个位是8,则十位可以是1,2,3,…,7中的一个,故有7个;

同理,个位是7的有6个;个位是6的有5个;

……

个位是2的只有1个.

由分类加法计数原理知,满足条件的两位数有

$1+2+3+4+5+6+7+8=\dfrac{1+8}{2}\times8=36$ 个.

三、方法总结

分类加法计数原理和分步乘法计数原理,回答的都是有关做一件事的不同方法的种类问题.区别在于:分类加法计数原理针对的是“分类”问题,其中各种方法相互独立,用其中任何一种方法都可以做完这件事;分步乘法计数原理针对的是“分步”问题,各个步骤中的方法互相依存,只有各个步骤都完成才算做完这件事.

四、课堂练习

1. (1)4名同学选报跑步、跳高、跳远三个项目,每人报一项,共有多少种报名方法?

(2)4名同学争夺跑步、跳高、跳远三项冠军,共有多少种可能的结果?

解:(1)要完成的是“4名同学每人从三个项目中选一项报名”这件事,因为每人必报一项,四人都报完才算完成,于是按人分步,且分为四步,每人又可在三项中选一项,选法为3种,所以共有:$N=3\times3\times3\times3=81$种报名方法.

(2)完成的是“三个项目冠军的获取”这件事,因为每项冠军只能有一人获得,三项冠军都有得主,这件事才算完成,于是应以“确定三项冠军得主”为线索进行分步,而每项冠军是四人中的某一人,有4种可能情况,于是共有$N=4\times4\times4=4^3=64$种可能的情况.

2. 设集合$A=\{a_1,a_2,\cdots,a_m\}$,$B=\{b_1,b_2,\cdots,b_n\}$,试求:从集合A到集合B可以建立多少个不同的映射?

解:第1步,确定原象a_1在B中的象,这个象可以是$b_1,b_2,\cdots,b_n$中的任一个元素,故有n种方法;

第2步,确定原象a_2在B中的象,这个象同样可以是$b_1,b_2,\cdots,b_n$中的任一个元素,故有n种方法;

……

第m步,确定原象a_m在B中的象,它也可以是$b_1,b_2,\cdots,b_n$中的任一个元素,故也有n种方法.

由于确定了A中每一个元素在B中的象,也就确定了一个从A到B的映射,因此,根据分步乘法计数原理可知:从集合A到B可以建立n^m个映射.

3. 给程序模块命名,需要用3个字符,其中首字符要求用字母$A\sim G$或$U\sim Z$,后两个要求用数字$1\sim9$. 问最多可以给多少个程序命名?

分析:要给一个程序模块命名,可以分三个步骤:第1步,选首字符;第2步,选中间字符;第3步,选最后一个字符. 而首字符又可以分为两类.

解:先计算首字符的选法. 由分类加法计数原理,首字符共有$7+6=13$种选法.

再计算可能的不同程序名称. 由分步乘法计数原理,最多可以有$13\times9\times9=1\ 053$个不同的名称,即最多可以给1 053个程序命名.

4. 从1到200的自然数中,有多少个不含数字5的数?

解:一位数中不含数字5的数共有8个.

两位数中不含数字5的数可分两步来确定,其个位数字除5以外,还有9种选法,十位数字除5外还有8种选法(不包括数字0),根据分步乘法计数原理可知,共有$N=9\times8=72$个不含数字5的两位数.

三位数中不含数字5的数可分三步来确定,百位数字是1时,有$9\times9=81$种,百位数字是2时,仅是200,即1个,共有$N=81+1=82$个.

因此满足条件的数共有$N=8+72+82=162$个.

五、课堂小结

教师让学生自己讨论总结.

1. 本节课研究两个重要的计数原理的综合应用.

2. 两个基本原理在解题时的基本规律.

六、课后作业

课本第10页练习第2、4题.

板书设计

一、复习引入 二、典型例题	三、方法总结 四、课堂练习	五、课堂小结 六、课后作业

案例(二)

教学过程

一、课堂引言

师:分类加法计数原理和分步乘法计数原理是计数研究中最常用、也是最基本的两个原理. 所谓计数,就是数数,把一些对象的具体数目数出来. 当然,情况简单时可以一个一个地数. 如果数目较大时,一个一个地数是不可行的,利用分类加法计数原理和分步乘法计数原理,可以帮助我们计数.

生:思考回答基本原理的内容并进行举例说明.

1. 分类加法计数原理:完成一件事有两类不同方案,在第1类方案中有m种不同的方法,在第2类方案中有n种不同的方法. 那么完成这件事共有

$$N=m+n$$

种不同的方法.

例如,从A城到B城有三种交通工具:火车、汽车、飞机. 坐火车每天有2个班次;坐汽车每天有3个班次;乘飞机每天只有1个班次,那么,从A城到B城的方法共有$N=2+3+1=6$种.

2. 分步乘法计数原理:完成一件事需要两个步骤,做第1步有m种不同的方法,做第2步有n种不同的方法,那么完成这件事共有

$$N=m\times n$$

种不同的方法.

例如,从A城到B城中间必须经过C城,从A城到C城共有3条路线(设为a,b,c),从C城到B城共有2条路线(设为m,t),那么,从A城到B城共有$N=3\times2=6$条路线,它们是:am,at,bm,bt,cm,ct.

二、综合应用

例1 从1到300的自然数中,完全不含有数字3的有多少个?

解法一:将符合要求的自然数分为以下三类:

(1)一位数,有1,2,4,5,6,7,8,9共8个.

(2)二位数,在十位上出现的数字有1,2,4,5,6,7,8,9八种情形,在个位上出现的数字除以上八个数字外还有0,共9种情形,故二位数有$8\times9=72$个.

(3)三位数,在百位上出现的数字有1,2两种情形,在十位、个位上出现的数字则有0,1,2,4,5,6,7,8,9九种情形,故三位数有$2\times9\times9=162$个.

因此,从1到300的自然数中完全不含数字3的共有$N=8+72+162=242$个.

解法二:将0到299的整数都看成三位数,其中数字3不出

现的,百位数字可以是0,1或2三种情况.十位数字与个位数字均有九种,因此除去0共有 $N=3\times9\times9-1=242$(个).

变式训练1　利用数字1,2,3,4,5共可组成:

(1)多少个数字不重复的三位数?

(2)多少个数字不重复的三位偶数?

(3)多少个数字不重复的偶数?

解:(1)百位数有5种选择;十位数有4种选择;个位数有3种选择.所以共有 $N=5\times4\times3=60$ 个数字不重复的三位数.

(2)先选个位数,共有两种选择:2或4.在个位数选定后,十位数还有4种选择;百位数有3种选择.所以共有 $N=2\times4\times3=24$ 个数字不重复的三位偶数.

(3)分为5种情况:

一位偶数,只有两个:2和4.

二位偶数,共有8个:12,32,42,52,14,24,34,54.

三位偶数由上述(2)中求得为24个.

四位偶数共有 $2\times(4\times3\times2)=48$ 个.括号外面的2表示个位数有2种选择(2或4).

五位偶数共有 $2\times(4\times3\times2\times1)=48$ 个.

由分类加法计数原理,数字不重复的偶数的个数共有 $2+8+24+48+48=130$.

例2:在小于10 000的自然数中,含有数字1的数有多少个?

解:不妨将1至9 999的自然数均看作四位数,凡位数不到四位的自然数在前面补0.使之成为四位数.

先求不含数字1的这样的四位数共有几个,即有0,2,3,4,5,6,7,8,9这九个数字所组成的四位数的个数.由于每一位都可有9种写法,所以,根据乘法原理,由这九个数字组成的四位数个数为 $9\times9\times9\times9=6\ 561$.

其中包括了一个0000,它不是自然数,所以比10 000小的不含数字1的自然数的个数是6 560,于是小于10 000且含有数字1的自然数共有 $N=9\ 999-6\ 560=3\ 439$ 个.

变式训练2　求正整数1 400的正因数的个数.

解:因为任何一个正整数的任何一个正因数(除1外)都是这个数的一些质因数的积,因此,我们先把1 400分解成质因数的连乘积 $1\ 400=2^3\times5^2\times7$.

所以这个数的任何一个正因数都是由2,5,7中的 n 个相乘而得到的(有的可重复).于是取1 400的一个正因数,这件事情是分如下三个步骤完成的:

(1)取 2^3 的正因数是 $2^0,2^1,2^2,3^3$,共 $3+1$ 种;

(2)取 5^2 的正因数是 $5^0,5^1,5^2$,共 $2+1$ 种;

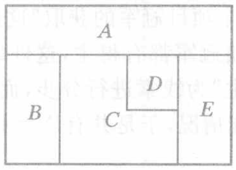
(3)取7的正因数是 $7^0,7^1$,共 $1+1$ 种.

所以1 400的正因数个数为 $N=(3+1)\times(2+1)\times(1+1)=24$.

规律总结:利用本题的方法,可得如下结果:

若 p_1 是质数,a_i 是正整数($i=1,2,\cdots,r$),则数 $M=p_1^{a_1}p_2^{a_2}\cdots p_r^{a_r}$ 的不同的正因数的个数是 $(a_1+1)(a_2+1)\cdots(a_r+1)$.

例3　如图,A,B,C,D,E五个区域分别用红、蓝、黄、白、绿五种颜色中的某一种着色.如果使相邻的区域着不同的颜色,问有多少种不同的着色方法?



解:对这五个区域,我们分五步依次给予着色:

(1)区域A共有5种着色方式;

(2)区域B因不能与区域A同色,故共有4种着色方式;

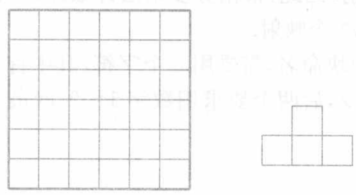
(3)区域C因不能与区域A,B同色,故共有3种着色方式;

(4)区域D因不能与区域A,C同色,故共有3种着色方式;

(5)区域E因不能与区域A,C,D同色,故共有2种着色方式.

于是,根据分步乘法计数原理共有 $N=5\times4\times3\times3\times2=360$ 种不同的着色方式.

变式训练3　在6×6的棋盘(图(1))上剪下一个由四个小方格组成的凸字形,如图(2),有多少种不同的剪法?



(1)　　(2)

解:我们把凸字形上面那个小方格称为它的头,每个凸字形有并且只有一个头.

凸字形可以分为两类:第一类凸字形的头在棋盘的边框,但是棋盘的四个角是不能充当凸字形的头的.于是,边框上(不是角)的小方格共有 $4\times4=16$ 个,每一个都是一个凸字形的头,所以,这类凸字形有16个.

第二类凸字形的头在棋盘的内部,棋盘内部的每一个小方格可以作为4个凸字形的头(即头朝上,头朝下,头朝左,头朝右),所以,这类凸字形有 $4\times(4\times4)=64$(个).

由分类加法计数原理知,有 $N=16+64=80$ 种不同的凸字形剪法.

三、课堂小结

教师让学生自己讨论总结.

1.本节课研究两个重要的计数原理的综合应用.

2.两个基本原理在解题时的基本规律.

四、课后作业

课本第10页练习第2、4题.

板书设计

一、课堂引言 二、综合应用 例1	变式训练1 例2 变式训练2 例3	变式训练3 三、课堂小结 四、课后作业

案例(一)——课时详解

课堂导入

分类加法计数原理和分步乘法计数原理是计数研究中最常用、也是最基本的两个原理.所谓计数,就是数数,把一些对象的具体数目数出来.当然,情况简单时可以一个一个地数.如果数目较大时,一个一个地数是不可行的,利用分类加法计数原理和分步乘法计数原理,可以帮助我们计数.

第1课时 分类加法计数原理与分步乘法计数原理的基本概念

课前自主学习

1. 分类加法计数原理:完成一件事有两类不同方案,在第1类方案中有m种不同的方法,在第2类方案中有n种不同的方法.那么完成这件事共有________种不同的方法.
2. 分步乘法计数原理:完成一件事需要两个步骤,做第1步有m种不同的方法,做第2步有n种不同的方法,那么完成这件事共有________种不同的方法.

答案 1. $N=m+n$ 2. $N=m\times n$

课堂合作探究

知识点一 分类加法计数原理

情景激疑

某班共有男生28名、女生20名,从该班选出学生代表参加校学代会.若学校分配给该班1名代表,有多少种不同的选法?

知识点归纳

分类加法计数原理:完成一件事有两类不同方案,在第1类方案中有m种不同的方法,在第2类方案中有n种不同方法.那么完成这件事共有$N=m+n$种不同的方法.

典例剖析

【例1】 一个包内有7本不同的小说书,另一个包内有5本不同的教科书,从两个包内任取一本书的取法有 ( )

A. 7种 B. 5种 C. 12种 D. 35种

解析 从两个包内任取一本书,完成这件事情有两类办法.第一类办法是从有小说书的包内任取一本;第二类办法是从有教科书的包内任取一本.因此,我们应利用分类加法计数原理求解.

(1)从有7本不同小说书的包内任取一本的取法有7种;(2)从有5本不同教科书的包内任取一本的取法有5种.于是,根据分类加法计数原理可知:从两个包内任取一本书的取法有$N=7+5=12$种.

答案 C

方法规律 本题是用分类加法计数原理解答的,分类时,首先要根据问题的特点确定一个适合于它的分类标准,然后在这个标准下分类;其次分类时要注意满足一个基本要求:完成这件事的任何一种方法必须属于某一类,并且分别属于不同两类的两种方法是不同的方法.只有满足这些条件,才可以用分类加法计数原理.

【变式训练1】 书架上层放着6本不同的数学书,下层放着5本不同的语文书,从中任取一本,有多少种不同的取法?

答案 完成这件事是取一本书,那么有两类方法,第一类从上层取数学书有6种方法;第二类从下层取语文书有5种方法.

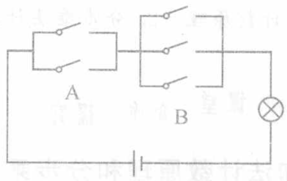
由分类加法计数原理 $6+5=11$.

所以,从书架上任取一本书,有11种不同取法.

知识点二 分步乘法计数原理

情景激疑

在下面图中,使电路接通的不同方法各有多少种?



知识点归纳

分步乘法计数原理:完成一件事需要两个步骤,做第1步有m种不同的方法,做第2步有n种不同的方法,那么完成这件事共有$N=m\times n$种不同的方法.

典例剖析

【例2】 从集合$\{1,2,3,\cdots,10\}$中,选出由5个数组成的子集,使得这5个数中的任何两个数的和不等于11,这样的子集共有多少个?

解析 根据子集的定义分析,把握任意两个数的和不等于11,可以先寻找和等于11的情况,再根据子集的思想分析解决.

答案 和为11的数共有5组:1与10,2与9,3与8,4与7,5与6,子集中的元素不能取自同一组中的两数,即子集中的元素取自5个组中的一个数,而每个数的取法有2种,所以子集的个数为$N=2\times2\times2\times2\times2=2^5=32$.

点评 解本题的关键是找出和为11的5组数,然后再用分步乘法计数原理.

【变式训练2】 某城市在中心广场建造一个花圃,花圃分为6个部分(如下图),现要栽种4种不同颜色的花,每部分栽种一种且相邻部分不能栽种同样颜色的花,不同的栽种方法有________种.(以数字作答)

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com