

回报 500万 学子



北京方向思维基础教育教学研究中心成果

高中数学

教材知识详解

必修1

北师大版

【总主编】刘增利

章节详解 + 课后解答 + 学科综合 + 思路导航

集教学精髓与课程资源之大成



北京出版社出版集团
BEIJING PUBLISHING HOUSE (GROUP)



北京教育出版社
BEIJING EDUCATION PUBLISHING HOUSE



一网打尽系列

教材知识 详解

高中数学 必修①

北师大版

总 主 编 刘增利
学科主编 杨文彬
本册主编 薛忠政
编 者 薛忠政 林 原



北京出版社出版集团
BEIJING PUBLISHING HOUSE(GROUP)



北京教育出版社
BEIJING EDUCATION PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

教材知识详解: 北师大版. 高中数学. 1: 必修 / 刘增利主编. —北京: 北京教育出版社, 2008. 6
ISBN 978-7-5303-6562-5

I. 教… II. 刘… III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 086026 号

一册图书 十分爱心

一场突如其来的地震, 瞬间夺去数万人的生命, 多少如花的生命还没有从书本中回过神来, 就被死神剥夺了生的权力。此时, 天地为之哭泣!

目睹废墟中那一册册散乱的书本, 我们在热泪盈眶的同时, 更行动起来, 尽己之力, 伸出援助之手, 决不迟疑!

万向思维在捐款捐物之外, 特推出“一册图书 十分爱心”的爱心捐助活动: 只要将你所购买任一册万向思维图书的版权页寄回, 我们就将向灾区人民捐献一毛钱。积小流而成江海, 只要我们众志成城, 抗震救灾, 这十分的爱心定能帮助灾区的孩子们早日摆脱地震的阴影, 重返崭新、明朗、坚实的教室, 圆梦!

通信地址: 北京市海淀区王庄路 1 号清华同方科技广场 B 座 11 层万向思维(邮编 100083)。

最新“万向思维金点子”奖学金获奖名单(2008 年 1 月 10 日)

“创意之星”一等奖

杜舒(黑龙江肇东) 周佑海(陕西安康)

“创意之星”二等奖

薛明(安徽宿州) 王辉仁(湖南衡阳) 花宇(广西北海) 彭明松(湖南洞口)
罗小波(四川江油) 宗大城(吉林辽源) 钟智全(湖北天门) 刘欢(河南内黄)
慕绪兵(甘肃镇原) 杨静茹(陕西宝鸡) 陈博(湖北黄石) 蒲艳秋(广西南宁)
熊睿(江西丰城) 庾蓉(四川遂宁)

纠错王

胡佳高(湖北孝感) 余剑波(安徽黄山) 董红(新疆吐鲁番)
王威风(广东化州) 王振鹏(吉林通化)

中华人民共和国北京市海诚公证处

公证员

刘文瑾

二〇〇八年一月十九日



教材知识详解
JIAO CAI ZHI SHI XIANG JIE

[高中数学必修① 北师大版]

策划设计 北京万向思维基础教育教学研究中心数学教研组
总主编 刘增利
学科主编 杨文彬
本册主编 薛忠政
责任编辑 贾歌 王海燕 孟红
责任审读 林原
责任校对 聂欢欢
责任录排 杨阳
封面设计 魏晋
版式设计 廉赢

出版 北京出版社出版集团
北京教育出版社
发行 北京出版社出版集团
印刷 陕西思维印务有限公司
各地书店
开本 890×1240 1/32
印张 10.5
字数 294千字
版次 2008年6月第1版
次 2008年6月第1次印刷
书号 ISBN 978-7-5303-6562-5/G·6481
定价 15.80元

版权所有 翻印必究

教材知识详解

本书特点

《数学教材知识详解》以《高中课程标准》的理念为编写指导思想,运用现代教育学和心理学的最新研究成果,全面详细地对教材进行深层次的解读。

章节准备

先通过生动有趣的情景激发学生学习的兴趣,接着分析了本章的主要内容、重点、难点以及本章在整个知识体系中的地位,并列出了本章在知识与技能等方面所要达到的目标。最后介绍了学习本章所要用的具体的学习方法。

基础知识达标版

首先介绍学习本节需要掌握的相关知识,接着分析、讲解本节各知识点,并举出经典例题进行分析。最后列举学习本节知识易犯的错误,并列举例题对出错原因进行分析。此版块着眼于帮助学生夯实基础,掌握基本解题方法。

发散创新应用版

将本节拔高例题分为综合题、应用题、创新题、高考题。旨在帮助学生提高分析问题和解决问题的能力,培养创新意识和实践能力,熟悉高考题型,为未来高考打下坚实的基础。

◆第一章 集合◆

第一章 集合

知识的大树源于普通的常识,数学是系统化的常识。

——弗赖登塔尔

A 章节准备

一、兴趣情景导引

罗素悖论

一天,萨维尔村理发师挂出了一块招牌,上面写着“村里所有不给自己理发的男

二、本章内容分析

集合的初步知识是高中数学的基础和工具,也是近代数学最基本的概念之一。应

三、学习方法点拨

1. 在学习中,应突出集合运算,但解答集合问题,要正确理解集合的有关概念。对

B 章节详解

1.1 集合的含义与表示

I 知识技能达标版

| | |
|------|------------|
| 学习目标 | 1. 了解集合的含义 |
|------|------------|

一、相关知识链接

在小学和初中数学的学习中,已经接触到的集合:在代数中有整数的集合,有理

二、教材知识详解

【知识点1】集合的概念

三、经典基础例题

【例1】下列各组对象:

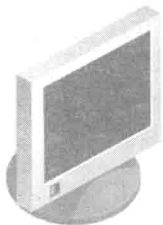
四、思维误区点击

本节常见的思维误区是:(1)在求集合时容易忽略元素的互异性;(2)不能正确

II 发散创新应用版

一、基本能力题

【例1】用列举法表示下列集合:



④ 应试必备满分版

针对本节内容设计难易不同的两套题，A 卷让你强化巩固本节基础知识，及时查漏补缺。B 卷分为综合题、应用题、创新题、高考题、附加题，让你演练最新题型，提升解题能力。

◆ 高中数学必修① 北师大版 ◆

二、综合运用题

【例 4】关于 x 的方程 $ax + b = 0$ ，当 a, b 满足什么条件时，解集为有限集？当 a, b

三、高考经典题

【例 6】(2007 · 江西)若集合 $M = \{0, 1, 2\}$, $N = \{(x, y) | x - 2y + 1 \geq 0, \text{且 } x - 2y -$

四、课标创新题

【例 7】(新定义题) n 是正整数，若不超过 n 的正整数中质数的个数与合数的个

III 应试必备满分版

(⊙ 100 分钟 ✓ 100 分)

A 卷 知识技能巩固

一、选择题(每小题 4 分,共 24 分)

1. 已知集合 $M = \{x | x \leq 2\sqrt{3}\}$, $a = 2\sqrt{3}$, 则下列关系中正确的是().

B 卷 思维能力提升

一、综合题(14 分)

1. 数集 A 满足:若 $a \in A$, 且 $a \neq 1$, 则 $\frac{1}{1-a} \in A$.

C 本章总结

一、知识网络回顾

二、重点专题讲解

专题一 正确理解、运用集合概念解题

三、综合方法指导

(一) 数形结合思想

(二) 分类讨论思想

四、自主探究地带

(一) 探究学习课题

(二) 漫游数学世界

D 本章验收

本章检测题

(⊙ 120 分钟 ✓ 150 分)

一、选择题(每小题 5 分,共 60 分)

1. 已知非空集合 P, Q, M 满足 $P \cup Q = Q, Q \cap M = Q$, 则 P, M 的关系是().

A. $P = M$ B. $P \subset M$ C. $M \subset P$ D. $P \supset M$

④ 本章总结

包括本章知识网络、本章专题讲解、综合例题指导、探究学习课题、自主空间 5 个栏目。它帮你梳理本章知识，突破重点专题，归纳总结解题方法，培养探究学习能力。

④ 本章验收

“本章检测题”完全按照高考题型、题量对本章所学知识进行测试，让你及时了解学习效果，熟悉高考题型和题量。

“本章自我评价”体现新课标评价主体多元化的理念，让学生通过自我评价总结学到的数学知识与数学思想方法。



万向思维·万卷真情

21省市自治区 重点中学骨干教师·省级市级教研员 大联手

语文

高石曾 高乃明 周京昱 郭铁良 吕立人 夏 宇 闫存林 雷其坤 李永茂 穆 昭 马大为 郭家海
周忠厚 李锦航 曹国锋 周玉辉 李祥义 吴朝阳 李宏杰 杜晓蓉 张丽萍 蒋 洞 刘月波 仲玉江
苏 勤 白晓亮 罗勤芳 朱 冰 连中国 张 洋 郑伯安 李 娜 崔 萍 宋君贤 王玉河 朱传世
张春青 邢冬方 胡明珠 徐 波 韩伟民 王迎利 乔书振 潘晓娟 张连娣 杨 丽 宋秀英 王淑宁
李淑贤 王 兰 孙汉一 陈爽月 黄占林 赵宝桂 常 霞 张彩虹 刘晓静 赵艳玲 马杰杰 史玉涛
王玉华 王艳波 王宏伟 辛加伟 宋妍妍 刘 明 赵页珊 张德颖 王良杰 韩志新 柳 莉 宫守君

数学

张 鹤 郭根秋 程 霞 郭翠敏 刘丽霞 王 燕 李秀丽 张贵君 许玉敏 沈 飞 马会敏 张君华
剧荣卿 张 诚 石罗栓 李云雪 崔军平 翟素雪 岳涛涛 张巧珍 郭雪翠 张秀芳 岳胜兰 贾玉娟
程秀菊 何中义 邢玉申 成丽君 秦莉莉 藉青刚 郭树林 庞秀兰 马丽红 鲍 静 王继增 孙玉章
刘向伟 韩尚庆 邢 军 张 云 毛玉忠 胡传新 石 蓉 王 伟 刘春艳 王健敏 王拥军 宋美贞
宿守军 王永明 孙向党 吕晓华 樊艳慧 赵小红 于宏伟 冯瑞先 刘志风 耿宝柱 李晓洁 李志华
赵凤江 薛忠政 杨 贺 张艳霞 杨 升 赵小微 耿文灵 柴珍珠 杜建明 钱万山 曹 荣 刘军红
瞿关生 高广梅 吴艳学 秦修东 韩宗宝 陈少波 苗汝东 张茂合 张 松 倪立兵 黄有平 钟 政
孟祥忠 周长彦 韩明玉 陈德旭 杨文学 卢永平 何继斌 杜 震

英语

黄玉芳 李星辰 张 卓 马玉珍 张莉萍 刘 欣 李留建 陈秀芳 马三红 应 劼 郭玉芬 阚 晶
赵铁英 王开宇 衣丹彤 李海霞 韩 梅 谢凤兰 孙延河 全晓英 车金贵 陈敬华 马秀萍 肖秀萍
曹伟星 刘锦秀 居春芹 周 莉 李晓燕 赵志敏 刘英杰 麻金钟 孔 平 李 霞

物理

陈立华 李隆顺 金文力 王树明 孙嘉平 林萃华 谭宇清 戚世强 张京文 汪维诚 郑合群 赵 炜
成德中 张鉴之 吴蔚文 康旭生 彭怡平 童德欢 靳文涛 赵大梅 张东华 周玉平 赵书斌 王湘辉
王春艳 张淑巧 许康进 宋 伟 王军丽 张连生 于晓东 欧阳自火

化学

吴海君 李 海 郭熙婧 曹 艳 赵玉静 李东红 蒋 艳 代明芳 孙忠岩 荆立峰 杨永峰 王艳秋
王永权 于占清 刘 威 姜 君 唐 微 史丽武 常如正 顾俊英 李玉英 刘松伟 班文岭 谢 虹
魏新华 魏 安 马京莉 孙 京 刘金方 周志刚 张广旭 张秀杰

生物

徐佳姝 邹立新 苑德君 刘正旺 赵京秋 刘 峰 孙 岩 李 萍 王 新 周 梅

政治

徐兆泰 傅清秀 罗 霞 舒嘉文 沈义明 李克峰 张银线 靳 荣 葛本红 陈立华 崔虹艳 帅 刚
张国湘 秦晓明 李 季 朱 勇 陈昌盛 沈洪满

历史

谢国平 张斌平 郭文英 张 鹰 李文胜 张 丹 刘 艳 杨同军 董 岩 姜玉贵

地理

李 军 孙道宝 王忠宽 刘文宝 王 静 孙淑范 高春梅 屈国权 刘元章 陶 珺 孟胜修 丁伯敏
高 枫 卢奉琦 史纪春 魏迎春 李 薇

万向思维学术委员会



北京

王大绩 语文特级教师

- 北京市陈经纶中学(原单位)
- 享受国务院特殊津贴专家、北京市语文教学研究会常务理事

北京

徐兆泰 政治特级教师

- 北京市教育科学研究院(原单位)
- 曾为11年全国高考命题人

北京

孟广恒 历史特级教师

- 北京市教育科学研究院(原单位)
- 全国历史教学专业委员会常务理事、北京市历史教学研究会会长

河北

潘鸿章 教授

- 河北师范大学化学系(原单位)
- 享受国务院特殊津贴专家、全国化学教学专业委员会常务理事

山西

田秀忠 语文高级教师

- 山西省太原市杏花实验中学
- 语文本体教学改革研究中心理事、全国中语会优秀教师

山西

高培英 地理特级教师

- 山西省教科所(原单位)
- 山西省地理教学专业委员会理事长

辽宁

林淑芬 化学高级教师

- 辽宁思维学会考试研究中心(原单位)
- 中国教育学会考试专业委员会常委、辽宁省招生考试办公室顾问

吉林

毛正文 副教授

- 吉林省教育学院(原单位)
- 全国化学教学专业委员会理事、吉林省中学化学专业委员会副理事长

黑龙江

朱靖 副研究员

- 黑龙江省教育学院
- 黑龙江省中学化学教学专业委员会秘书长

江苏

曹惠玲 生物高级教师

- 江苏省教研室(原单位)
- 全国生物学教学专业委员会常务理事



浙江

金鹏 物理特级教师

- 浙江省杭州市教育局教研室
- 浙江省物理学会中学教学委员会主任、浙江省天文学会副理事长

浙江

施储 数学高级教师

- 浙江省杭州市教育局教研室
- 浙江省中学数学分会副会长

安徽

章潼生 语文高级教师

- 安徽省合肥市教育局教研室
- 安徽省中学语文教学专业委员会副秘书长

安徽

邢凌初 英语特级教师

- 安徽省合肥市教育局教研室
- 安徽省外语教学研究会理事长

福建

李松华 化学高级教师

- 福建省教育厅普教教研室(原单位)
- 全国化学教学专业委员会理事、福建省化学教学专业委员会副理事长兼秘书长

河南

陈达仁 语文高级教师

- 河南省基础教育教研室(原单位)
- 河南省中学语文教材审定委员会委员、中语会理事

湖北

胡明道 语文特级教师

- 湖北省武汉市第六中学
- 全国中学语文教育改革课题专家指导委员会主任委员、湖北省中学语文专业委员会学术委员

湖北

夏正威 化学特级教师

- 湖北省教学研究室
- 全国化学教学专业委员会常务理事、湖北省中小学教材审定委员会委员

湖南

杨慧仙 化学高级教师

- 湖南省教科院(原单位)
- 全国化学教学专业委员会常务理事、湖南省中学化学教学研究学会理事长

新疆

王光曾 化学高级教师

- 乌鲁木齐市教研中心(原单位)
- 新疆中学化学教学专业委员会常务理事、乌鲁木齐市化学学会秘书长



广东

吴毓全 英语特级教师

- 广东省英语教材编写组
- 《英语初级教程》主编

广西

彭运锋 副研究员

- 广西教育学院
- 广西省中学化学教学专业委员会副理事长、会考办副主任、中小学教材审查委员

重庆

郑中和 英语高级教师

- 重庆市教科院
- 全国基础教育研究中心特聘研究员、重庆市外语教学研究会学术委员会主任

四川

汪永琪 化学特级教师

- 四川省教科所(原单位)
- 四川省化学教学专业委员会副理事长兼秘书长

贵州

龙纪文 副研究员

- 贵州省教科所
- 全国中学语文教学专业委员会理事、贵州省中学语文教学专业委员会副理事长

贵州

申董行 政治特级教师

- 贵州省教科所(原单位)
- 教育部组织编写的七省市政治课实验教材贵州版主编

云南

李正溢 政治特级教师

- 云南省昆明教育学院(原单位)
- 云南省教育厅师范处全省中小学教师校本培训项目专家

陕西

张载锡 物理特级教师

- 陕西省教科所(原单位)
- 全国物理教学专业委员会会员、陕西省物理学会会员

甘肃

白春永 物理特级教师

- 甘肃省兰州第一中学(原单位)
- 甘肃省教育学会副会长、甘肃省物理教学专业委员会副理事长

甘肃

周雪 物理高级教师

- 甘肃省教科所
- 中国物理学会理事、甘肃省物理学会常务理事

● 你的专家朋友

请与他们联系，专家邮箱：zhuanjia@wxsw.cn

王建民 数学特级教师



原单位：中关村中学
为中国数学奥林匹克高级教练。曾任北京市海淀区人民代表大会代表。多次在中央人民广播电台、中央电视台、中国教育电视台等作高考辅导讲座；每年应邀到全国各地讲学。

王建民

骆传枢 数学特级教师



所属单位：河南省基础教育教研室
担任河南省中学数学教学专业委员会常务副理事长暨河南省课改专家组成员，河南省中学数学竞赛委员会副主任、常务理事。

骆传枢

刘志国 数学特级教师



原单位：四川省教科所
担任全国中学数学教学专业委员会学术委员，四川省中学数学教学专业委员会理事长。

刘志国

李开珂 数学高级教师



所属单位：重庆市教科院
重庆市数学会理事，重庆市中小学生数学竞赛委员会办公室主任。

李开珂

韩际清 数学高级教师



所属单位：山东省教研室
担任山东师范大学数学学院教育硕士研究生导师，省教育学会中学数学教学研究专业委员会理事、学术委员，山东省数学学会秘书长。

韩际清

周华辅 数学高级教师



所属单位：湖南省教科院
曾任湖南省教育学会中学数学教学研究会理事长；中国教育学会中学数学教学专业委员会理事，连续13年主持湖南省初、高中数学毕业会考的命题工作；担任湖南省“教育测量与考试改革研究”课题组组长。

周华辅

朱溟生 数学特级教师



原单位：北京市丰台区数学教研室
现为《北京市义务教育课程改革实验教材》编写组成员；曾参与“迎春杯数学竞赛”等试卷的命题工作。

朱溟生

晋泉增 数学特级教师



原单位：北京市海淀区教师进修学校数学教研室
担任北京市21世纪教材数学学科编写委员会委员、执行编委。

晋泉增

你的状元朋友

请与他们联系，状元邮箱：zhuangyuan@wxsw.cn



谢尼 2005年陕西文科状元

北京大学光华管理学院2005级
星座：白羊座
个人爱好：音乐（声乐）、电影、读书
光荣的荆棘路：电子琴过八级
状元诀：人的全部本领无非是耐心和时间的混合物。



程相源 2005年黑龙江理科状元

北京大学光华管理学院2005级
星座：天秤座
个人爱好：阅读、音乐、绘画、羽毛球
光荣的荆棘路：全国中学生英语能力竞赛一等奖
状元诀：超越自我，挑战极限。



林小杰 2005年山东文科状元

北京大学光华管理学院2005级
星座：水瓶座
个人爱好：足球、篮球
光荣的荆棘路：山东省优秀学生干部
状元诀：把简单的事做好。



孙田宇 2005年吉林文科状元

北京大学光华管理学院2005级
星座：水瓶座
个人爱好：读书、上网、看漫画
光荣的荆棘路：全国中学生英语能力竞赛一等奖
状元诀：细节决定成败，认真对待每一天。



林巧璐 2005年港澳台联考状元

北京大学光华管理学院2005级
星座：巨蟹座
个人爱好：健身（yoga）、钢琴
状元诀：踏实+坚持



傅必振 2005年江西理科状元

清华大学电子工程系2005级
星座：巨蟹座
个人爱好：足球、音乐
光荣的荆棘路：全国中学生英语能力竞赛三等奖
状元诀：保持平静的心态，在题海中保持清醒的头脑，不忘总结走过的路。



任飞 2005年黑龙江文科状元

北京大学光华管理学院2005级
星座：天秤座
个人爱好：读书、看电视、散步
状元诀：书山有路勤为径，然而勤奋不在于一天学习多长时间，而在于一小时学了多久。



吴倩 2005年云南文科状元

北京大学光华管理学院2005级
星座：处女座
个人爱好：电影、旅游
状元诀：悟性+方法+习惯=成功



冯文婷 2005年海南文科状元

北京大学光华管理学院2005级
星座：水瓶座
个人爱好：运动、看NBA、跳舞、听歌
光荣的荆棘路：英语奥赛海南赛区一等奖和数学联赛一等奖
状元诀：有独立的思想，要明白自己向哪里走，该怎么走。



朱仁杰 2003年上海免试录取生

清华大学机械工程系2003级
星座：水瓶座
个人爱好：各种体育运动
光荣的荆棘路：全国高中物理竞赛一等奖，北京市大学生物理竞赛特等奖，全国高中数学竞赛二等奖；系科协研发部长
状元诀：良好的心理，出众的发挥。

总主编寄语

一网打尽

既给鱼又给渔

猫妈妈养了两只小猫，她给了一只小猫一条大鱼，却教给另一只小猫捕鱼的方法。几天之后，得到大鱼的小猫吃完了鱼，饿得喵喵直叫；学会捕鱼的小猫却得到了一条又一条的鱼。

知识不仅是我们的前进的力量，也是我们借以飞得更高的羽翼，这，已经毋庸置疑。在当今信息、经济高速发展的社会里，要实现我们的人生理想与价值，就要毫不犹豫地借助知识的力量。然而，知识，这太过宽泛的概念，有时会让我们觉得无所适从。所以，当务之急，我们就要学习如何去建立一个随着时代进步而不断演进的知识体系，以使我们在这样一个竞争激烈的社会里，很好地“生存”。

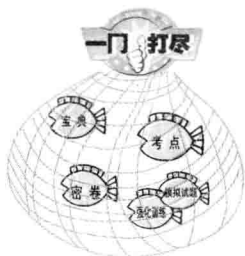
也许，你会觉得自己已经是一个文化人，但是，随着社会的进步，如今的文盲已经不是目不识丁的代名词，而是指没有学会如何学习的人。那么，现在你作何感想呢？在大家所处的中学阶段，对于基础课语数外，你轻松掌握学习它们的方法了吗？尤其是为各个领域、各门学科的发展提供基础性工具的数学。

然而，对此在学生中间进行的调查结果却不容乐观，数学竟被认为是最枯燥、最难学、最讨厌的学科！为什么在华罗庚心目中“化工之巧，地球之变，日用之繁，无处不用”的数学，竟会变得如此面孔生硬、“高深莫测”呢？学者对此进行了深入的探索和研究，认为之所以如此，是因为现今的数学教学脱离了生活实际。于是，“人人学有价值的数学，人人学有用的数学，将源于生活的数学寓于生活、用于生活”变成了新课程标准强调的重点。

为此，跻身教辅前列的年轻创新团队——万向思维推出了一套“宁精勿杂，宁专勿多”的教辅书——《教材知识详解》。本书力求从学生熟悉的生活情景出发，选择学生感兴趣的事物，提出有关的学习问题，以此来激发学生学习的兴趣；同时，本着夯实数学基础的目的，全面系统地剖析讲解教材中的数学知识，精选例题和相关测试题，力图让学生轻轻松松学好数学。此外，本书还特设了发散思维能力训练和自主探究地带，提供相关探究性问题和大量的知识资料，以此来提高学生的发散、创新、应用等能力，使学生的数学修养得到真正的提高！

同学们，所谓“青年者，人生之王，人生之春，人生之华也”，正值风华正茂的你们，应借助知识的力量，充分应用所学，让青春的美、青春的内涵在它最美的时候展现出最独特的魅力！

万向思维愿每一位读者在求学的旅程中乘风破浪，都能拥有远大的前程，光明的未来！



刘增利

2008年元月

于清华大学

CONTENTS 目录

第一章 集合

A——章节准备

- 一、兴趣情景导引 (1)
- 二、本章内容分析 (1)
- 三、学习方法点拨 (1)

B——章节详解

§1 集合的含义与表示

- I 知识技能达标版 (2)
- II 发散应用创新版 (6)
- III 应试必备满分版 (9)
 - A 卷 知识技能巩固 (9)
 - B 卷 思维能力提升 (10)
- 参考答案及点拨 (11)

§2 集合的基本关系

- I 知识技能达标版 (13)
- II 发散应用创新版 (17)
- III 应试必备满分版 (20)
 - A 卷 知识技能巩固 (20)
 - B 卷 思维能力提升 (21)
- 参考答案及点拨 (21)

§3 集合的基本运算

3.1 交集与并集

- I 知识技能达标版 (24)
- II 发散应用创新版 (27)
- III 应试必备满分版 (29)
 - A 卷 知识技能巩固 (29)

- B 卷 思维能力提升 (30)
- 参考答案及点拨 (31)

3.2 全集与补集

- I 知识技能达标版 (34)
- II 发散应用创新版 (37)
- III 应试必备满分版 (39)
 - A 卷 知识技能巩固 (39)
 - B 卷 思维能力提升 (40)
- 参考答案及点拨 (41)

C——本章总结

- 一、知识网络回顾 (43)
- 二、重点专题讲解 (44)
- 三、综合方法指导 (45)
- 四、自主探究地带 (47)

D——本章验收

- 本章检测题 (48)
- 参考答案及点拨 (50)

第二章 函数

A——章节准备

- 一、兴趣情景导引 (54)
- 二、本章内容分析 (54)
- 三、学习方法点拨 (54)

B——章节详解

§1 生活中的变量关系

- I 知识技能达标版 (55)
- II 发散应用创新版 (57)
- III 应试必备满分版 (59)

CONTENTS 目录

| | | | |
|---------------------|------|----------------------|-------|
| A 卷 知识技能巩固 | (59) | II 发散应用创新版 | (103) |
| B 卷 思维能力提升 | (60) | III 应试必备满分版 | (106) |
| 参考答案及点拨 | (60) | A 卷 知识技能巩固 | (106) |
| | | B 卷 思维能力提升 | (107) |
| | | 参考答案及点拨 | (108) |
| §2 对函数的进一步认识 | | | |
| 2.1 函数概念 | | | |
| I 知识技能达标版 | (61) | | |
| II 发散应用创新版 | (65) | | |
| III 应试必备满分版 | (68) | | |
| A 卷 知识技能巩固 | (68) | | |
| B 卷 思维能力提升 | (69) | | |
| 参考答案及点拨 | (70) | | |
| 2.2 函数的表示法 | | | |
| I 知识技能达标版 | (73) | | |
| II 发散应用创新版 | (77) | | |
| III 应试必备满分版 | (81) | | |
| A 卷 知识技能巩固 | (81) | | |
| B 卷 思维能力提升 | (82) | | |
| 参考答案及点拨 | (83) | | |
| 2.3 映射 | | | |
| I 知识技能达标版 | (87) | | |
| II 发散应用创新版 | (91) | | |
| III 应试必备满分版 | (94) | | |
| A 卷 知识技能巩固 | (94) | | |
| B 卷 思维能力提升 | (95) | | |
| 参考答案及点拨 | (96) | | |
| §3 函数的单调性 | | | |
| I 知识技能达标版 | (99) | | |
| | | II 发散应用创新版 | (103) |
| | | III 应试必备满分版 | (106) |
| | | A 卷 知识技能巩固 | (106) |
| | | B 卷 思维能力提升 | (107) |
| | | 参考答案及点拨 | (108) |
| | | §4 二次函数性质的再研究 | |
| | | 4.1 二次函数的图像 | |
| | | I 知识技能达标版 | (112) |
| | | II 发散应用创新版 | (115) |
| | | III 应试必备满分版 | (119) |
| | | A 卷 知识技能巩固 | (119) |
| | | B 卷 思维能力提升 | (120) |
| | | 参考答案及点拨 | (121) |
| | | 4.2 二次函数的性质 | |
| | | I 知识技能达标版 | (124) |
| | | II 发散应用创新版 | (128) |
| | | III 应试必备满分版 | (132) |
| | | A 卷 知识技能巩固 | (132) |
| | | B 卷 思维能力提升 | (133) |
| | | 参考答案及点拨 | (134) |
| | | §5 简单的幂函数 | |
| | | I 知识技能达标版 | (137) |
| | | II 发散应用创新版 | (142) |
| | | III 应试必备满分版 | (145) |
| | | A 卷 知识技能巩固 | (145) |
| | | B 卷 思维能力提升 | (146) |
| | | 参考答案及点拨 | (147) |

CONTENTS 目录

| | |
|-------------------|-------|
| III 应试必备满分版 | (220) |
| A 卷 知识技能巩固 | (220) |
| B 卷 思维能力提升 | (221) |
| 参考答案及点拨 | (222) |

§5 对数函数

| | |
|-------------------|-------|
| I 知识技能达标版 | (224) |
| II 发散应用创新版 | (229) |
| III 应试必备满分版 | (232) |
| A 卷 知识技能巩固 | (232) |
| B 卷 思维能力提升 | (234) |
| 参考答案及点拨 | (234) |

§6 指数函数、幂函数、对数函数增长的比较

| | |
|-------------------|-------|
| I 知识技能达标版 | (238) |
| II 发散应用创新版 | (240) |
| III 应试必备满分版 | (244) |
| A 卷 知识技能巩固 | (244) |
| B 卷 思维能力提升 | (245) |
| 参考答案及点拨 | (246) |

C——本章总结

| | |
|----------------|-------|
| 一、知识网络回顾 | (248) |
| 二、重点专题讲解 | (248) |
| 三、综合方法指导 | (251) |
| 四、自主探究地带 | (252) |

D——本章验收

| | |
|---------------|-------|
| 本章检测题 | (255) |
| 参考答案及点拨 | (257) |

第四章 函数应用

A——章节准备

| | |
|----------------|-------|
| 一、兴趣情景导引 | (261) |
|----------------|-------|

| | |
|----------------|-------|
| 二、本章内容分析 | (261) |
| 三、学习方法点拨 | (261) |

B——章节详解

§1 函数与方程

| | |
|-------------------|-------|
| I 知识技能达标版 | (262) |
| II 发散应用创新版 | (266) |
| III 应试必备满分版 | (269) |
| A 卷 知识技能巩固 | (269) |
| B 卷 思维能力提升 | (270) |
| 参考答案及点拨 | (271) |

§2 实际问题的函数建模

| | |
|-------------------|-------|
| I 知识技能达标版 | (277) |
| II 发散应用创新版 | (282) |
| III 应试必备满分版 | (286) |
| A 卷 知识技能巩固 | (286) |
| B 卷 思维能力提升 | (288) |
| 参考答案及点拨 | (289) |

C——本章总结

| | |
|----------------|-------|
| 一、知识网络回顾 | (292) |
| 二、重点专题讲解 | (293) |
| 三、综合方法指导 | (295) |
| 四、自主探究地带 | (298) |

D——本章验收

| | |
|----------------|-------|
| 本章检测题 | (300) |
| 参考答案及点拨 | (303) |
| 学段测试 | (307) |
| 参考答案及点拨 | (309) |
| 课本习题参考答案 | (311) |

第一章 集 合

在数学的领域中,提出问题比解决问题更为重要.

——康托

(德国 集合论的创立者)

A 章节准备

一、兴趣情景导引

罗素悖论

一天,萨维尔村理发师挂出了一块招牌,上面写着“村里所有不给自己理发的男人都由我给他们理发,我也只给这些人理发.”于是有人问他:“您的头发由谁理呢?”理发师顿时哑口无言.

因为,如果他给自己理发,那么他就属于自己给自己理发的那类人.但是,招牌上说明他不给这类人理发,因此他不能自己给自己理发.如果由另外一个人给他理发,他就是不给自己理发的人,而招牌上明明说他要给所有不给自己理发的男人理发,因此,他应该自己理.由此可见,不管作怎样的推论,理发师所说的话总是自相矛盾的.

这是一个著名的悖论,称为“罗素悖论”.这是由英国哲学家罗素提出来的,他把关于集合论的一个著名悖论用这个故事通俗地表述出来.

此后,为了克服这个悖论,数学家们做了大量研究工作,由此产生了大量新成果,完善了集合论的相关理论,也带来了数学观念的革命.

二、本章内容分析

集合的初步知识是高中数学的基础和工具,也是近代数学最基本的概念之一.应用集合的语言、符号、思想来表达数学的基本概念和处理数学问题,有助于深刻理解事物之间的关系和数学的抽象特征.

本章的重点是:集合基本概念:集合、全集、子集、交集、补集、并集,及其表示方法,集合的思想、术语、符号、表示法、运算等;难点是有关集合概念的含义以及这些概念相互之间的区别与联系.

三、学习方法点拨

1. 在学习中,应突出集合运算.解答集合问题,要正确理解集合的有关概念.对于用描述法给出的集合 $\{x|x \in p\}$,要紧紧抓住竖线前面的代表元素 x 以及它所具有的性质 p .
2. 熟练掌握集合的图形表示(即 Venn 图),数轴表示等基本方法.树立“画图意识”或“数形结合意识”.
3. 明确集合元素的确定性、互异性和无序性,并注意这些性质在解题中的应用.

§1 集合的含义与表示

I 知识技能达标版

| | |
|------|---------------------------|
| 学习目标 | 1. 了解集合的含义. |
| | 2. 准确理解集合的表示方法,并能正确地表示集合. |
| | 3. 理解集合中元素的三个性质. |
| | 4. 熟记常见数集的表示方法. |

一、相关知识链接

在小学和初中数学的学习中,我们已经接触到的集合:在代数中有整数的集合,有理数的集合等数集,一元一次不等式与一元一次不等式组的解集;在几何中有直线、圆等点的集合.

二、教材知识详解

【知识点1】集合的概念

指定的某些对象的全体称为集合.集合常用大写字母 A, B, C, D, \dots 标记.集合中的每个对象叫作这个集合的元素,常用小写字母 a, b, c, d, \dots 标记.

剖析: (1) 构成集合的对象必须是“确定”的,“确定”是指构成集合的对象具有非常明确的特征,不能模棱两可.比如:“好人”、“胖子”、“较大的数”等不能构成集合,而“大学生”、“地球的四大洋”等则可以构成一个集合.

(2) 集合的元素可以是一些数、一些点、一些图形、一些整式、一些物体、一些函数等等.

【知识点2】集合中元素的特性

(1) 确定性:集合中的元素必须是确定的,对于任何一个对象都能明确判断出它是或者不是某个集合的元素.

(2) 互异性:集合中任意两个元素都是不相同的,也就是说同一个元素在集合中不能重复出现.

(3) 无序性:集合与组成它的元素顺序无关.如集合 $\{a, b, c\}$ 与集合 $\{c, a, b\}$ 及 $\{c, b, a\}$ 都是同一集合.

剖析: (1) 给定一个集合,任何一个对象是不是这个集合的元素就确定了,若 a 在集合 A 中,就说 a 属于集合 A ,记作 $a \in A$;若 a 不在集合 A 中,就说 a 不属于集合 A ,记作 $a \notin A$.

(2) 任何一个对象与一个给定的集合之间的关系只有“属于”或“不属于”两种,二者必居其一.

【例】写出方程 $(x+1)^2(x-1)=0$ 的解构成的集合.

分析:方程 $(x+1)^2(x-1)=0$ 的解有 $x_1=x_2=-1, x_3=1$,共3个.由集合元素互异性,可知其解集中只有 $-1, 1$ 两个元素,且顺序可以互换.

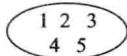
解:方程的解集为 $\{-1, 1\}$ (或 $\{1, -1\}$).

【知识点3】集合的表示方法

(1) 列举法:将集合中的元素一一列举出来,写在大括号内表示集合.如方程 $x^2-1=0$ 的解集可以表示为 $\{-1, 1\}$.

(2) 描述法:把集合中的元素的公共属性描述出来,写在大括号内表示集合,一般形式是 $\{x|x \text{ 适合的条件 } p\}$,其中 x 为集合中的元素.如:方程 $x^2-1=0$ 的解集也可以表示为 $\{x|x^2-1=0\}$.

(3) 图示法:为了形象表示集合,我们常常画一条封闭的曲线,用它的内部来表示一个集合.例如图1-1-1表示集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.



剖析:(1)在用描述法表示集合时,要注意以下几点:①写明该集合的代表元素(有时也可写明其所属范围);②写明该集合中元素的共同属性;③不能出现未被说明的字母;④多层描述时,应当准确使用联结词“且”、“或”;⑤所有描述的内容都要写在大括号内;⑥用于描述的语句应力求简明、准确.

(2)在表示集合时,要根据情况适当选择表示方法:列举法能清楚地展现集合的元素,但当集合中元素较多或无限多时,就不宜采用;描述法形式简单,能方便地表示集合,但有时共同特征不易寻找;图示法直观易懂,应在解题时注意运用.

(3)常用数集的符号: \mathbf{N} (自然数集)、 \mathbf{N}_+ (正整数集)、 \mathbf{Z} (整数集)、 \mathbf{Q} (有理数集)、 \mathbf{R} (实数集).

【知识点4】集合的分类

(1)有限集:含有有限个元素的集合.

(2)无限集:含有无限个元素的集合.

【知识点5】空集

不包含任何元素的集合叫作空集,记作 \emptyset .

剖析:(1)注意空集是指“不包含任何元素”,类似 $\{\emptyset\}$ 、 $\{0\}$ 等不是空集.

(2)空集在解题的过程中极易被忽视,特别是在题设中隐含着有空集参与的集合问题时,忽视空集的特殊性质往往导致错误.

三、经典基础例题

【例1】下列各组对象:

①接近于0的数的全体;②比较小的正整数全体;③平面上到点 O 的距离等于1的点的全体;④正三角形的全体;⑤ $\sqrt{2}$ 的近似值的全体.

其中能构成集合的有().

A. 2 组 B. 3 组 C. 4 组 D. 5 组

分析：“接近于0的数”“比较小的正整数”的标准不明确，所以①②不能构成集合. 同理，“ $\sqrt{2}$ 的近似值”也不明确是哪些数，也不能构成一个集合. 而③④中的元素都是确定的，故能构成集合.

答案：A.

点拨：一些对象的全体构成的集合必须具有以下两个特点：一是整体性；二是确定性. 一个对象要么是这个集合中的一个元素，要么不是这个集合中的一个元素，二者必居其一，这就是集合的确定性.

【例2】用另一种方法表示下列集合.

(1) $\{(x, y) \mid x + y = 5, x, y \in \mathbf{N}\}$;

(2) $\{(x, y) \mid (x-1)^2 + (y-2)^2 = 0\}$;

(3) $\{x \mid (x-1)^2(x-2) = 0\}$;

(4) $\left\{ (x, y) \mid \begin{cases} 2x + y = 8, \\ x - y = 1 \end{cases} \right\}$;

(5) $x^2 - 9$ 的一次因式组成的集合.

分析：本题主要考查集合的几种表达方式的相互转化、集合语言与数学语言的相互转化.

解：(1) 由 $x + y = 5$ ，得 $y = 5 - x$. 又 $\because x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}, \therefore 5 - x \geq 0$,

故有 $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ ，对应的 y 值依次为 $5, 4, 3, 2, 1, 0$ ，又集合中的代表元素为 (x, y) ， \therefore 集合中的元素为 $(0, 5), (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 0)$.

则集合可写作 $\{(0, 5), (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 0)\}$.

(2) 方程 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 0$ 是关于 x, y 的二元二次方程，其解成对出现，即 (x, y) 是该方程的一组解，而方程的解为 $x = 1$ 且 $y = 2$ ，所以集合可写作 $\{(1, 2)\}$.

(3) 注意 1 是方程的二重根，所以集合应写为 $\{1, 2\}$.

(4) 方程组的解是 $\begin{cases} x = 3, \\ y = 2, \end{cases}$ 故此集合只有一个元素，用列举法表示为 $\{(3, 2)\}$.

(5) 因为 $x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$,

所以由 $x^2 - 9$ 的一次因式组成集合为 $\{x-3, x+3\}$.

点拨：列举法与描述法各有优缺点，在实际应用中要注意选取简便的方法，在表示方程或方程组的解时易出错，应认清代表元素的特征.

【例3】用符号 \in 或 \notin 填空：

(1) $3, 14$ _____ \mathbf{Q} , 0 _____ \mathbf{N}_+ , $\sqrt{2}$ _____ \mathbf{Z} , $\left(\frac{1}{3}\right)^0$ _____ \mathbf{N}_+ ;

(2) $2\sqrt{3}$ _____ $\{x \mid x < \sqrt{11}\}$, $3\sqrt{2}$ _____ $\{x \mid x > 4\}$, $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ _____ $\{x \mid x$