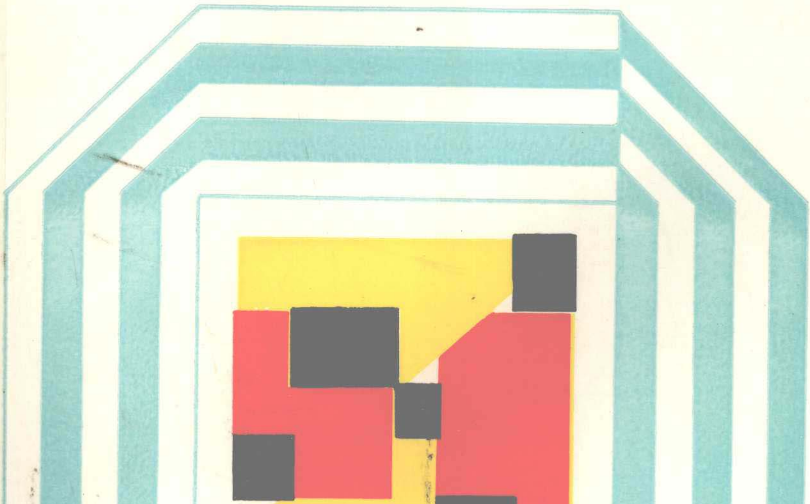
排序的理论与方法

陈 荣 秋 编著



华中理工大学出版社

排序的理论与方法

陈荣秋 编著

华中理工大学出版社

排序的理论与方法

陈荣秋　编著

责任编辑　陈君宁

*

华中理工大学出版社出版发行

（武昌喻家山）

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社印刷厂印刷

*

开本：850×1168　1/32　印张：6.75　插页2　字数：161 000

1987年8月第1版　　1987年8月第1次印刷

印数：1—1 500

ISBN 7-5609-0105-0/F·5

定价：1.42元

内 容 简 介

本书全面而系统地介绍了排序的理论和方法。全书共分六章。第一章介绍排序问题的基本概念；第二章叙述单台机器下的各种排序问题及其算法；第三章详述流水车间排列排序问题；第四章叙述一般单件车间排序问题的最优算法和调度方法；第五章介绍计算复杂性、NP完全问题和NP难题等与排序理论有关的概念；第六章介绍其它类型的排序问题与作业计划问题。

本书可作为高等院校管理工程专业的教科书，也可作为应用数学、计算机科学和其它有关专业的参考书，还可供经济管理干部和工程技术人员阅读参考。

前　言

排序问题有深刻的实际背景。无论在工农业生产，还是在国防、科研、交通运输以及各种服务行业，每天都会遇到它。凡是面临多个工作任务，就有一个如何安排执行它们的顺序问题，这就是排序问题。从普通工矿企业的生产作业计划，到集人类科学技术之大成的航天飞机的飞行计划，都要用到排序的理论和方法。不同的工作顺序得出的结果差别很大，按照排序的理论和方法，可以得出最优的或令人满意的工作顺序。

排序理论和方法属于软科学。运用它，一不需要增加投资和设备，二不要增加人员，就可以提高生产和工作效率。这对于我国的四个现代化建设，有重要的现实意义。

排序问题是运筹学的一个较年轻的分支。虽然其重要性并不亚于库存问题，但正规的排序问题的数学模型的出现几乎比经济订货批量模型的产生晚了四十年。1954 年，S. M. Johnson 提出了求解流水车间两台机器下排序问题最优解的法则，这是第一个求解排序问题的数学模型。从此以后，三十多年来，对排序问题的研究得到了很大发展。我国也有一些人研究过这个问题，并取得了一些重要成果。但是，总的来说，参加排序问题研究的人数很有限，了解这个领域的人数还不多。除了杂志上刊登的数量甚少的关于排序问题的论文和介绍文章外，至今还没有专著或教科书全面系统地介绍它。为了让我国有更多的人了解排序问题的基本知识，掌握排序的理论和方法，并将其应用到实际工作中去，本人在广泛收集国内外有关排序问题的资料的基础上，结合自己的研究成果，写成了这本书。

全书共分六章。第一章介绍排序问题的基本概念。第二章叙述单台机器下各种排序问题的算法。第三章介绍流水车间的排序

问题，其中包括特殊类型排序问题的专门算法和一般流水车间排序问题的分支定界法和启发式算法。第四章介绍最一般的排序问题，即单件车间的排序问题。其中包括求最优解的整数规划算法、分支定界法和求近优解的启发式算法。第五章介绍计算复杂性、NP完全问题和NP难题等与排序理论有关的概念。第六章介绍其它类型的排序问题与作业计划问题。

本书可以作为高等院校管理工程专业的教科书，也可以作为计算机科学、应用数学和其它有关专业的参考书。书中每章后面都附有习题，便于读者练习。同时，本书对于工矿企业的生产管理人员，尤其是计划工作人员，也是一本实用的参考书。为便于广大实际工作者学习，书中文字通俗易懂，读者不需具备高深的数学知识就可懂得本书的主要内容。最后，由于本书总结了近年来排序问题的研究成果，并在书末附有大量参考文献，对于从事排序问题研究工作的人员，也是一本有价值的参考书。

本书是作者在加拿大多伦多大学作为访问学者工作期间写成的。在此期间，多伦多大学工业工程系的 N. P. Moray 教授为我提供了良好的工作条件，在此表示感谢。另外，要特别感谢清华大学管理工程系潘家轺教授，是他最先把我引进这一领域。

本书的整理、修改和出版得到了华中理工大学管理工程系领导和工业管理工程教研室同行的关心、支持和帮助，并由黎志成教授担任本书的主审，在此表示衷心感谢。

由于本人水平有限，书中如有错误和不当之处，敬请广大读者给予指正。

编著者

1986年12月

目　　录

第一章　基本概念

§1.1　作业排序与作业计划

一、作业排序与作业计划问题的背景

作业排序与作业计划问题有着深刻的实际背景．在生产、工作、学习和日常生活中，我们每天都会碰到它．譬如，工厂里几台机器出了故障，需要修理．通常，在单位时间内，不同机器停工造成的损失不相同，修复时间也不相同．在现有的维修能力下，如何安排这几台机器的修理顺序，使总停工损失最小？这就是一个作业排序与作业计划问题．

一般地说，凡是有多个不同的任务要完成，就有作业排序与作业计划问题．几批不同的工件要加工，几艘货轮要停靠码头，几颗人造卫星或空间站等待航天飞机发射，几个程序等待运行，几个问题等待处理，……等等，都有作业排序与作业计划问题．这些问题的共同特征就是要将不同的工作任务安排一个执行的顺序和时间，使预定的目标最优化．所以，作业排序与作业计划实质上是要解决如何按时间的先后，将有限的人力物力资源分配给不同的工作任务，使预定目标最优化的问题．下面，把作业排序问题简称为排序问题．

排序问题是运筹学的一个较年轻的分支，同时也是在实际中应用最广的运筹学分支之一．研究它，对于在现有资源条件下提高工作效率和经济效益有重要作用．

二、排序问题的一般描述

描述排序问题的名词术语来自加工制造行业．为了和惯用的名词术语保持一致，本书仍使用“机器”、“工件”、“工序”和“加

工时间”等等来描述各种不同的排序问题，但它们已不限于本来的含义。这里所说的“机器”，可以指工厂里的各种机床，也可以指维修工人；可以指轮船要停靠的码头，也可以指计算机的中央处理机、存贮器和输入、输出单元。一句话，代表“服务者”。相应地，“工件”则是等待机床加工的各种零件，待修理的机器，即将停靠码头的轮船，等待处理的程序。总之，代表“服务对象”。对于一般的排序问题，“机器”和“工件”都有多个。排序与作业计划解决的是服务者对服务对象的服务顺序和时间安排问题。因此，从最一般的意义上讲，排序问题可以表述为：一个或多个服务者为两个或两个以上服务对象服务时，如何确定服务顺序，使预定目标达到最优。

假定有n个工件$\{J_1, J_2, \cdots, J_n\}$要经过$m$台机器$\{M_1, M_2, \cdots, M_m\}$加工。一个工件在一台机器上的加工称为一道“工序”。用“加工路线”表示工件加工在技术上的约束，即工件的加工工艺过程。加工路线是事先给定的。用“加工顺序”表示各台机器上工件加工的先后次序。加工顺序是排序要解决的问题。

当每个工件都有其独特的加工路线时，要确定工件的加工顺序，这属于单件车间(job-shop)的排序问题；当所有工件的加工路线都一致时，要确定工件的加工顺序，这属于流水车间(flow-shop)的排序问题。

完成一道工序的加工，需花费一定的加工时间。在讨论一般情况下的排序问题时，“加工时间”包括机器调整时间，实际加工时间和工序之间的转送时间。加工时间是已知的。

一个“工件”可以是一个要加工的零件，也可以是一批相同的零件。对于后一种情况，相应的工件加工时间应是机器调整时间、一批零件的总加工时间和转送时间的总和。

三、排序与编作业计划的关系

一般说来，排序(sequencing)和编作业计划(scheduling)不

是同义语。排序只是确定工件在机器上的加工顺序，我们可以用工件代号的一种排列来表示一组工件在某台机器上的加工顺序。如，可用（1,6,5,4,2,3）表示工件的加工顺序为 $J_1 \to J_6 \to J_5 \to J_4 \to J_2 \to J_3$。编作业计划则不仅包括确定工件的加工顺序，而且包括确定每台机器加工每个工件的开工时间和完工时间。

在编作业计划时，有时一个工件的某道工序完成之后，执行它的下道工序的机器还在加工其它工件。这时，这个工件要等待一段时间才能开始加工。这种情况称为“工件等待”.有时，一台机器已经完成对某个工件的加工，但是，随后要加工的工件还未到来，这时机器要空闲一段时间。这种情况称为“机器闲置”。

作业计划可以用甘特（Gantt）图表示。在同一加工顺序下可以得到无数种作业计划，因为机器的闲置时间在一定范围可以取

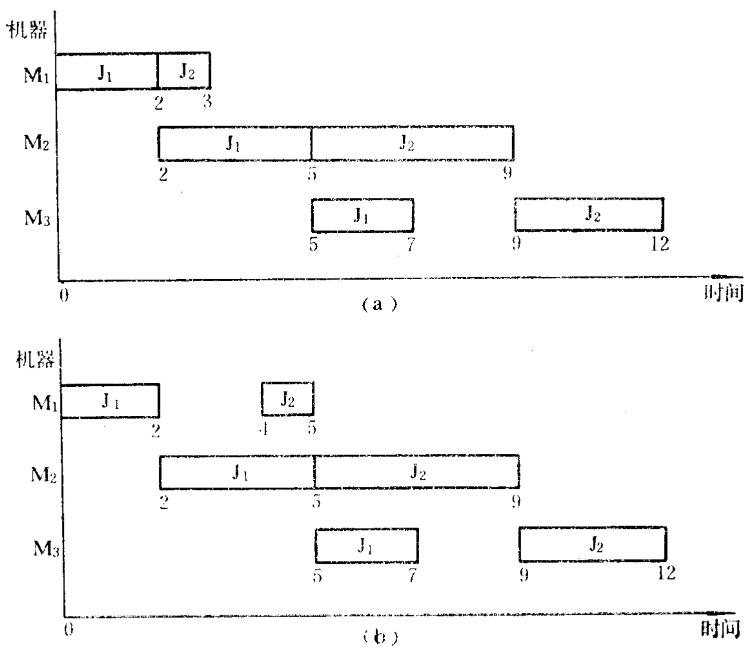


图1-1　两种不同的作业计划

任意值。例如，现有 2 个工件经 3 台机器加工的流水车间排序问题，其加工时间如表1-1所示。在表1-1中，i 表示工件的代号，p_{ij}表示工件i在机器M_j上的加工时间。如果按顺序（1,2）加工工件，可以得到如图 1-1 所示的两种不同的作业计划。

表 1-1

i	1	2
p_{i1}	2	1
p_{i2}	3	4
p_{i3}	2	3

这两种作业计划下工件的加工顺序都为 $J_1 \to J_2$。其不同之处是，在图1-1(a)中，工件J_2在加工过程中有等待。工件J_2在机器M_1上加工完成之后，需等待$(5-3)=2$个时间单位，才能在机器M_2上加工；而在图 1-1(b)中，工件J_2一旦开始加工，加工过程中不发生等待，但机器M_1在加工完工件J_1之后需闲置$4-2=2$个时间单位。

除这两种不同的作业计划外，在同样顺序下，改变机器的闲置时间，可以得到无数种作业计划。反过来，一种作业计划只对应唯一的一种加工顺序。

由于编作业计划的主要问题是确定各台机器上工件的加工顺序，而且，在通常情况下都是按最早可能开(完)工时间来排作业计划，如图1-1(a)所示。因此，加工顺序确定之后，作业计划也就确定了。所以，人们通常不加区别地使用“排序”和“编作业计划”这两个术语。在本书中，只有在需要的时候，才将这两个术语区别使用。在一般情况下，按我国学术界的习惯，使用“排序”这个术语。对于一种排序来说，其相应的作业计划是按最早可能开(完)工时间作出的。

四、排序问题的一般假设条件及符号说明

前面对排序问题作了一般介绍.为便于对排序问题进行分析，建立数学模型，有必要作出一些一般的假设条件。在以后各章分别叙述不同类型的排序问题时，如不作特别说明，都是遵循以下

八项假设条件：

1．一个工件不能同时在不同的机器上加工．尽管一个工件有时可能包括多个相同的零件，也不能将其分成几部分，同时在几台不同的机器上加工．

2．对整个工件来说，在加工过程中采取平行移动方式．即当上一道工序完工后，立即送下道工序加工．

3．不允许中断．当一个工件一旦开始加工，必须一直进行到完工，不允许中途停下来，插入其它工件．

4．每道工序只在一台机器上完成，每台机器只完成一道工序．

5．工件数、机器数、加工时间已知，且加工时间与加工顺序无关．

6．允许工件在工序之间等待，允许机器在工件未到达时闲置．

7．工件加工技术上的约束事先给定．

8．每台机器同时只能加工一个工件．

以上8项基本假设条件是可以放宽和改变的，由此可以构成不同类型的排序问题．

下面对有关的符号进行说明：

(i,j,k)——工件J_i的第j道工序，这道工序是在机器M_k上进行的．

p_{ij}——工件J_i在机器M_j上的加工时间．工件J_i的总加工时间为$P_i=\sum_{j=1}^{m}p_{ij}$．

r_i——工件J_i的到达时间，或称准备就绪时间．这个时间指的是工件从外部进入车间，可以开始进行加工的最早时间．

d_i——工件J_i的完工期限．

a_i——工件J_i在车间的允许停留时间，即从工件J_i进入车间到预定完工时间之间的时间间隔．$a_i=d_i-r_i$．

w_{ij}——工件 J_i 在进行第 j 道工序之前的等待时间．工件 J_i 的总等待时间 $W_i = \sum_{j=1}^{m} w_{ij}$．

C_i——工件 J_i 的完工时间，即在该时刻，工件 J_i 的最后一道工序完成．所以，如下关系成立：

$$C_i = r_i + \sum_{j=1}^{m} (w_{ij} + p_{ij}) = r_i + W_i + P_i. \qquad (1.1)$$

$C_{\max}$——最长完工时间，

$$C_{\max} = \max_i \{C_i\}.$$

F_i——工件 J_i 的流程时间，即工件 J_i 在车间的实际停留时间，

$$F_i = C_i - r_i = P_i + W_i. \qquad (1.2)$$

$F_{\max}$——最长流程时间，

$$F_{\max} = \max_i \{F_i\}.$$

L_i——工件 J_i 的延迟时间，

$$\begin{aligned} L_i &= C_i - d_i = r_i + P_i + W_i - d_i \\ &= (P_i + W_i) - (d_i - r_i) \\ &= F_i - a_i. \end{aligned} \qquad (1.3)$$

若 $L_i > 0$，正延迟．说明工件 J_i 的实际完工时间比预定完工时间要迟，完工时间超过了完工期限；若 $L_i < 0$，负延迟．说明工件 J_i 提前完工；若 $L_i = 0$，零延迟．说明工件 J_i 按期完工．

$$L_{\max} = \max_i \{L_i\}.$$

T_i——工件 J_i 的延误时间，

$$T_i = \max\{L_i, 0\}.$$

$$T_{\max} = \max_i \{T_i\}.$$

E_i——工件 J_i 的提早时间，

$$E_i = \max\{0, -L_i\}.$$

I_k——机器M_k的闲置时间，

$$I_k = C_{\max} - \sum_{i=1}^{n} p_{ik}. \tag{1.4}$$

图1-2表示一个典型的工件 J_i 的加工过程。工件 J_i的加工路线为M_2—M_m—M_k—…—M_1—M_{m-1}。J_i 在时刻 r_i到达车间，立即到机器M_2上加工。因此，$w_{i1}=0$。由于机器M_m在加工其它工件，工件J_i在上机器M_m加工之前的等待时间为w_{i2}。工件J_i在机器M_m上完工之后，立即到机器M_k上加工，$w_{i3}=0$。工件 J_i的完工期限为d_i，实际完工时间为C_i，$C_i > d_i$，所以，$L_i = T_i$，$E_i = 0$。

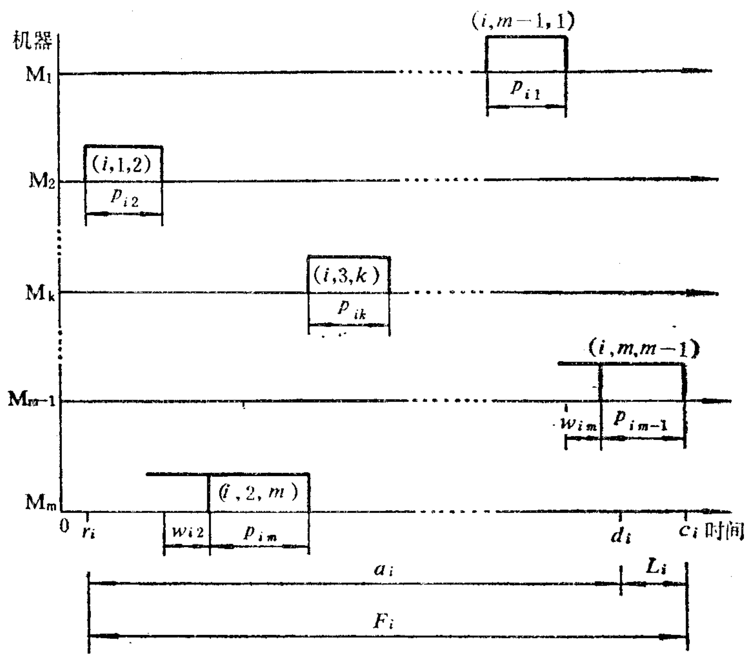


图1-2 工件 J_i 加工的甘特图

五、目标函数

衡量加工顺序好坏的标准应该是总费用最低。与排序有关的费用主要有三项：工件等待费用、机器闲置费用和延误交货损失费用。Gupta[30]曾提出这些费用的计算方法。

工件等待费用与工件库存量成比例。要降低工件等待费用，必须降低工件的平均库存量，这就要求减少工件的平均流程时间。这点将在§1.3说明。要减少机器的闲置费用，就要减少设备的空闲时间。但是，设备空闲时间的减少往往造成工件的等待时间增加。要减少延误完工损失费，就要减少工件的延误时间和误期完工的工件数。

用总费用最低作为排序问题的目标函数是合理的。但是，这会使排序问题大大复杂化，而且，事实上几乎不可能找到最优解。从以后各章可以看到，即使对于非常简单的目标函数，求排序问题的最优解都是十分困难的，更何况象总费用这样复杂的目标函数。因此，我们只能把影响总费用的主要因素作为目标函数。按这样处理，可以提出三类目标函数。

（一） 以工件的完工时间为尺度的目标函数

这类目标函数主要有最长完工时间C_{max}，最长流程时间F_{max}，平均完工时间$\bar{C}$和平均流程时间$\bar{F}$。

由于$C_{max}=\max\limits_{i}\{C_i\}$，使$C_{max}$最小就是使一批工件尽快完成。$F_{max}=\max\limits_{i}\{F_i\}$，使$F_{max}$最小就是使一批工件在车间实际停留时间最短。$F_{max}$一般又称作加工周期。当所有工件的到达时间都为零时，即$r_i=0$，$i=1,2,\cdots,n$，F_{max}与C_{max}数值上相等。但是，当各工件的到达时间各不相同时，C_{max}和F_{max}可以大不相同。可能某个工件的完工时间就是C_{max}，但它到达车间的时间很迟，而具有最短的流程时间。

平均流程时间 $\bar{F}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}F_i$；平均完工时间 $\bar{C}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}C_i$。$\bar{F}$ 表示n个工件在车间内平均停留时间，$\bar{C}$ 表示 n 个工件的平均完工时间。

（二） 以完工期限为尺度的目标函数

这类目标函数主要有平均延迟时间 $\bar{L}$，平均延误时间$\bar{T}$ 和最大延误时间$T_{\max}$。$\bar{L}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}L_i$，$\bar{T}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}T_i$，$T_{\max}=\max_i\{T_i\}$。以这样的尺度来衡量，实质上是认为延误交货损失费是主要的。有时，延误交货损失并不取决于延误时间的多少，而取决于延误交货的工件数的多少。

（三） 以库存量和设备利用程度为尺度的目标函数

要介绍这类目标函数，先要说明在任一时刻 t，处于不同状态的工件的数量及其相互关系。设

$N_w(t)$——时刻 t 等待加工的工件数；

$N_p(t)$——时刻 t 正在加工的工件数；

$N_c(t)$——时刻 t 已经完工的工件数；

$N_u(t)$——时刻 t 还未完工的工件数。

显然，已完工的工件数和未完工的工件数之和等于工件总数n：

$$N_c(t)+N_u(t)=n; \tag{1.5}$$

未完工的工件数等于等待加工的工件数与正在加工的工件数之和：

$$N_w(t)+N_p(t)=N_u(t); \tag{1.6}$$

所以，

$$N_c(t)+N_u(t)=N_c(t)+N_w(t)+N_p(t)=n. \tag{1.7}$$

当$t=0$时，所有工件都未完工，$N_u(0)=n$；当$t=C_{\max}$时，所有工件都已完工，$N_u(C_{\max})=0$。