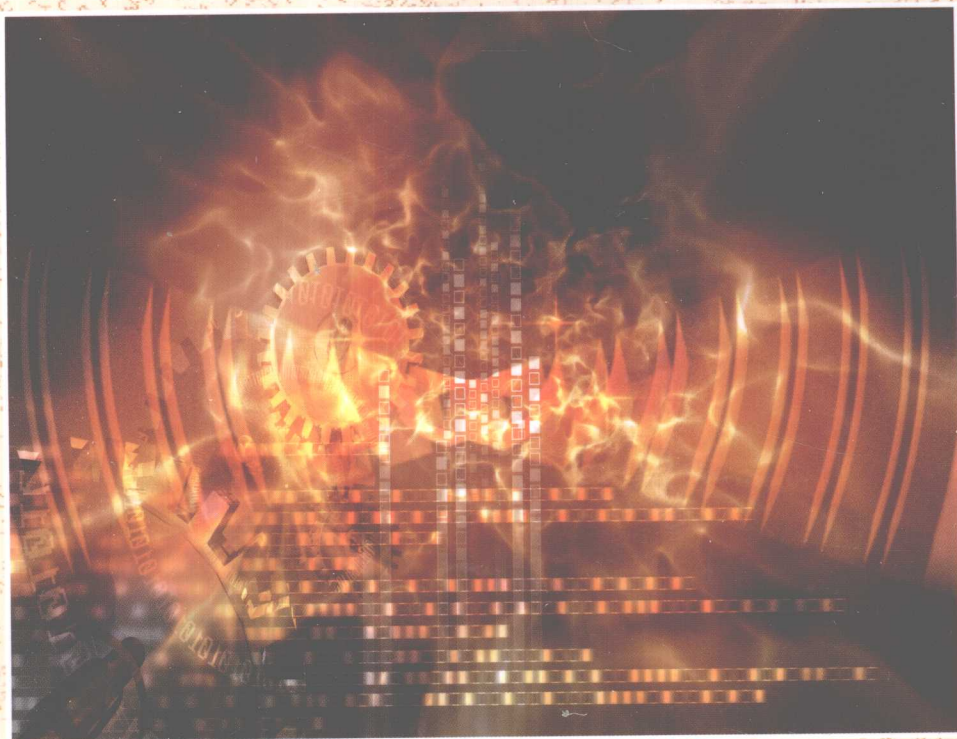


动力机械振动与噪声

DONGLI JIXIE ZHENDONG YU ZAOSHENG

舒歌群 高文志 刘月辉 编著



天津大学出版社

TIANJIN UNIVERSITY PRESS

动力机械振动与噪声

舒歌群 高文志 刘月辉 编著



 天津大学出版社
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书主要介绍内燃机的振动与噪声的基本理论、产生原因、测量方法及控制策略,同时介绍了汽轮发电机组的扭振问题;系统地阐述了内燃机的轴系扭振、整机振动的理论分析方法及减振措施;详细地阐述了内燃机噪声源的识别、噪声测量方法及噪声控制策略。本书具有实用性强、涉及面广、深入浅出等特点。

本书可作为动力工程类、汽车工程类专业本科生教材,也可作为动力机械工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

动力机械振动与噪声/舒歌群,高文志,刘月辉编著. —天津:天津大学出版社,2008.8

ISBN 978-7-5618-2714-7

I. 动… II. ①舒… ②高… ③刘… III. 动力机械—机械振动 ②动力机械—噪声 IV. TB533

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 104727 号

出版发行 天津大学出版社
出 版 人 杨欢
地 址 天津市卫津路 92 号天津大学内(邮编:300072)
电 话 发行部:022-27403647 邮购部:022-27402742
网 址 www.tjup.com
短信网址 发送“天大”至 916088
印 刷 昌黎太阳红彩色印刷有限责任公司
经 销 全国各地新华书店
开 本 185mm × 260mm
印 张 17
字 数 425 千
版 次 2008 年 8 月第 1 版
印 次 2008 年 8 月第 1 次
定 价 28.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,烦请向我社发行部门联系调换

版权所有 侵权必究

前 言

动力机械在使用过程中产生的振动与噪声会造成严重的环境污染,影响着人们的身心健康。《中华人民共和国环境噪声污染防治法》于 1997 年 3 月 1 日起正式实施。该法对工业生产、建筑施工、交通运输和社会生活中所产生的干扰周围生活环境的噪声污染防治作出了明确规定。为了有效控制动力机械在工作过程中产生的振动与噪声,在产品的设计开发阶段或使用过程中,需要对产品的振动与噪声进行理论分析、性能预测及实验评价。只有掌握分析、计算内燃机或其他动力机械振动与噪声的方法,通过正确的设计、制造和其他措施,才能控制其振动与噪声水平。目前,动力机械的振动与噪声理论已成为从事设计、研究人员不可缺少的基础知识。

有关动力机械振动与噪声方面的基础和专业知识的培养,对培养合格的工学类人才具有重要作用。为适应内燃机专业教学和有关工程技术人员的需要,本书较全面、系统地讲述了内燃机的振动与噪声的基本理论、轴系扭振、整机振动、内燃机噪声的分类及控制措施等,同时对汽轮发电机组的常见扭振问题进行了介绍。全书分为动力机械的振动与动力机械的噪声两篇,共 8 章。第 1 章为振动的基本理论;第 2 章为内燃机轴系的扭振;第 3 章为内燃机整机振动及其隔离;第 4 章为汽轮发电机组轴系扭振;第 5 章为振动的测量与分析;第 6 章为声学的基本知识和理论;第 7 章为汽车与内燃机噪声及其控制;第 8 章为内燃机噪声的控制。其中第 1、2 章由舒歌群编写,第 3、4、5 章由高文志编写,第 6、7、8 章由刘月辉编写。

本书具有实用性强、涉及面广、图文并茂、深入浅出等特点,既可作为动力工程类、汽车工程类专业本科生教材,也可作为动力机械行业工程技术人员的参考书。本书是一部实践性较强、理论与实践相结合的专业教材。通过这门课程的学习,使学生对动力机械振动与噪声的基本原理和控制措施有一个比较全面的认识。

全书在编写过程中参考了大量的著作、资料、样本、说明书,在此向有关人员表示真诚的感谢。

由于作者水平所限,书中难免有不妥和错漏之处,恳请读者批评指正。

编著者

2008 年 2 月

目 录

第一篇 动力机械的振动

第 1 章 振动的基本理论	(3)
1.1 单自由度系统的振动	(3)
1.2 多自由度系统的无阻尼自由振动	(15)
1.3 双自由度系统的强迫振动	(22)
第 2 章 内燃机轴系的扭振	(31)
2.1 内燃机轴系扭振计算的当量系统	(31)
2.2 内燃机轴系的自由振动计算(霍尔兹试算法)	(42)
2.3 内燃机轴系扭振的强迫振动计算	(47)
2.4 内燃机轴系扭振的控制	(69)
第 3 章 内燃机整机振动及其隔离	(92)
3.1 内燃机整机振动分析	(92)
3.2 内燃机整机振动激励力的计算	(102)
3.3 内燃机整机振动的耦合度和振动形态	(104)
3.4 内燃机隔振装置	(113)
3.5 宽频带振动的隔离	(119)
第 4 章 汽轮发电机组轴系扭振	(123)
4.1 汽轮发电机组轴系扭振概述	(123)
4.2 汽轮发电机组轴系扭振固有特性的计算	(124)
4.3 汽轮发电机组轴系扭振的激励与分析	(129)
4.4 汽轮发电机组轴系扭振的危害及对策	(134)
第 5 章 振动的测量与分析	(139)
5.1 振动测量的基本概念	(139)
5.2 传感器	(141)
5.3 扭转振动测量与分析	(152)
5.4 内燃机整机振动的测量及其评价	(161)

第二篇 动力机械的噪声

第 6 章 声学的基本知识和理论	(165)
6.1 概述	(165)
6.2 声音的客观量度	(168)
6.3 声音的主观量度	(175)
6.4 噪声的几种评定方法	(180)
6.5 噪声的测量	(184)

6.6 噪声的危害与控制标准	(190)
6.7 噪声控制的基本途径	(195)
第7章 汽车与内燃机噪声及其控制	(198)
7.1 机动车辆(汽车等)的噪声	(198)
7.2 内燃机噪声的产生机理	(205)
7.3 内燃机各部分噪声源的测定	(225)
第8章 内燃机噪声的控制	(231)
8.1 内燃机降噪的基本方法	(231)
8.2 降低燃烧噪声	(232)
8.3 降低机械噪声	(235)
8.4 降低风扇和进气、排气噪声	(243)
8.5 降低内燃机壳体各部分振动和表面辐射噪声	(248)
8.6 低噪声内燃机的开发研究举例	(256)
参考文献	(264)

第一篇

动力机械的振动

第 1 章 振动的基本理论

1.1 单自由度系统的振动

1.1.1 引言

动力机械(包括内燃机、汽轮机等)振动主要包括轴系扭振、整机振动等。由于它们对动力机械的正常运行具有很大的危害,因此,动力机械振动也就成为内燃机、汽轮机理论研究的重要课题。深入研究动力机械振动的规律和特性,进行振动计算,正确设计动力机械安全工作的振动水平,寻求适宜的技术手段对动力机械振动实施有效的控制,从理论上指导由振动造成的故障的判断,采取相应的减振、隔振措施,以保证动力机械正常运行,这就是动力机械振动所研究的基本内容和任务。因此,学习振动理论知识对于动力机械设计人员及有关技术人员是必不可少的。

为便于讨论,将实际的动力机械系统离散化为由若干个集中质量和无质量的弹性件连接组成的系统,即简化成等效于实际系统的模型。从工程实际出发,一般忽略系统中的非线性因素,把它们视为线性系统进行讨论。为了使读者系统地掌握动力机械振动问题的理论和方法,并为后续各章的学习打下理论基础,本章主要介绍有关的线性振动基本理论。

在讨论动力机械的各种振动问题时,涉及扭振系统和质量弹簧系统两种模型。由于它们的振动规律基本相同,而且在动力机械的振动问题中扭振问题比较重要,因此,在讲述基本理论时以扭振系统为主。

1.1.2 单自由度系统

图 1-1(a)为一扭摆,它由一个圆盘和一根轴组成。轴的一端固定,另一端与圆盘固结,圆盘面与轴垂直。在讨论扭摆的振动时,假设轴只有弹性而无惯量,圆盘只有惯量而无弹性,于是,扭摆被简化成为单质量系统。扭振时,决定系统位置的独立参变量只有一个,即圆盘的转角 ϕ ,因此,扭摆又称为单自由度系统。图 1-1(b)为扭摆的示意图。

图 1-2 所示单质量弹簧系统作铅垂方向振动时,其位置由坐标 x 决定,也属于单自由度系统。与扭摆一样,该系统中弹簧只有弹性而不计质量,质量块只有质量而不计弹性。

由材料力学知,圆轴的扭转刚度

$$K = \frac{GJ_p}{l}$$

它表示使轴产生一弧度扭转角所需的力矩,单位是 $\text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ 。在讨论扭振问题时,为了计算上的便利,常采用刚度的倒数表示,即

$$e = \frac{l}{GJ_p} \quad (1-1)$$

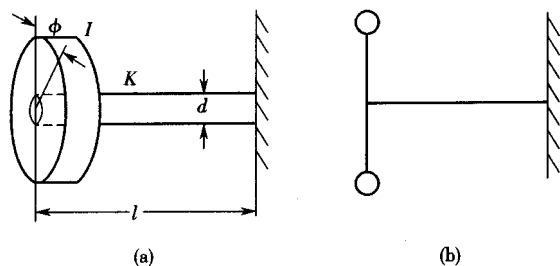


图 1-1 单自由度系统
(a)单扭摆系统;(b)单扭摆示意图

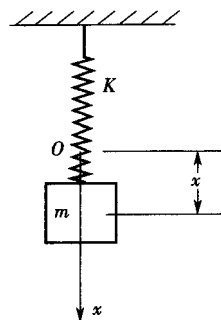


图 1-2 单质量弹簧系统

式中: e ——轴段的柔度, $\text{rad}/(\text{N}\cdot\text{m})$, 即 $1 \text{ N}\cdot\text{m}$ 的扭矩使轴产生的扭转角 (rad);

l ——轴的长度, m ;

G ——轴材料的剪切弹性模量, Pa ;

J_p ——轴的截面极惯性矩, m^4 , 对实心圆轴, $J_p = \frac{\pi}{32} d^4$, 其他各种截面的 J_p 可查有关手册。

扭摆中圆盘的转动惯量 I 的单位为 $\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2$ 或 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 。

质量弹簧系统中弹簧刚度 K 的单位是 N/m , 即欲使弹簧产生 1 m 的变形所需的力。质量 m 的单位是 kg 。

1.1.3 无阻尼自由振动

在扭摆的圆盘平面上加一个力偶, 使它转一个角度, 然后突然撤去力偶, 由于轴的弹性和圆盘的惯性, 系统即产生自由振动。

以图 1-1 中扭摆的圆盘为研究对象, 圆盘在自由振动过程中受到轴的弹性力矩的作用, 设在任一瞬时圆盘的角位移为 ϕ (即轴的扭转角), 则弹性力矩

$$U = -K\phi = -\frac{1}{e}\phi \quad (\text{N}\cdot\text{m})$$

式中的负号表示弹性力矩的方向总与角位移 ϕ 相反, 如图 1-3 所示。

根据达朗伯原理建立扭摆的运动微分方程, 在圆盘上加惯性力矩

$$S = -I\ddot{\phi}$$

于是惯性力矩与弹性力矩平衡, 由图 1-4 可知,

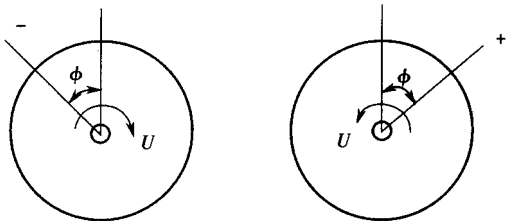


图 1-3 弹性力矩方向

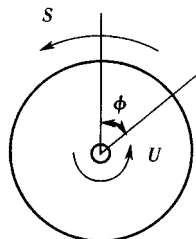


图 1-4 力矩平衡图

$$S + U = 0$$

即

$$-I\ddot{\phi} - \frac{1}{e}\phi = 0$$

或

$$\ddot{\phi} + \frac{1}{Ie}\phi = 0 \quad (1-2)$$

设微分方程的解即扭摆的运动方程为

$$\phi = A \sin(pt + \epsilon) \quad (1-3)$$

其中

$$p = \sqrt{\frac{1}{Ie}} \quad (1-4)$$

式中: p ——扭摆的自由振动频率, rad/s;

A ——振幅, rad;

ϵ ——初相位, rad。

将式(1-3)对时间求导数,得到扭振的角速度和角加速度

$$\left. \begin{aligned} \dot{\phi} &= pA \cos(pt + \epsilon) = pA \sin\left(pt + \epsilon + \frac{\pi}{2}\right) \\ \ddot{\phi} &= -p^2 A \sin(pt + \epsilon) = p^2 A \sin(pt + \epsilon + \pi) \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

将初始条件 $t = 0, \phi = \phi_0, \dot{\phi} = \dot{\phi}_0$ 代入式(1-3)及式(1-5),得到

$$A = \sqrt{\phi_0^2 + \left(\frac{\dot{\phi}_0}{p}\right)^2} \quad (1-6)$$

$$\epsilon = \arctan \frac{p\dot{\phi}_0}{\phi_0}$$

由此可知,自由振动的振幅 A 和初相位 ϵ 取决于初始条件,而自由振动的频率 p 取决于系统本身的参数 I 和 e (或 K), p 又称为固有频率。

由式(1-3)及式(1-5)看出, ϕ 、 $\dot{\phi}$ 、 $\ddot{\phi}$ 可分别表示幅值为 A 、 pA 、 p^2A 的三个旋转矢量在 y 轴上的投影,且 ϕ 滞后于 $\dot{\phi}$, $\dot{\phi}$ 滞后于 $\ddot{\phi}$, 滞后角为 $\frac{\pi}{2}$, 如图 1-5 所示。图中 $T = \frac{2\pi}{p}$ 为振动周期,即振动一次的时间,单位为 s。

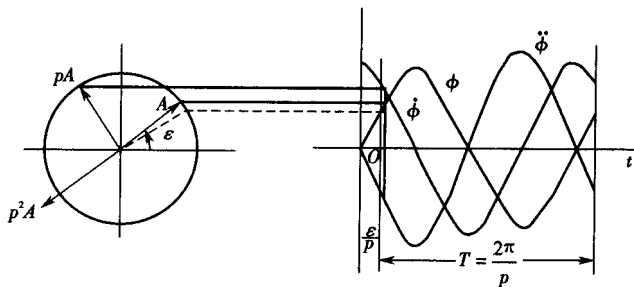


图 1-5 扭摆位移、速度、加速度相位图

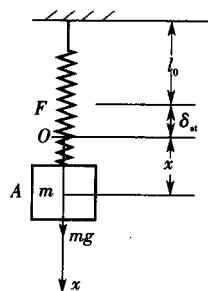


图 1-6 单质量弹簧系统

单质量弹簧系统的自由振动具有与扭摆类似的规律。图 1-6 中弹簧刚度为 K , 原长 l_0 , 物块 A 的质量为 m , 以静平衡位置为坐标原点建立运动微分方程

$$m\ddot{x} = mg - F = mg - K(x + \delta_{st})$$

δ_{st} 为弹簧在 mg 作用下的静伸长, 显然有 $K\delta_{st} = mg$, 代入上式, 得

$$m\ddot{x} + Kx = 0$$

或

$$\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0$$

此式与式(1-2)形式相同, 所以具有同样形式的解, 即

$$x = A \sin(pt + \epsilon)$$

式中, 固有频率 $p = \sqrt{\frac{K}{m}}$, 位移 x 和振幅 A 的单位是 m 。

1.1.4 有阻尼自由振动

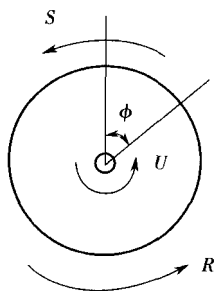


图 1-7 扭矩平衡图

设阻尼力矩 R 与振动速度的一次方成正比, 该阻尼称为线性阻尼, 阻尼力矩的方向与振动方向相反, 因此, $R = -c\dot{\phi}$, 其中 c 为阻尼系数。根据达朗伯原理, 图 1-7 所示系统有

$$S + R + U = 0$$

即

$$I\ddot{\phi} + c\dot{\phi} + \frac{1}{e}\phi = 0$$

或

$$\ddot{\phi} + \frac{c}{I}\dot{\phi} + \frac{1}{Ie}\phi = 0$$

令

$$\frac{c}{I} = 2n$$

上式变为

$$\ddot{\phi} + 2n\dot{\phi} + p^2\phi = 0 \quad (1-7)$$

此微分方程的解为

$$\phi = e^{-nt} (c_1 e^{\sqrt{n^2 - p^2}t} + c_2 e^{-\sqrt{n^2 - p^2}t})$$

当 $n \geq p$ 时, 即为大阻尼和临界阻尼的情况, 是非周期解, 无振动产生, 本书不作叙述。这里只讨论当 $n < p$ 时, 即为小阻尼的情况, 此时方程的解为

$$\phi = e^{-nt} (c_1 e^{i\sqrt{n^2 - p^2}t} + c_2 e^{-i\sqrt{n^2 - p^2}t})$$

令

$$\sqrt{p^2 - n^2} = p_d$$

上式变为

$$\phi = e^{-nt} (c_1 e^{ip_d t} + c_2 e^{-ip_d t})$$

即

$$\phi = A e^{-nt} \sin(p_d t + \epsilon) \quad (1-8)$$

式(1-8)表明,由于阻尼的存在,使得自由振动的振幅不再是等幅的简谐运动,而是随着时间的增长振幅逐渐减小的衰减振动。衰减振动的波形以 $\pm A e^{-nt}$ 为包络线,如图 1-8 所示。当 $t \rightarrow \infty$ 时,振幅趋近于零,振动消失。实际上振幅衰减是比较迅速的,无须经过很长的时间。

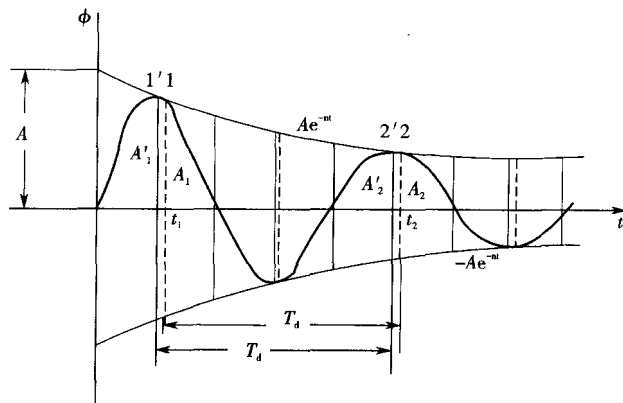


图 1-8 有阻尼的自由衰减振动波形图

衰减振动的周期 $T_d = \frac{2\pi}{p_d} = \frac{2\pi}{\sqrt{p^2 - n^2}}$ 。这表明,它的周期比无阻尼情况略长,但是当阻尼较小时,影响并不显著。例如,当 $n = 0.05 p$ 时, $T_d = 1.00125 T$; 当 $n = 0.3 p$ 时, $T_d = 1.048 T$, 因此,可以近似地认为 $T_d = T = 2\pi/p$ 。

值得注意的是振幅衰减的规律。图 1-8 中,衰减振动的波形与包络线两相邻切点的振幅比

$$\eta = \frac{A_1}{A_2} = \frac{e^{-nt_1}}{e^{-nt_2}} = \frac{e^{-nt_1}}{e^{-n(t_1 + T_d)}} = e^{nT_d}$$

同理有

$$\eta = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \cdots = \frac{A_i}{A_{i+1}} = \cdots = e^{nT_d} \quad (1-9)$$

η 称为减幅系数,由式(1-9)得

$$n = \frac{1}{T_d} \ln \eta \quad (1-10)$$

由式(1-9)知,只要从实测的衰减振动波形中量得 $A_1, A_2, \cdots, A_i, \cdots$, 算出 η 的平均值,并量得 T_d , 即可算出衰减系数 n , 从而得到系统的阻尼系数 $c = 2nI$ 。

还应指出:以上 $A_1, A_2, \cdots$ 是振动波形和包络线切点处的幅值,并不是波峰值。从图 1-8 中看出,波峰是 $A_1', A_2', \cdots$, 与 $A_1, A_2, \cdots$ 很接近。实测得到的波形并不能确定切点的位置。在计算 η 值时,只需测量波峰值,即可满足精度要求。

由于振幅是按几何级数衰减的,所以衰减得很快。例如当 $n = 0.05p$ 时, $\eta = e^{0.1\pi} = 0.7301$, 即每振动一次振幅衰减 27%, 经过 10 次振动后,振幅减小到原来的 $(0.73)^{10} = 0.043$ 倍,即为原来振幅的 4.3%。此例中虽然阻尼很小,但振幅衰减如此迅速,如果阻尼增大,衰减

将更快。由此可知,实际系统的阻尼会使自由振动很快地衰减掉,所以研究自由振动的振幅值无实际意义。

单质量弹簧系统的微分方程为

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + p^2x = 0$$

其中

$$2n = \frac{c}{m}, p^2 = \frac{K}{m}$$

当 $n < p$ 时,有

$$x = Ae^{-nt} \sin(p_d t + \epsilon)$$

可见,它具有与扭摆相同的规律,因此在以后各章节中不再叙述单质量弹簧系统。

1.1.5 无阻尼强迫振动及共振

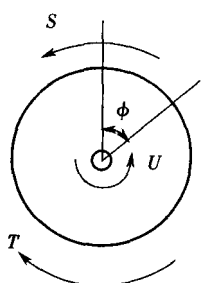


图 1-9 无阻尼强迫
振动扭矩图

在扭摆的圆盘上外加激振力矩 $T = M \sin \omega t$, 由它所激励的振动称为强迫振动。只要激振源存在,强迫振动就持续不衰,所以,强迫振动在实际问题中具有重要意义。由图 1-9 可写出扭摆强迫振动的微分方程为

$$I \ddot{\phi} + \frac{1}{e} \phi = M \sin \omega t$$

或

$$\ddot{\phi} + \frac{1}{Ie} \phi = \frac{M}{I} \sin \omega t$$

其中 M 为激振力矩幅值, ω 为激振力矩频率(rad/s)。令 $\frac{M}{I} = h$, 于是

$$\ddot{\phi} + p^2 \phi = h \sin \omega t \quad (1-11)$$

此微分方程的全解为

$$\phi = A \sin(pt + \epsilon) + A_1 \sin \omega t \quad (1-12)$$

其中第一项为自由振动,第二项为式(1-11)的特解,即强迫振动。扭摆的振动由这两部分叠加而成。但由 1.1.4 节知,在实际系统中阻尼会使自由振动很快衰减掉,因此,对第一项无须考虑,只须讨论强迫振动部分。

将特解 $\phi = A_1 \sin \omega t$ 及其二阶导数代入式(1-11),得到

$$A_1 = \frac{h}{p^2 - \omega^2} = \frac{h/p^2}{1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2} = \frac{A_0}{1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2} \quad (1-13)$$

其中

$$A_0 = \frac{h}{p^2} = Me$$

相当于扭矩 M 作用于圆盘上产生的静扭角,称为静振幅。扭摆的强迫振动方程为

$$\phi = \frac{A_0}{1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2} \sin \omega t \quad (1-14)$$

上式表明,强迫振动的频率受激振力矩的频率支配,与系统的固有频率无关,但强迫振动的振

幅与激振力矩频率和固有频率的比值有关。将式(1-13)改写为

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{1}{\left| 1 - \left(\frac{\omega}{p} \right)^2 \right|} \quad (1-15)$$

$\frac{A_1}{A_0}$ 称为动力放大系数。以 $\frac{A_1}{A_0}$ 为纵坐标, $\frac{\omega}{p}$ 为横坐标画曲线, 如图 1-10 中实线所示, 称为幅频特性曲线。振幅只考虑绝对值, 可把坐标下方的实线反到上方, 如虚线所示。由图 1-10 可见, 当 $\omega < p$ 时, 振幅随 ω 增大而增大; 当 $\omega > p$ 时, 振幅随 ω 增大而减小; 当 $\omega \gg p$ 时, 振幅趋于零。值得注意的是, 当 $\omega = p$ 时, 振幅 A_1 将增至无限大, 这种现象称为共振。在工程中共振往往造成很大危害, 因此在内燃机运行中, 要求尽量避免发生共振。有时也利用共振现象制造某种器械以完成某些工作。

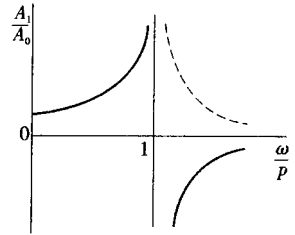


图 1-10 扭摆的共振曲线

由图 1-10 可知, 要想利用共振现象, 应使 ω 尽可能与 p 接近; 要避免共振发生, 应使 ω 尽可能远离 p , 这就是讨论系统固有频率的主要原因。

当 $\omega = p$ 时, 共振解为

$$\phi = -\frac{h}{2\omega} t \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (1-16)$$

即振幅随时间而无限地增大。如果 $\omega = p$ 的时间很短, 振幅就不可能增到很大。例如, 一台机器以共振点以上的转速运行, 那么, 在机器启动过程中, 越过共振点的时间非常短暂, 因此振幅就来不及增大, 也不会造成危害。

1.1.6 有阻尼强迫振动

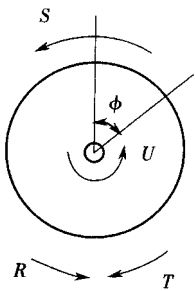


图 1-11 有阻尼强迫振动扭矩图

实际系统总是存在阻尼的, 在上节的系统中, 加上阻尼力矩 $R = -c\dot{\phi}$, 如图 1-11 所示, 其运动微分方程为

$$I\ddot{\phi} + c\dot{\phi} + \frac{1}{e}\phi = M \sin \omega t$$

即

$$\phi + 2n\dot{\phi} + p^2\phi = h \sin \omega t \quad (1-17)$$

该微分方程的全解为

$$\phi = Ae^{-nt} \sin(p_d t + \epsilon) + A_1 \sin(\omega t - \psi)$$

式中第一项很快消失, 只需研究第二项强迫振动部分。它和无阻尼强迫振动不同, 由于阻尼的存在, 使振动位移和激振力矩之间有一相位差 ψ 。从数学的角度来看, 只有 $\phi = A_1 \sin(\omega t \pm \psi)$ 才能满足式(1-17), 它是该方程的特解。实际上, 总是振动位移滞后于激振力矩。所以, 一般设解为 $A_1 \sin(\omega t - \psi)$ 。如设解为 $A_1 \sin(\omega t + \psi)$, 最后也可求得 ψ 为负值。令

$$\phi = A_1 \sin(\omega t - \psi)$$

代入式(1-17), 得到

$$-A_1 \omega^2 \sin(\omega t - \psi) + 2n\omega A_1 \cos(\omega t - \psi) + A_1 p^2 \sin(\omega t - \psi)$$

$$\begin{aligned}
 &= h \sin \omega t \\
 &= h \sin [(\omega t - \phi) + \phi] \\
 &= h \cos \phi \sin (\omega t - \phi) - h \sin \phi \cos (\omega t - \phi)
 \end{aligned}$$

令等式两边 $\sin (\omega t - \phi)$ 和 $\cos (\omega t - \phi)$ 前的系数分别相等, 得到

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{h}{\sqrt{(p^2 - \omega^2)^2 - 4n^2\omega^2}} \\
 \phi &= \arctan \frac{2n\omega}{p^2 - \omega^2}
 \end{aligned} \tag{1-18}$$

令

$$\xi = \frac{n}{p}, \frac{\omega}{p} = \lambda, \frac{h}{p^2} = A_0$$

得到如下形式的动力放大系数

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2 + 4\xi^2\left(\frac{\omega}{p}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + 4\xi^2\lambda^2}} \tag{1-19}$$

根据此式画出在不同阻尼时的幅频特性曲线, 如图 1-12 所示。

有阻尼情况下幅频曲线的特点是在共振点 $\omega = p$ 时, 振幅已不是无穷大而是有限值, 并且阻尼越大, 振幅越小。可以看出, 阻尼起到减小振幅的作用, 并且越是靠近共振点其效果越明显; 在远离共振点处, 无论阻尼大小对振幅的影响都不大。因此, 增加系统的阻尼可以控制共振振幅。从图中还可看出, 在有阻尼时, 曲线的峰值并不是恰好出现在 $\omega = p$ 的共振点处, 而是阻尼越大, 出现越早。对式(1-19)求极值, 当 $\omega = \sqrt{p^2 - 2n^2}$ 时, 振幅可达到最大值。在阻尼较小时, 通常可近似地认为在 $\omega = p$ 时振幅最大。

在远离共振点处, 即 $\omega \gg p$ 时, 不论阻尼大小振幅都很小, 可以忽略不计, 这也为减振、隔振提供了一条途径。

现在讨论相位差 ϕ , 它可以改写成如下形式:

$$\phi = \arctan \frac{2\xi\lambda}{1 - \lambda^2} \tag{1-20}$$

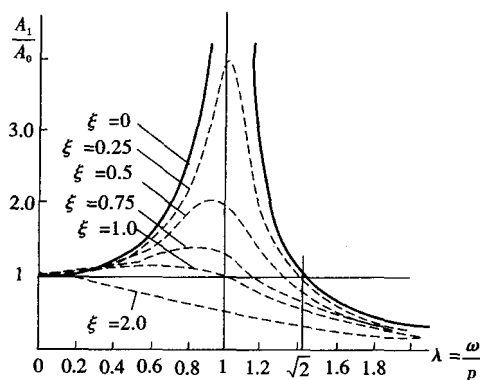


图 1-12 幅频特性曲线

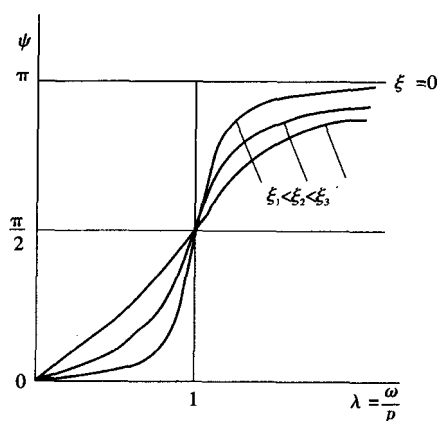


图 1-13 相频曲线

图 1-13 表示相位差 ψ 随 ω/p 变化的规律。在无阻尼($\xi=0$)强迫振动时,位移振幅和激振力矩(或力)幅之间的相位差只有 0 和 π 两种情况。它和激振力矩(或力)幅之间的相位差由式 (1-20) 决定,即

$$\frac{\omega}{p} = 0 \quad (\psi = 0)$$

$$0 < \frac{\omega}{p} < 1 \quad (0 < \psi < \frac{\pi}{2})$$

$$\frac{\omega}{p} = 1 \quad (\psi = \frac{\pi}{2})$$

$$1 < \frac{\omega}{p} < \infty \quad (\frac{\pi}{2} < \psi < \pi)$$

$$\frac{\omega}{p} = \infty \quad (\psi = \pi)$$

并且,阻尼与相位差的关系是当 $\frac{\omega}{p} < 1$ 时, ξ 越大,则 ψ 越大;当 $\frac{\omega}{p} > 1$ 时, ξ 越大,则 ψ 越小。但是,无论阻尼大小,在 $\omega = p$ 时, ψ 总等于 $\pi/2$ 。

1.1.7 激振力矩和阻尼力矩的功

激振力矩(或力)是指外界作用于振动系统的周期性变化的力矩(或力)。阻尼力矩(或力)是系统以外的某些介质,例如空气、水、油类或其他黏性介质对系统振动产生的阻尼,称为黏性阻尼或质量阻尼。此外,还有振动时材料变形产生的滞后阻尼,又称为内阻尼。这里只讨论简谐激振力矩(或力)以及和振动速度一次方成正比的阻尼力矩(或力)的功的基本概念。

前已述及阻尼使自由振动衰减而消失,但有阻尼强迫振动却能持续不衰。这是因为外界激振力矩(或力)做功,向系统输入能量以抵消阻尼所消耗的能量,只要激振力矩存在,强迫振动就持续不衰。所以激振力矩的功和阻尼力矩的功与强迫振动的振幅有着重要关系。

1. 激振力矩的功

设作用于某质量上的简谐激振力矩

$$T = M \sin \nu \omega t$$

即激振力矩的频率为 $\nu \omega$ 。又假设该质量的扭振方程为

$$\phi = A \sin (n \omega t - \psi)$$

即假设扭振频率为 $n \omega$,与激振力矩的相位差为 ψ 。于是激振力矩所做的功

$$\begin{aligned} W_M &= \int T d\phi = \int M \sin \nu \omega t d[A \sin (n \omega t - \psi)] \\ &= M A n \left[\cos \psi \int \sin \nu \omega t \cos n \omega t d(\omega t) + \sin \psi \int \sin \nu \omega t \sin n \omega t d(\omega t) \right] \end{aligned} \quad (1-21)$$

其中激振力矩的周期为 $\frac{2\pi}{\nu \omega}$,扭振的周期为 $\frac{2\pi}{n \omega}$,两个周期的最小公倍数为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \nu \frac{2\pi}{\nu \omega} = n \frac{2\pi}{n \omega}$$

式(1-21)中,在整个周期对 ωt 积分,即从 0 到 2π 积分,当 $n \neq \nu$,即激振力矩的频率与振动频率不相等时,有