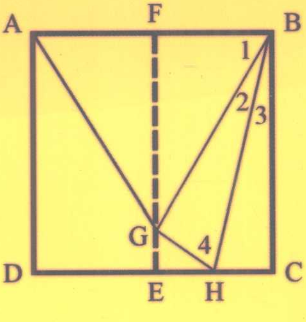
小学奥数典型题详解

李传珠 李屹阳 席江山/编著



◎新思维解题
◎名家指点
◎一题多解

新时代出版社
New Times Press

责任编辑：王　栋
责任校对：钱辉玲
封面设计：付卫强

一条通向成功的捷径

视角新颖　内容充实　系统有序

▶上架建议：小学教辅◀
http://www.ndip.cn
ISBN 978-7-5042-1117-0
9 787504 211170 >
定价：29.00元

小学奥数典型题详解

李传珠　李屹阳　席江山　编著

新时代出版社
·北京·

图书在版编目(CIP)数据

小学奥数典型题详解 / 李传珠,李屹阳,席江山编著.
北京：新时代出版社,2009.1
ISBN 978-7-5042-1117-0

Ⅰ.小… Ⅱ.①李…②李…③席… Ⅲ.数学课—小学—解题 Ⅳ.G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 179246 号

※

新时代出版社出版发行
(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)
北京奥鑫印刷厂印刷
新华书店经售

*

开本 880×1230 1/32 印张 19⅞ 字数 577 千字
2009 年 1 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—5000 册 定价 29.00 元

国防书店:(010)68428422 发行邮购:(010)68414474
发行传真:(010)68411535 发行业务:(010)68472764

作者简介

李传珠，男，汉族，1936 年 12 月 24 日出生于山东省阳谷县，1964 年毕业于唐山铁道学院工程系. 曾任铁道部科学研究院西北分院黄土研究室副主任，冻土研究室副主任、主任，滑坡研究室副主任、主任，锚固和文物加固中心主任等职务. 现为中铁西北科学研究院研究员、资深专家. 从 1996 年 2 月起，享受国务院特殊津贴. 现任甘肃省文物局专家组专家、国家文物局专家库专家、中国岩石力学与工程学会理事、中国科学技术协会咨询中心滑坡防治技术组专家. 曾主持国家级课题 2 项、省部级课题 4 项、国家重点项目 5 项、省级重点项目 10 余项. 先后获铁道部科技进步二等奖两项、茅以升科技奖一项，获铁道部科学研究院及甘肃省科技开发二等奖各两项. 发表论文 20 余篇，与王恭先研究员等人合写了《滑坡学与滑坡防治技术》专著. 1984 年至 1988 年主持研究了铁道部部级课题《预应力锚索抗滑桩》，其课题成果开创了我国用预应力锚索桩结构治理滑坡的先河，并首先将预应力锚索技术应用于我国的石窟加固工程上. 在业余时间，深入研究小学数学，以不同的视角、开阔的思维，打破传统，对 30 余种不同类型的上千道数学题目给出了多种崭新的解法.

李屹阳，男，汉族，1993年11月13日出生于甘肃省兰州市，系甘肃省兰州市树人中学初中二年级学生，曾获小学四年级、六年级全国英语竞赛二等奖，甘肃省小学夏令营数学竞赛三等奖.

席江山，男，汉族，1996年2月3日出生于甘肃省兰州市，现为北京市朝阳区外国语学校初中一年级学生，曾获第四届、第六届小学希望杯全国数学邀请赛五年级、六年级三等奖，被授予铜牌.

序

(1) 开发广大青少年的思维，培养他们观察、分析、判断和解决问题的能力，是本书的宗旨. 对每一道题，对每一个类型的题，都力求从不同的视角去分析、判断，揭示问题的本质和不同类型的题之间存在的有机联系和共性，给出尽量多的解法，从而达到更深刻地认识和理解问题实质的目的，达到开发和锻炼广大青少年思维能力的目的，而不只是仅仅会做某道题，这也是本书有别于其他书的最大特点和精华所在.

有比较才有鉴别，为便于读者了解该书的特点，下面给出几个常见题的不同解法，读者虽然不能通过几个例题全面了解此书的特点，但也可以有初步的认识.

例 1 已知鸡兔头数之和为 60，足数之和为 200，问鸡兔各有多少只?

解法 1：这是一道典型的鸡兔算题，至今各书仍采用传统解法.

假设 60 全为兔或全为鸡，进而先求出鸡或兔的头数，如假设 60 只全为兔，则鸡的头数为 $(4\times60-200)\div(4-2)=20$(头)；兔的头数为 $60-20=40$(头).

解法 2：按倍数问题解.

鸡兔问题，从实质上讲，是一个倍数问题，鸡兔足数之和实为鸡的头数的 2 倍加兔的头数的 4 倍，所以兔的头数为：$200\div2-60=40$(只)；鸡的头数为 $60-40=20$(只).

概念清晰，解法简单.

解法 3：用混合比法解此题.

鸡、兔平均每只有 $\frac{200}{60}=\frac{10}{3}$ 个足，鸡增加的足数必然等于兔损失的足数，所以鸡兔头数之比为 $\left(4-\frac{200}{60}\right):\left(\frac{200}{60}-2\right)=1:2$，鸡的头数为

$60 \times \frac{1}{1+2} = 20$ 头，兔的头数为 $60 - 20 = 40$(头).

例 2　甲、乙二人同时自扶梯的底部向上走，到达扶梯顶部时，分别用了 12 分钟和 7 分钟，已知在扶梯静止时，甲每分钟行 44 个台阶，乙每分钟行 64 个台阶，问扶梯运行的速度和台阶数是多少？

解：这道题属于延伸性的牛吃草问题，其解法有：

解法 1：按牛吃草问题解.

$\frac{44}{64} = \frac{132}{192}$，$\frac{7}{12} = \frac{112}{192}$，因此 $\frac{44}{64} > \frac{7}{12}$，可以断定人与扶梯运动方向相反，为逆行.

视甲、乙每分钟行的台阶数为牛的头数，扶梯运行的速度为草场每分钟长的草数，甲、乙从扶梯底部行至顶部所用的时间分别为 44 头牛和 64 头牛吃完草场的草所用的时间，则根据牛吃草问题的传统解法有：

扶梯运行的速度为 $(44 \times 12 - 64 \times 7) \div (12 - 7) = 16$ 个台阶/分钟；

扶梯的台阶数为 $(44 - 16) \times 12 = 336$ 个台阶或 $(64 - 16) \times 7 = 336$ 个台阶.

解法 2：牛吃草问题可用分数原理解.

分数 $\frac{44}{64}$ 的分子、分母同时减去扶梯运行的速度，得到的新分数为 $\frac{7}{12} = \frac{28}{48}$，分母与分子之差不变，$64 - 44 = 48 - 28 = 20$，因此扶梯运行的速度为 $44 - 28 = 16$ 个台阶/分钟或 $64 - 48 = 16$ 个台阶/分钟.

扶梯的台阶数为 $(44 - 16) \times 12 = 336$ 个台阶，或 $(64 - 16) \times 7 = 336$ 个台阶.

解法 3：此题也可视为行程问题.

甲和扶梯的速度之差与乙和扶梯的速度之差的比为 7∶12，甲和扶梯的速度之差比乙和扶梯的速度之差少 $64 - 44 = 20$ 个台阶/分钟，因此甲和扶梯的速度差为 $(64 - 44) \div (12 - 7) \times 7 = 28$ 个台阶/分钟，扶梯运行的速度为 $44 - 28 = 16$ 个台阶/分钟，扶梯的台阶数为 $(44 - 16) \times 12 = 336$ 个台阶，或 $(64 - 16) \times 7 = 336$ 个台阶.

例 3　用一根绳子测井深，若将绳子 2 折测井的深度，则余 4 米；

若将绳5折测井的深度，则缺2米，问井深、绳长各是多少米？

解：这是一道经典数学题，可用不同的方法求解.

解法1：按分倍问题解.

绳长的$\frac{1}{2}$比绳长的$\frac{1}{5}$多$2+4=6$(米)

绳长为$(2+4)\div\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)=20$(米)

井深为$20\div2-4=6$(米)

解法2：按盈亏问题解.

视绳长为“苹果数”，井深为人数

井深为$(4\times2+2\times5)\div(5-2)=6$(米)

绳长为$6\times2+4\times2=20$米或$6\times5-5\times2=20$(米)

解法3：按倍数问题解.

井深的5倍比井深的2倍多$4\times2+5\times2=18$(米)

因此井深为$(4\times2+5\times2)\div(5-2)=6$(米)

绳长为$6\times2+4\times2=20$(米)或$6\times5-2\times5=20$(米)

解法4：用数论知识解.

2和5是绳长的约数，2和5的最小公倍数为$[2,5]=10$，绳长能被10整除，可能的数有10,20,30…，根据题意，显然绳长为20米符合题意，井深为$20\div2-4=6$(米)或$20\div5+2=6$(米).

例4　父年为子年的7倍，5年后父年为子年的4倍，问父、子现年各多少岁？

解：这是年龄问题中经典的一道题，各书多用一种传统方法解，该题虽然归纳到倍数题类型中，其实可用多种方法解.

解法1：若父年增加$5\times7=35$(岁)，则5年后父年仍为子年的7倍，但实际上5年后父年只增加了5岁，少增加了$5\times7-5=30$(岁)，倍数减少了$7-4=3$倍，因此5年后子年为$(5\times7-5)\div(7-4)=10$(岁)，子现年为$10-5=5$(岁)，父现年为$5\times7=35$(岁).

这是传统的解法.

解法2：由后向前推.

由5年后退到现在，子年减少了5岁，父年若减少$5\times4=20$(岁)，

则退回到现年，父年仍为子年的4倍，但父年仅减少了5岁，少减了$5\times4-5=15$（岁），所以倍数增加了$7-4=3$倍.

子现年为$(5\times4-5)\div(7-4)=5$（岁），父现年为$5\times7=35$（岁）.

解法3：父子年龄差不变.

父子年龄差为子现年的$(7-1)\div1=6$倍，5年后父子年龄差为子年的$(4-1)\div1=3$倍，5年后子年是现年的$6\div3=2$倍.

子现年为$5\div(2-1)=5$（岁），父现年为$5\times7=35$（岁）.

解法4：设子现年为单位1，则父现年为7个单位.

父子现年之比为7:1，5年后，父子年龄之比为$4:1=8:2$，5年后各增加了$8-7=1$个单位或$2-1=1$个单位，年龄各增加了5岁.

因此子现年为$5\div(8-7)=5$（岁），或$5\div(2-1)=5$（岁），父现年为$5\times7=35$（岁）.

解法5：父子年龄差不变，但年龄和5年后比现在增加了$5\times2=10$岁，$7-1=6$，要使年龄差不变，分数$\frac{1}{4}$应变形为$\frac{1}{4}=\frac{2}{8}$，$8-2=7-1=6$，要使母子和相差10，两个分数的分子、分母应同时乘以$10\div[(2+8)-(1+7)]=5$，$\frac{1\times5}{7\times5}=\frac{5}{35}$，子现年为5岁，父现年为35岁.

解法6：用数论知识解.

父子现在的年龄之和是$7+1=8$的倍数，是偶数；5年后父子年龄之和是$4+1=5$的倍数，比现在的父子年龄之和多$5+5=10$（岁），10为偶数，偶数加偶数，其和仍为偶数，因此5年之后的父子年龄之和的尾数一定为0，从而知父子现在的年龄之和一定为10的倍数，如上所述，并为8的倍数，即同时能被8和10整除，$[8,10]=40$，因此父子现在的年龄和可能的值有40、80、120，其中只有40符合题意.

子现年为$40\div(1+7)=5$（岁），父现年为$5\times7=35$（岁），父子现年之比为$35:5=7:1$，5年之后父子年龄之比为$(35+5):(5+5)=4:1$，符合题意.

例5　有一个分数，它的分子加3，约分后为$\frac{7}{10}$；若分母减3，约分后为$\frac{2}{3}$，问这个分数是多少？

解法1:用数论知识解.

由两个分数的分母分别是10和3知,原分数的分母应为10和3的倍数,10和3的最小公倍数为$[3,10]=30$,若原分数的分母为30,原分数的分子加3后,约分前应为$7\times(30\div10)=21$,新分数约分前为$\frac{21}{30}$,约分后为$\frac{7}{10}$. 原分数为$\frac{21-3}{30}=\frac{18}{30}$,若分母减3,约分前新分数为$\frac{18}{30-3}=\frac{18}{27}$,约分后为$\frac{2}{3}$,符合题意,所以原分数为$\frac{18}{30}$.

解法2:按分倍问题解.

原分数分母减3,约分后得到新分数$\frac{2}{3}$,若原分数分子加$3\times\frac{2}{3}=2$,约分后得到的新分数也应为$\frac{2}{3}$,分母减3与分子加$3\times\frac{2}{3}=2$的效果相同,即原分数的分子加3,可得到新分数$\frac{7}{10}$;分子加$3\times\frac{2}{3}=2$,可得到新分数$\frac{2}{3}$,所以原分母为$\left(3-3\times\frac{2}{3}\right)\div\left(\frac{7}{10}-\frac{2}{3}\right)=30$,原分数的分子为$30\times\frac{7}{10}-3=18$,原分数为$\frac{18}{30}$.

解法3:原分数的分子加3后得到一个新分数,原分数的分母减3后得到另一个新分数. 这两个新分数在约分前应满足两个条件:

(1) 两个分数的分母与分子之差相等;

(2) 两个分数的分母与分子之和相差$3+3=6$,约分后,两个分数分别为$\frac{7}{10}$和$\frac{2}{3}$,分数$\frac{7}{10}$的分母、分子之差为$10-7=3$,分数$\frac{2}{3}$的分母、分子差为$3-2=1$,为了满足第一个条件,首先应将分数$\frac{2}{3}$的分子、分母都乘以$3\div1=3$,得分数$\frac{2\times3}{3\times3}=\frac{6}{9}$,$9-6=3$,分数$\frac{7}{10}$的分母、分子和为$7+10=17$,分数$\frac{6}{9}$的分母、分子和为$9+6=15$,相差$(17-15)=2$,$6\div2=3$,为满足条件(2),分数$\frac{7}{10}$和分数$\frac{6}{9}$的分子和分母都应分别乘以3,得到的两个

分数即为原分数的分子加 3 得到的新分数和分母减 3 得到的新分数；$\frac{7\times3}{10\times3}=\frac{21}{30}$，$\frac{6\times3}{9\times3}=\frac{18}{27}$，原分数为$\frac{21-3}{30}=\frac{18}{30}$，或$\frac{18}{27+3}=\frac{18}{30}$.

解法 4：原分数的分母减 3 与分子加 $3\times\frac{2}{3}=2$，都可以得到新分数$\frac{2}{3}$，因此分数$\frac{7}{10}$和$\frac{2}{3}$在约分前分母相同，分子相差 $3-2=1$，将分数$\frac{7}{10}$和$\frac{2}{3}$通分即可得到原分数分子加 3 和分子加 2 后在约分前的两个新分数$\frac{7}{10}=\frac{21}{30}$和$\frac{2}{3}=\frac{20}{30}$. 原分数的分母为 30，分子为 $21-3=18$，或 $20-2=18$，即原分数为$\frac{18}{30}$.

例 6　有一牧场，每天都生长相同数量的草，若放 50 头牛，则 9 天吃完牧场的草；若放 40 头牛，则 12 天吃完，问若放 30 头牛，则多少天吃完？

解法 1：各书采用的传统解法.

设每头牛每天吃 1 个单位的草，则 50 头牛 9 天共吃草 $1\times50\times9=450$；40 头牛 12 天共吃草 $1\times40\times12=480$；草场每天长草 $(480-450)\div(12-9)=10$，草场原来有草 $1\times50\times9-10\times9=360$，或 $1\times40\times12-10\times12=360$，若放 30 头牛，则可吃 $360\div(1\times30-10)=18$(天).

解法 2：根据分数原理理解.

一个分数，分母、分子减去同一个数，分母与分子之差不变，因草场原来草的数量相同，每天生长的草的数量相同，所以不同数量的牛每天吃的草数减去草场每天生长的草数之比等于它们吃的天数的反比. 设每头牛每天吃 1 个单位的草，草场每天生长若干个单位的草，则分数$\frac{40}{50}$的分母、分子减去每天长的草之后，得到一个新分数$\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$，原分数分母、分子之差为 $50-40=10$，新分数$\frac{3}{4}$的分母、分子之差为 $4-3=1$，由分母、分子之差不变原理知，分数$\frac{3}{4}$应被 $10\div1=10$ 约过分，$\frac{3}{4}$在约分前为$\frac{3\times10}{4\times10}=\frac{30}{40}$，草场每天长草 $40-30=10$，或 $50-40=10$ 个单位，草

场原来有草 $1\times50\times9-10\times9=360$,或 $1\times40\times12-10\times12=360$,可供 30 头牛吃 $360\div(30-10)=18$(天).

解法 3:按倍数问题解.

设每头牛每天吃 1 个单位的草,40 头牛每天吃的草数与牧场每天长的草数之差和 50 头牛每天吃的草数与牧场每天长的草数之差的比为 $9:12=3:4$.

50 头牛每天吃的草数与牧场每天长的草数之差比 40 头牛每天吃的草数与牧场每天长的草数之差多 $50-40=10$ 个单位,所以 40 头牛每天吃的草数比牧场每天长的草多 $10\div(4-3)\times3=30$ 个单位,牧场每天长草 $40-30=10$ 个单位,草场原来有草 $(40-10)\times12=360$ 个单位,可供 30 头牛吃 $360\div(30-10)=18$(天).

等等,不再枚举,总之,对于同一个题,从不同的视角去观察、分析、思考,更深刻地揭示它的本质,开发出更多的解法,以达到开发思维、提高读者分析能力的目的. 作者出书的宗旨不局限于教会读者做一些题,关于小学奥数方面的书已经很多了,作者无意充数,孜孜以求的是开拓广大青少年的思维能力,同时为把我国的小学奥数事业推向更高的水平而尽绵薄之力.

(2) 本着见多才能识广的原则,本书编写了 33 个不同类型的题,共 1387 道,除了大量经典性题外,还编写了一些趣味数学题及少数所谓的偏题、怪题,见偏不偏,见怪不怪,知比不知好,此类题虽不宜多,但不可废.

(3) 该书不是教科书,最基本的知识,比较简单的题,应在课堂上由老师教给学生. 该书适用于小学四年级至六年级的学生、小学数学教师、部分学生家长及数学奥林匹克学习班师生使用,有意加大了题的深度和难度,旨在提高读者的综合数学素质,考虑到初学者的水平不同和循序渐进的原则,在部分类型题的前面,对基本概念做了明确阐述,编写了相应的题目,延伸性的、难度较大的题放在后面,总体上还是由浅入深,循序渐进.

谨献给广大青少年和尊敬的小学教师!

李传珠

2007 年 10 月 10 日于兰州

目 录

一、数的奇偶性和连续数问题

1. 两个奇数之和是______数;两个奇数之差是______数;两个奇数之积是______数;若一个奇数能被另一个奇数整除,商是______数.

解:两个奇数之和是偶数;两个奇数之差是偶数;两个奇数之积是奇数;若一个奇数能被另一个奇数整除,则商是奇数.

2. 两个偶数之和是______数;两个偶数之差是______数;两个偶数之积是______数;若一个偶数能被另一个偶数整除,商是______数,或是______数,并举例说明.

解:两个偶数之和及两个偶数之差均为偶数;两个偶数之积是偶数;若一个偶数能被另一个偶数整除,则商是偶数或奇数,例如,$16 \div 4 = 4$,商为偶数;而$24 \div 8 = 3$,商为奇数.

3. 奇数个奇数之和是______数;偶数个奇数之和是______数;奇数个奇数之积是______数;偶数个奇数之积是______数.

解:奇数个奇数之和是奇数;偶数个奇数之和是偶数;奇数个奇数之积和偶数个奇数之积均是奇数.

4. 在 1 ~ 20 的自然数中,有几个奇数?几个偶数?偶数之和与奇数之和的差是多少?

解:在 1 ~ 20 的自然数中,奇数和偶数各 10 个,偶数之和与奇数之和的差等于 $1 \times 10 = 10$.

5. 在 1 ~ 21 的自然数中,奇数之和与偶数之和的差是多少?

解:在 1 ~ 20 的自然数中,奇数之和比偶数之和少 $1 \times 10 = 10$,所以在 1 ~ 21 的自然数中奇数之和比偶数之和多:

$21-1\times10=11$

或$(1+21)\times\frac{11}{2}-(2+20)\times\frac{10}{2}=11$

6. 在 1 ~51 的自然数中,有多少个数能分别被 2、3、7 整除? 多少个数能同时被 2、3、7 整除?

解:在 1 ~51 的自然数中,共有 25 个偶数,所以能被 2 整除的数有 25 个;

$51\div3=17$,能被 3 整除的数有 17 个;

$51\div7=7\cdots2$,能被 7 整除的数有 7 个;

因 2、3、7 都为质数,能同时被 2、3、7 整除的数为 3 个数的公倍数,它们的最小公倍数为$[2,3,7]=42$,所以能同时被 2、3、7 整除的数为 42,只有一个.

7. 有 5 个连续偶数,其中最大数是最小数的 3 倍,求这 5 个连续偶数.

解:这 5 个连续偶数,相邻两数之差为 2,所以最大数与最小数之差为$2\times(5-1)=8$,最小数为$8\div(3-1)=4$,这 5 个数是 4,6,8,10,12.

8. 有 7 个连续奇数,其中第 7 个奇数是第 2 个奇数的 3 倍,求这 7 个数.

解:这 7 个连续奇数,相邻两数之差为 2,第 7 个奇数比第 2 个奇数多$2\times5=10$,所以第 2 个奇数为$10\div(3-1)=5$,这 7 个数是:3,5,7,9,11,13,15.

9. 有 3 个相邻奇数,其积是 6 位数$\overline{492xy3}$,求这 3 个数.

解法 1:3 个奇数为十位数,而且十位数字不能全为 7,因为十位数字为 7 的最大的 3 个连续奇数之积$79\times77\times75=456225<\overline{492xy3}$,同时 3 个奇数的十位数字也不能全为 8,因为十位数字为 8 的最小的 3 个连续奇数之积为$81\times83\times85=571455>\overline{492xy3}$,所以十位数字应为 8 或 7,可能只有 1 个 8,因为 571455 与$\overline{492xy3}$的差大于$\overline{492xy3}$与