中华人民共和国第一机械工业部统编

机械工人技术培训教材

数　学

科 学 普 及 出 版 社

中华人民共和国第一机械工业部统编

机械工人技术培训教材

数　学

（中　级　本）

科学普及出版社

本书是中华人民共和国第一机械工业部统编的机械工人技术培训教材基础理论之一，适用于初中毕业文化程度的热加工工种职工学习。课本中注意选择了本工种的有关例题和习题。全书共分九章，主要内容包括：集合与函数，幂函数、指数函数、对数函数、三角函数，坐标法，二次曲线，空间图形，排列、组合，概率统计初步及电子数字计算机简介等。为了便于职工学习，书后附有两个附录：附录一为复习资料，附录二为数学用表。带有*号的是选学内容，各章都配有内容小结及适量的习题，在书末还附有复习题答案。

本书由宁江机床厂技工学校朱静华同志编写，承成都第一机械工业学校巫大威、蒋明耀、黄菁君三位同志审查和修改。

[illegible]紫门院公园内）

新华[illegible]所发行　[illegible]新华书店经售

[illegible]北省新华印[illegible]刷

*

开本：787×1092毫米 1/16 印张：17　字数：394千字

1982年9月第1版　1982年9月第1次印刷

印数：1—115,000 册　定价：1.60 元

统一书号：15051·1037　本社书号：0524

对广大工人进行比较系统的技术培训教育，是智力开发方面的一件大事，是一项战略性的任务。有计划地展开这项工作，教材是个关键，有了教材才能统一培训目标，统一教学内容，才能逐步建立起比较正规的工人技术教育制度。

教材既是关键，编写教材就是一件功德无量的事。在教材行将出版之际，谨向为编写这套教材付出辛勤劳动的同志们致以敬意！

第一机械工业部第一副部长 杨铿

一九八二年元月

前　言

为了更好地落实中共中央、国务院《关于加强职工教育工作的决定》，对工人特别是青壮年工人进行系统的技术理论培训，以适应四化建设的需要，现确定按初级、中级、高级三个培训阶段，逐步地建立工人培训体系，使工人培训走向制度化、正规化的轨道，以期进一步改善和提高机械工人队伍的素质。为此，我们组织了四川省、江苏省、上海市机械厅（局）和第一汽车厂、太原重型机器厂、沈阳鼓风机厂、湘潭电机厂，编写了三十个通用工种的初级、中级的工人技术培训教学计划、教学大纲及其教材，作为这些工种工人技术理论培训的统一教学内容。

编写教学计划、教学大纲及其教材的依据，是一机部颁发的《工人技术等级标准》和当前机械工人队伍的构成、文化状况及培训的重点。初级技术理论以二、三级工"应知"部分为依据，是建立在初中文化基础上的。它的任务是为在职的初级工人提供必备的基础技术知识，指导他们正确地使用设备、工夹具、量具，按图纸和工艺要求进行正常生产。中级以四、五、六级工"应知"部分为依据，并开设相应的高中文化课，在学完了初级技术理论并具有一定实践经验的工人中进行。它的任务是加强基础理论教学，使学员在设备、工夹具、量具、结构原理、工艺理论、解决实际问题和从事技术革新的能力上有所提高（高级以七、八级工"应知"部分为依据，这次未编）。编写的教材计有：车工、铣工、刨工、磨工、齿轮工、镗工、钳工、工具钳工、修理钳工、造型工、化铁工、热处理工、锻工、模锻工、木模工、内外线电工、维修电工、电机修理工、电焊工、气焊工、起重工、煤气工、工业化学分析工、热工仪表工、锅炉工、电镀工、油漆工、冲压工、天车工、铆工等工艺学教材和热加工的六门基础理论教材：数学、化学、金属材料及其加工工艺、机械制图、机械基础、电工基础。

在编写过程中，注意了工人培训的特点，坚持了"少而精"的原则。既要理论联系生产实际，学以致用，又要有理论的高度和深度；既要少而精，又要注意知识的科学性、系统性、完整性；既要短期速成，又要循序渐进。在教学计划中对每个工种的培养目标，各门课程的授课目的，都提出了明确的要求，贯彻了以技术培训为主的原则。文化课和技术基础课的安排，从专业需要出发，适当地考虑到今后发展和提高的要求，相近工种的基础课尽量统一。

这套教材的出版，得到了有关省、市机械厅（局）、企业、学校、研究单位和科学普及出版社的大力支持，在此特致以衷心的感谢。

编写在职工人培训的统一教材，是建国三十年来第一次。由于时间仓促，加上编写经验不足，教材中还难免存在缺点和错误。我们恳切地希望同志们在试行中提出批评和指正，以便进一步修改、完善。

第一机械工业部工人技术培训教材编审领导小组

一九八一年十二月

目　　录

附录二　数学用表

第一章　集合与函数

第一节　集　合

一、集　合

（一）集合的概念

集合，也简称集，是作为一个整体来看的一些具有某种特性的事物的总体。构成集合的各个事物称为这个集合的元素．例如，正整数的全体是正整数集合，每一个正整数就是这个集合的元素；某工段的全体职工就是这个工段人员的集合，每一个职工就是这个集合的元素。

集合是数学中的一个基本概念．有两点我们必须明确：

1．在同一个集合中，组成这个集合的所有元素是不同的；且不考虑元素间的顺序．例如，由1、2、3、4所表示的集与由4、3、2、1所表示的集是相同的集．又1、3、3表示的集应表示为1、3所表示的集．

2．一个事物是不是某集合中的元素，是完全可以根据这个集合的元素所具有的某种特性加以判定的。例如由自然数1、2、3组成的一个集合，我们容易判明1、2、3是这个集合的元素，而$\frac{1}{2}$，4等数列则不属于这个集合。

（二）集合中常用的符号

我们通常用大写字母A，B，C，…表示集合，用小写字母a，b，c，…表示集合的元素．又用：

$a \in A$（读作a属于A），表示a是集A的元素．

$a \notin A$（读作a不属于A），表示a不是集A的元素．

我们常见的集合有：

1．自然数集合（常用N表示）；

2．整数集合（常用I表示，正整数集用I^{+}表示，负整数集用I^{-}表示）；

3．有理数集合（常用Q表示）；

4．实数集合（常用R表示）．

集合中包含的元素有多有少。我们把包含有限个元素的集合称为有限集合；否则称为无限集合。如介于90与100之间的偶数集合是个有限集合，上面的四个集合都是无限集合。一个集合也可以仅包含一个元素，这样的集合称为单元素集合。不包含任何元素的集合称为空集，常用$\varnothing$表示。

为了概念上的清晰，一般用列举法和特征法来描述集合。

列举法　就是把属于某集合的元素全部写出来，并记在｛　｝内。例如介于90与100之间的偶数集合写成：

$$A=\{92, 94, 96, 98\}$$

这种方法比较清楚，一看就知道这个集合包含哪些元素。但是，这种方法并不是总能办到的，如自然数集合我们就不可能把所有的自然数都写出来。

特征法　是把集合中所包含的元素的特性，用描述性的短语或数学表达式写在｛　｝内，表示出来。如自然数集合可以表示成

$$B=\{n \mid n \in N\}$$

介于90与100之间的偶数集可以写成

$$A=\{2n \mid n \in N, 45<n<50\}$$

由单元素 a 所组成的集写成 $C=\{a\}$，空集 $\varnothing$ 也可写成 $\varnothing=\{\quad\}$。

练习

1．（口答）说出下列各集合里的元素。

（1）｛与 2 相差 3 的数｝；

（2）｛大于 3 小于11的偶数｝；

（3）｛一年中有30天的月份｝。

2．把下列各集合用另一种方法表示：

（1）$P=\{2, 4, 6, 8, 10\}$；

（2）｛熔制高级铸铁的标准成分｝。

3．在__处填上符号 $\in$ 或 $\notin$：

$$1\_N,\quad 0\_N,\quad -3\_N,\quad \sqrt{2}\_N,$$
$$1\_I,\quad 0\_I,\quad -3\_I,\quad \sqrt{2}\_I,$$
$$1\_R,\quad 0\_R,\quad -3\_R,\quad \sqrt{2}\_R.$$

二、子集、交集、并集、补集

（一）子集

对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么，集合 A 就叫做集合 B 的子集，表示为

$$A \subseteq B \quad 或 \quad B \supseteq A$$

读作“A 包含于 B”，或“B 包含 A”。

例如　$A=\{2, 3, 6\}$，

　　　$B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

则有　　$A \subseteq B$　或　$B \supseteq A$，即 A 是 B 的子集。

如果 A 是 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 就叫做集合 B 的真子集，表示为

$$A \subset B \quad 或 \quad B \supset A.$$

例如，N 是 I^{+} 的子集，但不是它的真子集；N 是 R 的子集，也是 R 的真子集。

我们规定空集是任何集合的子集。也就是说，对于任何集合 A，

$$\varnothing \subseteq A.$$

任何一个集合也是它本身的子集。

例1　写出$\{a, b\}$的所有子集。

解　$\{a, b\}$的所有子集是：$\varnothing$、$\{a\}$、$\{b\}$和$\{a, b\}$.

对于两个集合A、B，如果$A\subseteq B$，同时$B\subseteq A$，那么，集合A和集合B就相等，表示为

$$A = B$$

读作“集合A等于集合B”。

例如，A是方程$x^2+3x+2=0$的根的集合，即$A=\{x \mid x^2+3x+2=0\}=\{-1,-2\}$，$B=\{-1,-2\}$，则$A=B$。

（二）交集

对于A与B两个集合，把同时属于A和B的所有元素所组成的集合叫做A与B的交集，记为$A\cap B$（读作“A交B”）即$A\cap B=\{x \mid x\in A$且$x\in B\}$。

例如：A =｛模具工段技术知识考核成绩在70分以上的成员｝，

B =｛模具工段操作技能考核成绩在70分以上的成员｝，

C =｛模具工段技术知识和操作技能考核成绩都在70分以上的成员｝，

D =｛模具工段技术知识或操作技能考核成绩在70分以上的成员｝中，集合A、B、C的关系如下：

集合C中的成员必定是集合A的成员，同时又是集合B的成员，所以集合C是集合A与集合B的交集，记作

$$C = A\cap B$$

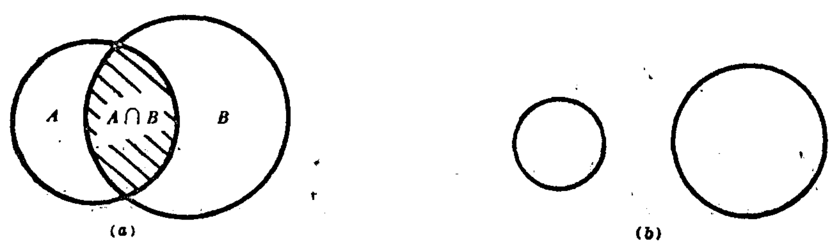


图 1-1

如图1-1a中阴影部分所示。

由集合定义容易知道，对于任何集合A，有

$$A\cap A=A，A\cap\varnothing=\varnothing。$$

一般地，如果A与B没有公共元素则$A\cap B=\varnothing$。如图1-1b。

例2　设A =｛等腰三角形｝，

B =｛直角三角形｝，求$A\cap B$。

解　$A\cap B$ =｛等腰三角形｝∩｛直角三角形｝

=｛等腰同时有一个角是直角的三角形｝

=｛等腰直角三角形｝。

（三）并集

对于A与B两个集合，把属于A或者属于B的所有元素所组成的集合叫做A与B的并

集，记作

$$A \cup B \text{（读作“}A\text{并}B\text{”）}.$$

现在我们再来考察上例中集合A、B和集合D的关系.

容易看出集合D是属于A或者属于B的元素组成的集合。记作

$$D = A \cup B.$$

如图 1－2 中的阴影部分所示。

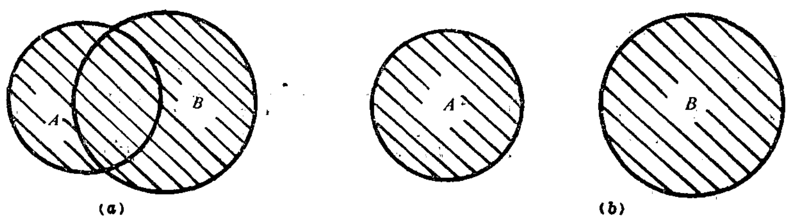


图 1－2

由并集定义容易知道，对于任何集合A，

$$A \cup A = A, \quad A \cup \varnothing = A.$$

例 3 设A＝{锐角三角形}，

B＝{钝角三角形}，求$A \cup B$.

解 $A \cup B$＝{锐角三角形}∪{钝角三角形}

＝{锐角三角形或钝角三角形}

＝{斜三角形}.

（四）补集

在研究集合与集合之间的关系时，这些集合常常是某一个给定集合的子集，这个给定的集合叫做全集. 用符号S表示. 也就是说，全集包含了我们所研究的各个集合的全部元素.

例如，全集$S=\{3, 5, 7, 9, 11, 13\}$

子集$A=\{3, 7, 11, 13\}$

那么，把不属于A的元素组成的集合叫做集合A的补集，表示成$\overline{A}$，则$\overline{A}=\{5, 9\}$.

如果用矩形来表示全集S（图 1－3），矩形中圆内的部分表示S的子集A，那么，矩形中圆外的部分（阴影部分）就是集A的补集$\overline{A}$.

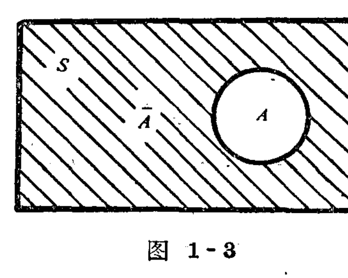


图 1－3

例 4 设S＝{梯形}，A＝{等腰梯形}，求$\overline{A}$.

解 $\overline{A}$＝{不等腰梯形}.

练习

1. 设$A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$，

$B=\{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$，

求（1）$A \cup B$，$A \cap B$；

（2）在__处填上适当的符号（$\supset$，$\subset$）：

$A\cup B$__A，$A\cup B$__B，$A\cap B$__$A\cup B$。

2．设$A=\{$直角三角形$\}$，$B=\{$斜三角形$\}$，求$A\cup B$。

3．设$S=R=\{$实数$\}$，$A=\{$无理数$\}$，求$\overline{A}$。

第二节　函　数

一、单值对应

一般地，已知两个集合A、B，用某种确定关系，使集合A的每个元素与集合B的唯一的元素相对应，这种关系就叫做从集合A到集合B的一对一的单值对应（图 1－4）。按确定的关系对应，通常记为：

$$a\to b$$

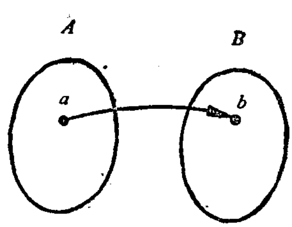


图　1－4

二、函　数

（一）函数的定义

我们在初中已学过正比例函数$y=kx(k\neq0)$，一次函数$y=kx+b(k\neq0)$，反比例函数$y=\frac{k}{x}(k\neq0)$和二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq0)$。

现在我们进一步来研究函数的有关问题。

设在某变化过程中有两个变量x和y，变量y的变化依赖于x。如果对于x的每一个确定的值，按照某个对应关系，y都有唯一的值和它对应，y就叫做x的函数，x的取值范围叫做函数的定义域。和x的值相对应的y的值叫做函数值，函数值的集合叫做函数的值域。

例如，一次函数$y=3x+2$，函数的定义域是R，值域是R，对应关系$x\to y=3x+2$是从R到R的单值对应。

又如，二次函数$y=2x^2+2$。函数的定义域是R，值域是$\{y\mid y\geqslant2,\ y\in R\}$，对应关系$x\to y=2x^2+2$是从$R$到$\{y\mid y\geqslant2,\ y\in R\}$的单值对应。

"y 是 x 的函数"可用记号

$$y=f(x)$$

来表示。括号里的 x 表示自变量，f 表示 y 和 x 之间的对应关系。

x 在定义域中取一个确定的值 a 时，$f(a)$ 就表示对应的函数值。

例如，二次函数 $f(x)=x^2+2x-1$，在 $x=0$，$x=1$，$x=2$ 时的函数值是 $f(0)=-1$，$f(1)=2$，$f(2)=7$。

在同时研究两个或多个函数时，就要用不同的记号表示不同的函数，除 $f(x)$ 外还常用 $F(x)$，$G(x)$ 等记号。

（二）区间概念

在研究函数的性质时常常要用到区间的概念。

设 a，b 是两个实数，而且 $a<b$。

1．满足 $a\leqslant x\leqslant b$ 的实数 x 的全体的集合叫做闭区间，记为 $[a, b]$；

2．满足 $a<x<b$ 的实数 x 的全体的集合叫做开区间，记为 (a, b)；

3．满足 $a\leqslant x<b$ 的实数 x 的全体的集合叫做右开区间，记为 $[a, b)$；

4．满足 $a<x\leqslant b$ 的实数 x 的全体的集合叫做左开区间，记为 $(a, b]$。

全体实数的集合 R，记为 $(-\infty,+\infty)$，"∞"读作无穷大，"$-\infty$"读作负无穷大，"$+\infty$"读作正无穷大。满足 $x\geqslant a$，$x>a$，$x\leqslant b$，$x<b$ 的实数 x 的全体的集合，分别记为 $[a, +\infty)$，$(a,+\infty)$，$(-\infty, b]$，$(-\infty, b)$。

（三）函数的图象

一次函数的图象是一条直线，二次函数的图象是一条平滑的曲线，反比例函数的图象是两条平滑的曲线，函数的图象也可以是一些点或几条线段等，它们都可以用描点法作出来。见图 1－5。

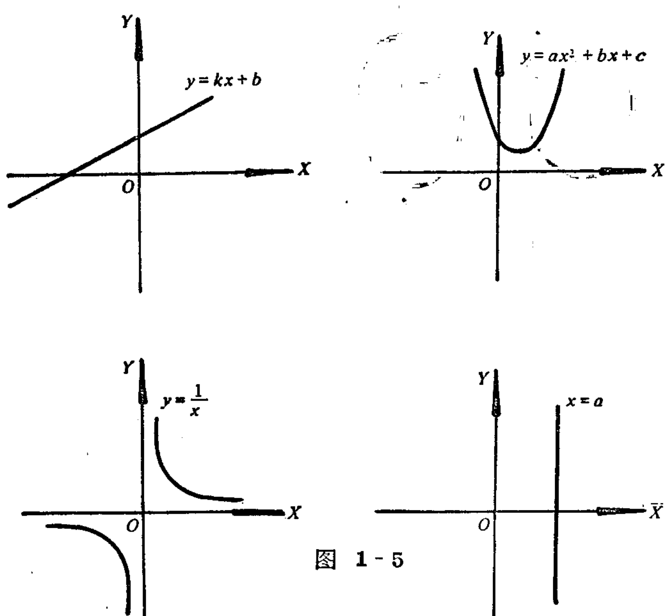


图 1－5

例，某厂加工汽轮机不锈钢叶片，过去一个叶片用钢 x（不超过20）公斤，比现在用钢的 9 倍还多 1 公斤，那么现在加工一个叶片的用钢量（公斤）是

$$y=f(x)=\frac{x-1}{9}.$$

$$x\in(1, 20]$$

这个函数的图象是一条线段，见图 1－6。

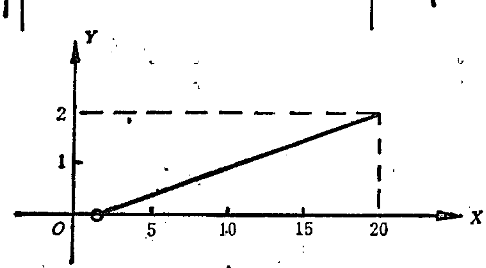


图 1－6

例1 一条钢轨在 0 ℃

时的长度是12.5米，温度每增高1℃，它的长度增加0.14毫米，列出这条钢轨在0℃以上时的长度L（米）和温度t（摄氏度数）之间的函数关系，并求出其定义域。

解 钢轨L（米）和温度t（摄氏度数）之间的关系是

$$L=0.00014t+12.5$$

∵钢的熔点为1300℃，

∴函数L的定义域是$\{t\mid 0°\leqslant t<1300°\}$

当我们所研究的函数$y=f(x)$是用一个式子表示时，如果不加说明，函数的定义域就是指能使这个式子有意义的所有实数x的集合。

例2 求函数$f(x)=\dfrac{1}{x-2}$的定义域。

解 ∵$x-2\neq 0$时，$x\neq 2$

∴函数的定义域是$\{x\mid x\neq 2, x\in R\}$。

例3 求函数$f(x)=\sqrt{3x+2}$的定义域。

解 ∵$3x+2\geqslant 0$时，$x\geqslant -\dfrac{2}{3}$，

∴函数的定义域是$\left[-\dfrac{2}{3}, +\infty\right)$。

例4 求函数$f(x)=\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}+2$的定义域。

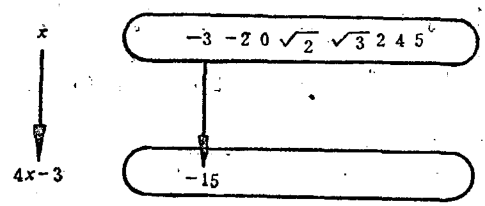
解 ∵使$\sqrt{x+1}$有意义的实数x的集合是$\{x\mid x\geqslant -1\}$，

使$\sqrt{1-x}$有意义的实数x的集合是$\{x\mid x\leqslant 1\}$，

∴函数的定义域是$\{x\mid x\geqslant -1\}\cap\{x\mid x\leqslant 1\}=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 1\}$。

练习

1．已知对应关系：$x\rightarrow y=4x-3$，写出x所对应的数值。



第1题图

2．已知函数$f(x)=3x+5$，$x\in R$，求$f(-3)$，$f(-2)$，$f(0)$，$f(1)$，$f(2)$和函数的值域。

3．已知函数$f(x)=2x^2$，$x\in R$，求$f(0)$，$f(-1)$，$f(1)$，$f(-2)$，$f(2)$和函数的值域。

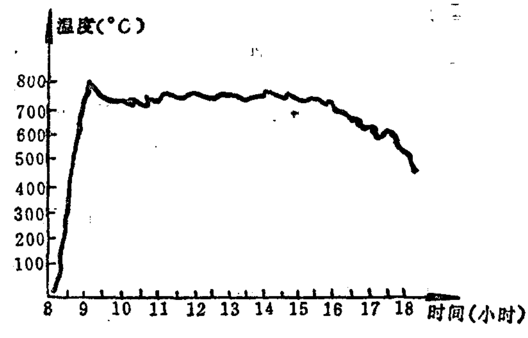
4．求函数的定义域：

（1）$f(x)=\sqrt{1-x}+\sqrt{x+3}-1$；

（2）$f(x)=\sqrt{4x-1}+\sqrt{(2x+1)^2}+3$；

（3）$f(x)=\dfrac{1}{(x-1)^2}+\dfrac{1}{x^2+1}$。

5．右图是一个加热炉内的温度变化的图象，说出：



第5题图

（1）8时至9时，9时至9时半，9

时半至15时半，15时半至18时，各段时间内温度变化的趋势；

（2） 8 时至18时这段时间内的最高温度、最低温度各是多少？

6．100 克水在不同温度下能溶解的硝酸钾的克数如下：

温 度（摄 氏 度 数）	0	20	40	60	80	100
溶 解 量 （克）	13.5	31.5	64	110	169	247

根据上表，画出硝酸钾的溶解量随温度而变化的图象。

三、反函数、互为反函数图象间的关系

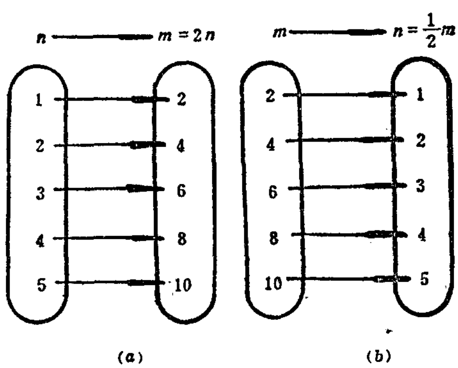


图 1－7

（一）逆对应

看下面的例子（图 1－7）：

容易看出，这两个对应都是从一个集合到另一个集合的一一对应。两图只是在对应的方向上相反，这种方向相反的对应称为逆对应，逆对应是相对的，我们可以把图 a 的对应称作图 b 的逆对应，也可以把图 b 的对应称作图 a 的逆对应。只有一对一的单值对应才可研究它的逆对应。

若设 f 是从集合 A 到集合 B 的一一对应，则对应于 f 的逆对应表示为 f^{-1}。显然 f 也是 f^{-1} 的逆对应。

例如，f： $n \to m=2n+1$，由 $m=2n+1$ 可得 $n=\frac{m-1}{2}$，则 f^{-1}： $m \to n=\frac{m-1}{2}$ 为 f： $n \to m=2n+1$ 的逆对应。

又例如，f： $x \to y=x^2$，使 $\{x \mid x \geqslant 0\}$ 的元素对应于 $\{y \mid y \geqslant 0\}$ 的元素，这个对应是一一对应。由 $y=x^2$，在 $\{x|x \geqslant 0\}$ 时，可得其逆对应为 $x=\sqrt{y}$。则 f^{-1}： $y \to x=\sqrt{y}$ 是 $y=x^2$ 的逆对应。注意：$\{x|x \in R\}$ 时，$x \to y=x^2$ 不属于一对一单值对应，故 $x \to y=x^2$ 没有逆对应关系。

（二）反函数

确定函数 $y=2x+4$ 的对应关系 f： $x \to y=2x+4$，是一一对应，它的逆对应是 f^{-1}： $y \to x=\frac{1}{2}y-2$。f^{-1} 所确定的函数 $x=\frac{1}{2}y-2$ 就叫做函数 $y=2x+4$ 的反函数。

一般地，如果给定函数 $y=f(x)$ 的对应关系 f 是一一对应，那么 f 的逆对应 f^{-1} 所确定的函数 $x=f^{-1}(y)$ 叫做函数 $y=f(x)$ 的反函数。

习惯上自变量用 x 来表示，函数用 y 来表示，因此，函数 $y=f(x)$ 的反函数 $x=f^{-1}(y)$ 通常表示成 $y=f^{-1}(x)$。

在求反函数时，先由 $y=f(x)$ 中解出 $x=f^{-1}(y)$，再改写为 $y=f^{-1}(x)$。

例 求下列函数的反函数：

（1）$y=3x-1$；（2）$y=x^3+1$；

（3）$y=\sqrt[3]{x}+1$；（4）$y=\dfrac{2x+3}{x-1}$。

解 （1）由$y=3x-1$，可得$x=\dfrac{y+1}{3}$，

∴函数$y=3x-1$的反函数是$y=\dfrac{x+1}{3}$；

（2）由$y=x^3+1$，可得$x=\sqrt[3]{y-1}$，

∴函数$y=x^3+1$的反函数是$y=\sqrt[3]{x-1}$；

（3）由$y=\sqrt[3]{x}+1$，可得$x=(y-1)^3$，

∴函数$y=\sqrt[3]{x}+1$的反函数是$y=(x-1)^3$；

（4）由$y=\dfrac{2x+3}{x-1}$，可得$x=\dfrac{y+3}{y-2}$，

∴函数$y=\dfrac{2x+3}{x-1}$的反函数是$y=\dfrac{x+3}{x-2}$。

注意：没有逆对应关系的函数，没有反函数。例如 $y=x^2\{x|x\in R\}$ 没有反函数。

（三）互为反函数的函数图象间的关系

看下面的例题：

例1 求函数$y=3x-2$的反函数，并且作出原来的函数和它的反函数的图象。

解 从$y=3x-2$，得$x=\dfrac{y+2}{3}$，因此，函数$y=3x-2$的反函数是$y=\dfrac{x+2}{3}$。

因为函数与其反函数都是一次函数，用两点法在坐标平面内分别作出它们的图象，见图1－8。

例2 求函数$y=x^3$的反函数，并且作出原来的函数和它的反函数的图象。

解 从$y=x^3$，得$x=\sqrt[3]{y}$。因此，函数$y=x^3$的反函数是$y=\sqrt[3]{x}$。

用描点法在同一坐标平面内分别作出函数$y=x^3$和它的反函数$y=\sqrt[3]{x}$的图象，见图1－9。

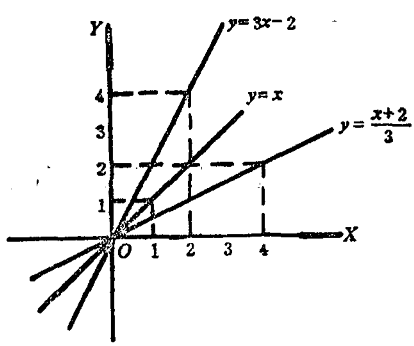


图 1－8

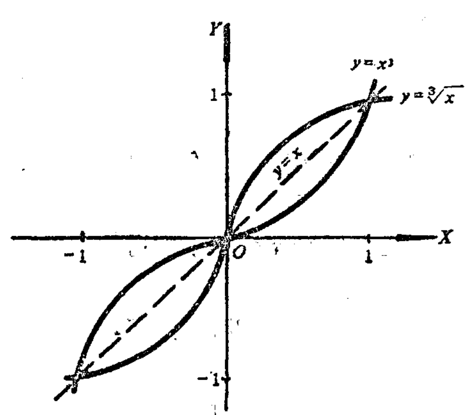


图 1－9