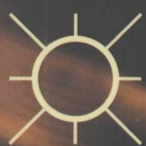


CERTIFIED
FINANCIAL
PLANNER



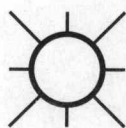
投资规划

张伟 编著



中国金融出版社

CERTIFIED FINANCIAL PLANNER



投资规划

张伟 编著

 中国金融出版社

责任编辑：李 融

责任校对：刘 明

责任印制：张 莉

图书在版编目 (CIP) 数据

CFP 投资规划 (CFP Touzi Guihua) / 张伟编著. —北京: 中国金融出版社, 2008. 10

ISBN 978 - 7 - 5049 - 4807 - 6

I. C… II. 张… III. 投资—基本知识 IV. F830.59

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 146619 号

出版
发行 **中国金融出版社**

社址 北京市广安门外小红庙南里 3 号

市场开发部 (010)63272190, 66070804 (传真)

网上书店 <http://www.chinafph.com>

(010)63286832, 63365686 (传真)

读者服务部 (010)66070833, 82672183

邮编 100055

经销 新华书店

印刷 北京市松源印刷有限公司

尺寸 169 毫米×239 毫米

印张 23.75

字数 442 千

版次 2008 年 10 月第 1 版

印次 2008 年 10 月第 1 次印刷

定价 56.00 元

ISBN 978 - 7 - 5049 - 4807 - 6/F.4367

如出现印装错误本社负责调换 联系电话 (010)63263947

前言

投资规划不仅是理财的一个重要组成部分，而且是解决其他理财规划的主要手段。一名合格的理财师，必须具备较强的测算能力、分析能力、判断能力。具体而言，理财师要能够测算理财目标、客户风险态度、风险承受能力、金融产品的收益与风险，能够分析各种金融产品的收益、风险、流动性等特征，能够判断利率、汇率、物价、GDP 增长率、股票指数等变量的走势。为了具备这些能力，必须对投资规划的基础知识做到融会贯通，灵活运用所学知识解决实际问题。

为了使学员真正具备较强的测算能力、分析能力、判断能力，我专门针对国际金融理财师（CFP）投资规划培训课程中的重点知识和难点知识编写了《CFP 投资规划》。编写《CFP 投资规划》的初衷与编写《AFP 投资规划》如出一辙，也是为了使学员们更好地掌握投资规划中的重点知识，帮助学员们解决学习中存在的疑难问题。

《CFP 投资规划》共五章和两个附录。第一章，“投资理论”，共五节。第一节，“投资者的行为分析”。本节重点讲解了以财富为自变量的一元效用函数及以预期收益率和收益率标准差为自变量的二元效用函数。一元效用函数主要用于辨别投资者的类型及其对风险的态度，而二元效用函数是研究投资者最优资产组合选择的重要工具。第二节，“投资者的最优投资组合”。本节在简要回顾《AFP 投资规划》有关知识的基础上，重点讲解了如何构造最小方差投资组合，在给定效用函数的条件下，如何为投资者构造效用最大化的投资组合。第三节，“资本资产定价模型”。本节比《AFP 投资规划》更加深入地探讨资本资产定价模型的来龙去脉，以及该模型在实际当中的应用。第四节，“套利定价理论”。本节首先重点讲解了各类套利策略的含义和具体操作方法，然后重点讲解了基于多因素模型的套利定价理论及其应用。第五节，“有效市场假说与行为金融学”。本节重点讲解了市场有效的层次及其在投资策略中的应用，然后简要地讲解了行为金融学的基础知识及其在投资中

的应用。

第二章，“债券分析与投资”，共四节。第一节，“债券的定价与收益率的计算”。本节在简要回顾《AFP 投资规划》相关知识的基础上，重点介绍了实现复利收益率、再投资收益率、预期到期收益率、收益率差额、违约补偿、风险补偿等概念。第二节，“利率期限结构”。本节首先重点讲解了利率期限结构、收益率曲线、即期利率、远期利率、短期利率、流动性补偿等概念，然后讲解了存在利率期限结构的条件下如何对证券进行定价，最后探讨了利率期限结构存在的原因。第三节，“利率敏感性”。本节重点讲解了利率敏感性的含义及其影响因素，然后讲解了度量利率敏感性的两个重要指标，即久期与凸度。第四节，“债券投资策略”。本节简单地介绍了债券投资中的几种常见的消极策略与积极策略。

第三章，“股票分析与投资”，共四节。第一节，“股票投资概述”。本节主要介绍与股份公司、股票相关的基础知识。第二节，“股票定价与投资收益率的计算”。本节重点讲解了红利贴现模型、比率分析法等股票估值方法，简要介绍了重置成本法、经济附加值等资产估价方法。第三节，“股票分析与选择”。本节从宏观经济层面、行业层面、公司层面以及技术层面分析影响股票价格的因素。第四节，“股票投资策略”。本节介绍股票投资的消极策略与积极策略、集中投资策略与分散投资策略以及长线投资策略与短线投资策略。

第四章，“远期和期货分析与投资”，共四节。第一节，“远期和期货的概述”。本节在讲解了衍生证券的定义、分类以及投资者类型的基础上，主要讲解了远期和期货的概念、期货保证金机制。第二节，“期货的交易策略”。本节详细介绍了期货的套期保值策略、套利策略和投机策略。第三节，“远期和期货的定价”。本节详细探讨了各种情况下的远期和期货的定价问题。第四节，“互换交易”。本节简要地讲解了利率互换和货币互换的交易操作模式。

第五章，“期权分析与投资”，共五节。第一节，“期权概述”。本节主要讲解了期权的概念、期权合约的主要条款、期权交易双方的收益与利润。第二节，“期权的价格特性”。本节讲解了期权的价值及其影响因素、看涨期权与看跌期权之间的平价关系、期权价格的上下限。第三

节，“期权定价”。本节探讨了复制收益法、二叉树模型和布莱克—斯科尔斯模型等期权定价方法。第四节，“期权交易策略”。本节介绍了期权与标的资产构造组合的策略、同类型期权构造组合的策略以及不同类型期权构造组合的策略。第五节，“类似于期权的证券”。本节简单介绍分析权证、内含期权的债券以及结构性金融产品。

附录一简要回顾了一些与投资规划有关的数学知识，如导数、泰勒展开等，以帮助学员更好地理解和掌握投资规划中的难点知识，如投资者的最优选择、风险价格的计算等。附录二列示了投资规划相关的重要公式。

《CFP 投资规划》继续保持《AFP 投资规划》的特点，通过列举大量的例题，深入浅出地讲解难点知识和重点知识。即使是没有任何基础的学员，也能够快速地掌握有关知识。

由于时间仓促，书中难免存在差错和纰漏，欢迎批评指正。

张 伟
2008 年 8 月

目 录

第一章 投资理论	1
第一节 投资者的行为分析	1
第二节 投资者的最优投资组合	18
第三节 资本资产定价模型	38
第四节 套利定价理论	56
第五节 有效市场假说与行为金融学	82
第二章 债券分析与投资	100
第一节 债券的定价与收益率的计算	100
第二节 利率期限结构	110
第三节 利率敏感性	133
第四节 债券投资策略	162
第三章 股票分析与投资	182
第一节 股票投资概述	182
第二节 股票定价与投资收益率的计算	192
第三节 股票分析与选择	209
第四节 股票投资策略	228
第四章 远期和期货分析与投资	233
第一节 远期和期货的概述	233
第二节 期货的交易策略	242
第三节 远期和期货的定价	251
第四节 互换交易	264
第五章 期权分析与投资	272
第一节 期权概述	272
第二节 期权的价格特性	286

第三节	期权定价	305
第四节	期权交易策略	326
第五节	类似于期权的证券	337
附录一 投资规划中的数学知识		346
附录二 投资规划中的公式		348
第一节	投资规划环境	348
第二节	货币时间价值	348
第三节	投资理论与市场有效性	351
第四节	债券分析与投资	358
第五节	股票分析与投资	362
第六节	远期和期货分析与投资	364
第七节	期权分析与投资	366
第八节	业绩衡量	370
后记		371

第一章 投资理论

第一节 投资者的行为分析

在为客户进行投资规划时，首先要弄清楚客户的行为，这主要包括客户对收益的要求以及对风险的偏好。在投资规划中，我们也可以把客户称为投资者。本节重点探讨以财富为自变量的一元效用函数及以预期收益率和收益率的标准差为自变量的二元效用函数，以便为分析投资者的行为提供工具和手段。

一、一元效用函数与投资者类型

(一) 期望效用与期望结果的效用

有时候，投资被定义为为了换取未来消费而牺牲当前消费的过程。我们知道，消费可以给投资者带来一定的满足感。在经济学上，我们一般将这种满足感称为效用 (U)。对于所拥有的一定数量的当前财富 (W_0)，投资者既可以用于当前消费 (C_0)，也可以用于投资 (V_0)，以换取未来财富 (W)，用于未来消费 (C)。

我们一般假定投资者是理性的效用最大化者。如果未来情况是确定的，即投资无风险，那么，投资者的选择是非常简单的。他在投资时就会评估，未来换取的财富用于未来消费所产生的效用一定不能小于当前用于投资的财富直接用于消费所产生的效用。如果未来情况是不确定的，即投资有风险，那么，投资者将如何选择呢？当前消费产生确定性的效用，可以用 $U(C_0)$ 表示。未来消费依赖于未来财富，而未来财富依赖于投资的收益状况，由于投资是不确定的，因此，未来消费也是不确定的，我们把未来财富产生的不确定性的效用称为期望效用，可以用 $E[U(W)]$ 表示。投资者的目标是要最大化其效用，用公式表示为

$$\text{Max}\{U(C_0) + E[U(W)]\} \quad (\text{公式 1.1})$$

$$\text{满足 } W_0 = C_0 + V_0$$

$$V_0 = w_i P_{0i}$$

$$W = \sum w_i P_{1i}$$

其中， w_i 为各项资产的购买份额， P_{0i} 为各项资产初始价格， P_{1i} 为各项资产期末价格， $i=1, 2, \dots, N$ 。不同的投资者将根据自己的行为倾向把初始投资 (V_0) 在不同资产上进行配置，以实现其效用最大化。

未来财富 (W) 取决于投资者的投资策略和资产配置方案，最终决定于各项资产在期末的价格。由于各项资产未来的价格存在不确定性，因此，未来的财富

也存在不确定性。换句话说，未来财富是一个随机变量。假设某投资者进行投资所产生的未来财富可能出现多种结果，具体情况如表 1-1 所示。

表 1-1 未来财富与效用

状态	结果	概率	效用
1	W_1	p_1	$U(W_1)$
2	W_2	p_2	$U(W_2)$
...	...	...	...
M	W_M	p_M	$U(W_M)$

根据表 1-1，我们可以知道，该投资者在未来可能得到的财富是不确定的，共有 M 种情况，每种情况下的财富水平各不相同，每种情况出现的可能性也有差异。那么，该投资者能够从该项投资中获得多高的效用呢？如果出现第 j 种情况，那么，投资者可以获得的效用为 $U(W_j)$ ，其中， $j=1, 2, \dots, M$ 。由于这种情况出现的可能性为 p_j ，因此，投资者获得的效用为 $U(W_j) p_j$ 。加总各种情况产生的效用，就可以得到该项投资使该投资者获得的期望效用 $E[U(W)]$ ，用公式可以表示为

$$E[U(W)] = U(W_1) p_1 + U(W_2) p_2 + \dots + U(W_M) p_M$$

$$= \sum U(W_j) p_j \quad (\text{公式 1.2})$$

如果投资者一直参与该项投资，最终他将可能获得多少财富呢？这个财富实际上就是未来财富的期望值，简称期望财富，用公式可以表示为

$$E(W) = W_1 p_1 + W_2 p_2 + \dots + W_M p_M = \sum W_j p_j \quad (\text{公式 1.3})$$

需要注意的是，这个期望财富并不是实际投资获得的真实财富水平，而是未来可能出现的各种情况的平均水平。如果未来的情况是不确定的，那么，未来财富将面临不确定性问题。

假设投资者面临两种选择，如表 1-2 所示，一种选择是未来财富存在不确定性，期望财富为 $E(W)$ ；另一种选择是未来财富不存在不确定性，其获得的财富水平是一个确定的值，假设从数字上恰好也等于 $E(W)$ ，那么，投资者将如何选择呢？

表 1-2 确定性财富与不确定性财富

选择类型	状态	结果	概率	效用
不确定性财富	1	W_1	p_1	$U(W_1)$
	2	W_2	p_2	$U(W_2)$
	...	...	...	...
	M	W_M	p_M	$U(W_M)$
	期望财富 $E(W) = \sum W_j p_j$		期望效用 $E[U(W)] = \sum U(W_j) p_j$	
确定性财富	1	$E(W)$	1	$U[E(W)]$

如前所述,对于不确定性财富所产生的效用,我们称之为期望效用,可以表示为 $E[U(W)]$ 。对于确定性财富所产生的效用,由于我们假设确定性财富正好等于 $E(W)$,因此,其效用可以表示为 $U[E(W)]$ 。与期望效用 $E[U(W)]$ 相对应,我们可以将其称为期望结果的效用。

(二) 投资者类型

需要明确的是,无论是什么类型的投资者,他都愿意获得更高的效用。因此,面对确定性财富与不确定性财富,投资者实际上就是要根据自己的偏好权衡两种选择带来的效用大小,换句话说,就是比较 $U[E(W)]$ 和 $E[U(W)]$ 的大小。由于目前两种选择的期望财富水平是相同的,不同的是,确定性财富没有风险,而不确定性财富是有风险的,因此,我们可以根据投资者选择结果来判断投资者的类型。

如果 $U[E(W)] > E[U(W)]$,那么,该投资者更愿意选择确定性财富。对于这样的投资者,我们称之为风险厌恶投资者。反过来,如果某投资者厌恶风险,那么,在其他条件相同时,他更愿意选择无风险或风险较低的资产进行投资。

如果 $U[E(W)] = E[U(W)]$,那么,该投资者既可以选择确定性财富,也可以选择不确定性财富,即在期望财富水平相同的条件下,该投资者对财富是否存在不确定性是无所谓的。对于这样的投资者,我们称之为风险中性投资者。反过来,如果某投资者是风险中性的,那么,他并不在乎风险高低,而只关心收益水平。

如果 $U[E(W)] < E[U(W)]$,那么,该投资者更愿意选择不确定性财富。对于这样的投资者,我们称之为风险偏好投资者。反过来,如果某投资者偏好风险,那么,在其他条件相同时,他更愿意选择有风险或风险较高的资产进行投资。

根据以上分析,我们可以得到以下三组等价命题:

风险厌恶投资者 $\Leftrightarrow U[E(W)] > E[U(W)]$:如果投资者是风险厌恶的,那么,其期望结果的效用大于期望效用;反过来,如果期望结果的效用大于期望效用,那么,该投资者是风险厌恶的。

风险中性投资者 $\Leftrightarrow U[E(W)] = E[U(W)]$:如果投资者是风险中性的,那么,其期望结果的效用与期望效用相等;反过来,如果期望结果的效用等于期望效用,那么,该投资者是风险中性的。

风险偏好投资者 $\Leftrightarrow U[E(W)] < E[U(W)]$:如果投资者是风险偏好的,那么,其期望结果的效用小于期望效用;反过来,如果期望结果的效用小于期望效用,那么,该投资者是风险偏好的。

(三) 有风险投资与无风险投资的选择

现在, 我们考虑一种比较简单的情形。在这种情形下, 假设有两种选择, 一种选择是无风险投资, 另一种选择是有风险投资, 而有风险投资只存在两种状态, 具体情况如表 1-3 所示。

表 1-3 无风险投资与有风险投资的选择

选择类型	状态	结果	概率	效用
有风险投资	1	a	α	$U(a)$
	2	b	$1 - \alpha$	$U(b)$
	期望结果 = $\alpha \times a + (1 - \alpha) \times b$		期望效用 = $\alpha \times U(a) + (1 - \alpha) \times U(b)$	
无风险投资	1	$\alpha \times a + (1 - \alpha) \times b$	1	$U[\alpha \times a + (1 - \alpha) \times b]$

在这两种选择中, 第一种选择是有风险的, 其期望结果为 $\alpha \times a + (1 - \alpha) \times b$, 投资者从这种有风险投资的选择中获得的效用为期望效用, 即 $E[U(W)]$, 用公式可以表示为

$$E[U(W)] = \alpha \times U(a) + (1 - \alpha) \times U(b) \quad (\text{公式 1.4})$$

第二种选择是无风险的, 其结果恰好也等于 $\alpha \times a + (1 - \alpha) \times b$, 投资者从这种无风险投资的选择中获得的效用为期望结果的效用, 即 $U[E(W)]$, 用公式可以表示为

$$U[E(W)] = U[\alpha \times a + (1 - \alpha) \times b] \quad (\text{公式 1.5})$$

投资者到底会如何选择呢? 这取决于其对风险的态度。

如果投资者厌恶风险, 那么, 他宁愿选择无风险投资, 第二种选择给他带来的效用更大, 即

$$\alpha \times U(a) + (1 - \alpha) \times U(b) < U[\alpha \times a + (1 - \alpha) \times b]$$

如果投资者对风险无所谓, 即他是风险中性的, 那么, 他选择无风险投资还是有风险投资是无关紧要的, 这两种选择给他带来的效用相等, 即

$$\alpha \times U(a) + (1 - \alpha) \times U(b) = U[\alpha \times a + (1 - \alpha) \times b]$$

如果投资者偏好风险, 那么, 他宁愿选择有风险投资, 第一种选择给他带来的效用更大, 即

$$\alpha \times U(a) + (1 - \alpha) \times U(b) > U[\alpha \times a + (1 - \alpha) \times b]$$

反过来, 如果我们根据某投资者的效用函数, 分别测算出期望效用和期望结果的效用, 那么, 可以根据它们的大小, 依据上述结果判定投资者的类型。也就是说, 上述结果是可逆的。具体而言, 我们可以得到以下三个等价命题:

$$\text{风险厌恶投资者} \Leftrightarrow \alpha \times U(a) + (1 - \alpha) \times U(b) < U[\alpha \times a + (1 - \alpha) \times b]$$

风险中性投资者 $\Leftrightarrow \alpha \times U(a) + (1 - \alpha) \times U(b) = U[\alpha \times a + (1 - \alpha) \times b]$

风险偏好投资者 $\Leftrightarrow \alpha \times U(a) + (1 - \alpha) \times U(b) > U[\alpha \times a + (1 - \alpha) \times b]$

我们可以通过一个只存在两种结果的赌局来说明这个问题。假设赌局用 $G(a, b, \alpha)$ 表示, 其中, a 和 b 是该赌局可能出现的两种结果, α 是结果 a 出现的概率, 相应地, 结果 b 出现的概率为 $1 - \alpha$, 那么, 该赌局的期望结果可以用公式表示为

$$E(W) = \alpha \times a + (1 - \alpha) \times b$$

这个期望结果并不是某次参与赌局能够获得的结果, 而是一直参与赌局得到的最终结果。参与一次赌局可能得到的结果是不确定的, 因此, 参与这个赌局是有风险的。根据前面的分析, 投资者通过参与赌局获得的效用为期望效用, 可以用公式表示为

$$E[U(W)] = \alpha \times U(a) + (1 - \alpha) \times U(b)$$

如果现在给投资者提供另外一种选择, 即直接获得确定性的期望结果 $E(W)$, 那么, 他获得的效用为期望结果的效用, 可以用公式表示为

$$U[E(W)] = U[\alpha \times a + (1 - \alpha) \times b]$$

这个效用是确定性结果产生的, 因此是无风险的。

面对该赌局和一个结果与该赌局期望结果相等的选择, 投资者到底如何选择? 这取决于他对风险的态度。如果投资者是风险厌恶的, 那么, $U[E(W)] > E[U(W)]$; 如果投资者是风险中性的, 那么, $U[E(W)] = E[U(W)]$; 如果投资者是风险偏好的, 那么, $U[E(W)] < E[U(W)]$ 。

例题 1-1 给定一个赌局 $G(100 \text{ 元}, 50 \text{ 元}, 40\%)$, 其期望结果 $E(W) = \alpha \times a + (1 - \alpha) \times b = 100 \text{ 元} \times 0.4 + 50 \text{ 元} \times 0.6 = 70 \text{ 元}$ 。投资者到底是选择获得确定性的 70 元呢, 还是参与赌局呢? 与此相对应, 投资者又属于哪种风险类型的投资者?

解答: 对于获得确定性的 70 元, 投资者获得的效用为期望结果的效用, 即 $U(70 \text{ 元})$ 。对于参与赌局, 如果获得 100 元, 投资者获得的效用为 $U(100 \text{ 元})$, 概率为 0.4; 如果获得 50 元, 投资者获得的效用为 $U(50 \text{ 元})$, 概率为 0.6, 因此, 投资者参与赌局获得的效用为期望效用, 用公式表示为 $0.4 \times U(100 \text{ 元}) + 0.6 \times U(50 \text{ 元})$ 。很明显, 赌局的方差较大^①, 而确定性的 70 元方差为 0, 也就是说, 前者是有风险的, 而后者是无风险的。

如果投资者宁愿获得确定性的 70 元, 那么, 这说明确定性的 70 元产生的效用大于参与赌局产生的效用, 即

$$U(70 \text{ 元}) > 0.4 \times U(100 \text{ 元}) + 0.6 \times U(50 \text{ 元})$$

^① 该赌局的方差 = $[100 - 70]^2 \times 0.4 + [50 - 70]^2 \times 0.6 = 600 \text{ (元)}$ 。



在这种情况下, 该投资者属于风险厌恶投资者。

如果投资者宁愿参与赌局, 那么, 这说明参与赌局产生的效用大于确定性的 70 元产生的效用, 即

$$U(70 \text{ 元}) < 0.4 \times U(100 \text{ 元}) + 0.6 \times U(50 \text{ 元})$$

在这种情况下, 该投资者属于风险偏好投资者。

如果投资者对于获得确定性的 70 元或者参与赌局无所谓, 那么, 这说明两种选择产生的效用相等, 即

$$U(70 \text{ 元}) = 0.4 \times U(100 \text{ 元}) + 0.6 \times U(50 \text{ 元})$$

在这种情况下, 该投资者属于风险中性投资者。

例题 1-2 如果投资者的效用函数为 $U(W) = \ln W$, 那么, 该投资者属于哪种风险类型的投资者?

解答: 不妨考虑例题 1-1 中的赌局。根据例题 1-1, 我们得知:

期望结果的效用为

$$U[E(W)] = U(70 \text{ 元}) = \ln 70 = 4.2485$$

期望效用为

$$E[U(W)] = 0.4 \times U(100 \text{ 元}) + 0.6 \times U(50 \text{ 元}) \\ = 0.4 \times \ln 100 + 0.6 \times \ln 50 = 4.1893$$

因此, $U[E(W)] > E[U(W)]$, 即期望结果的效用大于期望效用, 所以, 该投资者宁愿选择确定性的 70 元, 而不愿参与赌局, 他属于风险厌恶投资者。

需要明确的是, 投资者的效用函数一旦确定, 他的风险态度也就确定了, 这与赌局是无关的。在例题 1-2 的求解过程中, 尽管我们考虑了一个特殊的赌局, 但是这并不影响结果。

例题 1-3 如果投资者的效用函数为 $U(W) = W^2$, 那么, 该投资者属于哪种风险类型的投资者?

解答: 仍然考虑例题 1-1 中的赌局。根据例题 1-1, 我们得知:

期望结果的效用为

$$U[E(W)] = U(70 \text{ 元}) = 70^2 = 4900$$

期望效用为

$$E[U(W)] = 0.4 \times U(100 \text{ 元}) + 0.6 \times U(50 \text{ 元}) \\ = 0.4 \times 100^2 + 0.6 \times 50^2 = 5500$$

因此, $U[E(W)] < E[U(W)]$, 即期望结果的效用小于期望效用, 所以, 该投资者宁愿参与赌局, 而不愿选择确定性的 70 元, 他属于风险偏好投资者。同样的道理, 投资者对风险的态度实际上已经由其效用函数决定了, 与设定的赌局是没有关系的。

例 1-4 如果某投资者效用函数为 $U(W) = 2W$ ，那么，他是哪种类型的投资者？

解答：仍然考虑例 1-1 中的赌局。根据例 1-1，我们得知：期望结果的效用为

$$U[E(W)] = U(70 \text{ 元}) = 2 \times 70 = 140$$

期望效用为

$$E[U(W)] = 0.4 \times U(100 \text{ 元}) + 0.6 \times U(50 \text{ 元})$$

$$= 0.4 \times 2 \times 100 + 0.6 \times 2 \times 50 = 140$$

因此， $U[E(W)] = E[U(W)]$ ，即期望结果的效用等于期望效用，所以，该投资者对于参与赌局还是选择确定性的 70 元是无所谓的，他属于风险中性投资者。

(四) 效用函数与投资者类型的关系

上述三个例题给出了三类不同效用函数的特例，分别代表不同类型的投资者。具体而言，例 1-2 中的效用函数属于凹性效用函数，具有这类效用函数的投资者是厌恶风险的；例 1-3 中的效用函数属于凸性效用函数，具有这类效用函数的投资者是偏好风险的；例 1-4 中的效用函数属于线性效用函数，具有这类效用函数的投资者是风险中性的。

下面我们分别来分析这三类效用函数的特征。

1. 凹性效用函数

根据前面分析的结果，对于表 1-3 中的选择，我们知道，在财富水平相当的情况下，风险厌恶投资者宁愿选择无风险投资，他的效用满足以下关系式：

$$E[U(W)] < U[E(W)]$$

$$\text{或 } \alpha \times U(a) + (1 - \alpha) \times U(b) < U[\alpha \times a + (1 - \alpha) \times b]$$

上述关系式可以用图 1-1 中的效用函数来反映。很明显，对于任何大于 0 的

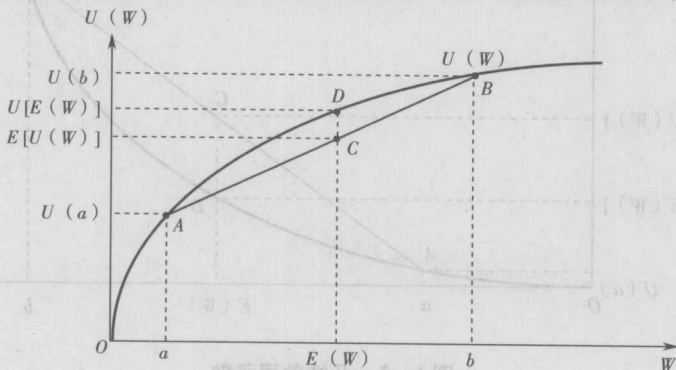


图 1-1 凹性效用函数

α , 图 1-1 中的效用函数 $U(W)$ 均满足上述关系式, 即直线 ACB 处在曲线 ADB 的下方, 期望结果的效用 (D 点对应的效用) 大于期望效用 (C 点对应的效用)。该效用函数是向上方凸起的, 而相对于横轴而言就是凹的, 因此, 这样的效用函数是凹性的。换句话说, 对于风险厌恶投资者, 他的效用函数是凹性效用函数。

根据图 1-1 可知, 凹性效用函数具有以下两个特征:

第一, 随着财富的增加, 风险厌恶投资者的效用逐渐增加, 效用函数的一阶导数 $U'(W) > 0$ 。也就是说, 风险厌恶投资者希望财富越多越好, 似乎永不满足。需要注意的是, 在某些情况下, 当财富达到非常高的水平之后, 财富继续增加, 效用不但不增加, 反而有可能会下降。在现实生活中, 我们常常看到很多极度富裕的人士愿意捐赠一部分财富, 道理就在于此。在这种情况下, $U'(W) < 0$ 。一阶导数 $U'(W)$ 的几何意义是该效用函数曲线的斜率。

第二, 随着财富的增加, 每增加一单位财富所增加的效用 (即边际效用) 不断下降, 这就是所谓的边际效用递减规律, 效用函数的二阶导数 $U''(W) < 0$ 。从几何角度而言, 该效用函数曲线的斜率越来越小。

2. 凸性效用函数

在财富水平相当的情况下, 风险偏好投资者宁愿选择有风险投资, 他的效用满足以下关系式:

$$E[U(W)] > U[E(W)]$$

$$\text{或 } \alpha \times U(a) + (1 - \alpha) \times U(b) > U[\alpha \times a + (1 - \alpha) \times b]$$

上述关系式可以用图 1-2 中的效用函数来反映。很明显, 对于任何大于 0 的 α , 图 1-2 中的效用函数 $U(W)$ 均满足上述关系式, 即直线 ACB 处在曲线 ADB 的上方, 期望结果的效用 (D 点对应的效用) 小于期望效用 (C 点对应的效用)。该

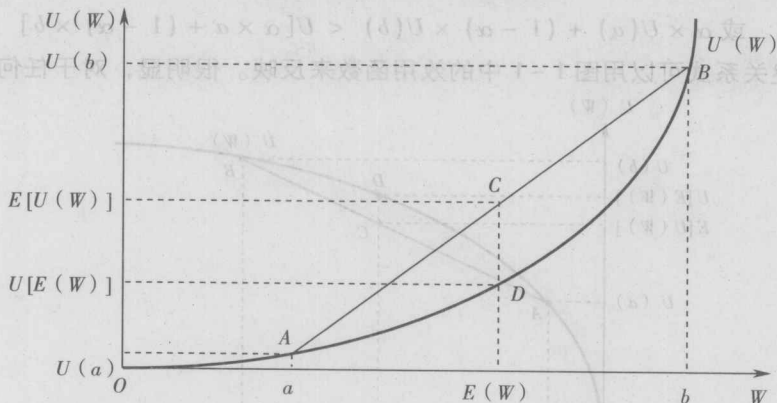


图 1-2 凸性效用函数

效用函数是凸向横轴的，因此，这样的效用函数是凸性的。换句话说，对于风险偏好投资者，他的效用函数是凸性效用函数。

根据图 1-2 可知，凸性效用函数具有以下两个特征：

第一，与凹性效用函数一样，随着财富的增加，风险偏好投资者的效用逐渐增加，效用函数的一阶导数 $U'(W) > 0$ 。也就是说，风险偏好投资者也希望财富越多越好。

第二，随着财富的增加，每增加一单位财富所增加的效用（即边际效用）不断增加，效用函数的二阶导数 $U''(W) > 0$ 。从几何角度而言，该效用函数曲线的斜率越来越大。极度贪婪、视财如命的人（如葛朗台），就符合这个关系，即他们希望钱财越多越好，而且，每增加一单位新的财富所增加的满足感越来越大；相反，每牺牲一单位财富，他们的痛苦程度是在增加的。从道理上讲，诸如瘾君子、贪食鱼的行为也呈现出这样的特征，即其效用随着“消费”的增加而增加，而且，每一单位“消费”所增加的效用越来越大。瘾君子在吸毒、酗酒等行为过程中是快乐的，尽管在常人眼里是以损害身体为代价的；贪食鱼在觅食过程中是快乐的，尽管最后以撑死为代价。

3. 线性效用函数

在财富水平相当的情况下，风险中性投资者无所谓选择有风险投资还是无风险投资，他的效用满足以下关系式：

$$E[U(W)] = U[E(W)]$$

$$\text{或 } \alpha \times U(a) + (1 - \alpha) \times U(b) = U[\alpha \times a + (1 - \alpha) \times b]$$

上述关系式可以用图 1-3 中的效用函数来反映。很明显，对于任何大于 0 的 α ，图 1-3 中的效用函数 $U(W)$ 均满足上述关系式。该效用函数是一条斜向上方的直线，因此，这样的效用函数是线性的。换句话说，对于风险中性投资者，他的效用函数是线性效用函数。

根据图 1-3 可知，线性效用函数具有以下两个特征：

第一，与凹性效用函数、凸性效用函数一样，随着财富的增加，风险中性投资者的效用逐渐增加，效用函数的一阶导数 $U'(W) > 0$ 。也就是说，风险中性投资者也希望财富越多越好。

第二，随着财富的增加，每增加一单位财富所增加的效用（即边际效用）保持不变，效用函数的二阶导数 $U''(W) = 0$ 。

一般地，我们可以根据投资者效用函数的特征来判断投资者对风险的态度。具体而言，如果投资者效用函数的一阶导数 $U'(W) > 0$ ，二阶导数 $U''(W) < 0$ ，那么，他是风险厌恶投资者；如果投资者效用函数的一阶导数 $U'(W) > 0$ ，二阶导数 $U''(W) > 0$ ，那么，他是风险偏好投资者；如果投资者效用函数的一阶导数