

小学数学三好丛书

献给
小学生

数的整除

北京市海淀区教师进修学校 编



轻轻松松学数学

中国水利水电出版社

数的整除

计算与巧算

比和比例

几何初步知识

分数百分数应用题

一般应用题

典型应用题

封面设计 曲子

ISBN 7-80124-076-6



9 787801 240767 >

社科新书目:423-259

ISBN 7-80124-076-6/G · 5

定价: 7.00 元



小学数学三好丛书

数的整除

北京市海淀区教师进修学校 编

中国水利水电出版社

编 者 的 话

作为编者、家长、教师，我们的小学生生活已经久远。那时，课外读物远没有现在这样丰富，渴望寻觅到一本适用的课外参考书，是儿时的一大愿望。因此，编写一部书，使她能丰富学生们的数学课外内容，能够帮助学生理解、掌握、巩固已经学过的内容，能够拓宽学生思路，使之能更灵活地运用所学知识，能够提高学生分析问题，解决问题的能力，是我们的初衷。

本书紧密结合九年义务教育全日制小学数学教学大纲，按知识单元分册编写。包括：《数的整除》《计算与巧算》《比和比例》《几何初步知识》《分数百分数应用题》《一般应用题》《典型应用题》，共7个分册，基本涵盖了小学数学知识的重点。每册大体分为精要点拨、典型题解、扩展提高、练习题等几部分。书末附有习题参考答案。

本书的特点是①重问题分析：典型题解与扩展提高的例题分析，是精华部分。引导学生深入浅出，掌握分析问题的方法。②重开发思路：使学生在掌握基础知识后，能多角度地思考问题，提高解决问题的能力。③重启发灵活运用知识，使学生融会贯通、举一反三，取得事半功倍的学习效果。

希望本书能成为学生的“好老师”，教师的“好参谋”，家长的好助手”。因此，我们将这套书称为《小学数学三好丛书》。

本书由我们组织了海淀区一批长期从事小学数学教学与科研工作，具有丰富经验的特级教师、高级教师编写。我们

力求完美，但书中难免有不完善之处，恳请教师、家长和学生提出宝贵意见。

北京市海淀区教师进修学校

1995-10-01

目 录

编者的话

一、数的认识	1
精要点拨	1
典型题解	10
扩展提高	18
练习一	23
二、约数和倍数	31
精要点拨	31
典型题解	37
扩展提高	47
练习二	52
三、数的整除的特征	59
精要点拨	59
典型题解	67
扩展提高	77
练习三	83
四、质数与合数	91
精要点拨	91
典型题解	99
扩展提高	108
练习四	112
五、最大公约数和最小公倍数	118
精要点拨	118
典型题解	128
扩展提高	153

练习五	167
参考答案	187

目 录

1	附人韵	一
1	韵	一
10	韵	一
81	韵	一
83	韵	一
12	韵	二
18	韵	二
76	韵	二
78	韵	二
86	韵	二
95	韵	三
98	韵	三
10	韵	三
11	韵	三
18	韵	三
19	韵	三
20	韵	三
21	韵	三
22	韵	三
23	韵	三
24	韵	三
25	韵	三
26	韵	三
27	韵	三
28	韵	三
29	韵	三
30	韵	三
31	韵	三
32	韵	三
33	韵	三
34	韵	三
35	韵	三
36	韵	三
37	韵	三
38	韵	三
39	韵	三
40	韵	三
41	韵	三
42	韵	三
43	韵	三
44	韵	三
45	韵	三
46	韵	三
47	韵	三
48	韵	三
49	韵	三
50	韵	三
51	韵	三
52	韵	三
53	韵	三
54	韵	三
55	韵	三
56	韵	三
57	韵	三
58	韵	三
59	韵	三
60	韵	三
61	韵	三
62	韵	三
63	韵	三
64	韵	三
65	韵	三
66	韵	三
67	韵	三
68	韵	三
69	韵	三
70	韵	三
71	韵	三
72	韵	三
73	韵	三
74	韵	三
75	韵	三
76	韵	三
77	韵	三
78	韵	三
79	韵	三
80	韵	三
81	韵	三
82	韵	三
83	韵	三
84	韵	三
85	韵	三
86	韵	三
87	韵	三
88	韵	三
89	韵	三
90	韵	三
91	韵	三
92	韵	三
93	韵	三
94	韵	三
95	韵	三
96	韵	三
97	韵	三
98	韵	三
99	韵	三
100	韵	三

一、数的认识

【精要点拨】

(1) 数 它是数学最基本的概念之一。数的概念是人类在生产和生活实践中，由于分配实物的需要，获得了数的概念。在人类历史发展的最初阶段，原始人以打猎、捕鱼和采集果实为生，对获得的食物有分配的需要，产生了“数一数”的活动，逐步形成了多少的观念和自然数(也称正整数)的观念。以后随着生产的发展，只靠自然数表示计量的结果感到不够，因而引入了正分数(与正整数合称为正“有理数”)。由于量与量之间的比值，如正方形对角线和边长的比有精确表示的必要，引入了无理数，又由于表示相反意义量的需要，引入了负数。有理数和无理数的全体组成实数。复数是由解二次和三次方程的需要而引入的，后来由生产上的应用而得到发展。数的概念怎样用语言来表达(命数法)和怎样用文字来表示(记数法)各民族都经历过漫长的发展过程。

1) 命数法。我们的老祖先古代人在数周围物体个数时，先把“一”从多中分离出来，进而认识“二”，对于“三”就认为是许多了。如三人是“众”就表示很多人的意思。人类初期，对数的名称都是与具体的东西联系在一起的，从一些语言文字的痕迹，就可以证明这个事实。如我国的广东话称“五”为“一巴掌”，有的民族把“一”说成“太阳”或“月亮”，把“二”说成“眼睛”或“耳朵”或“鸟的翅膀”，由于历史的车轮不断向前进，具体内容逐渐被遗忘，从而具体

的数独立出来形成了抽象的数。

随着人类要计数的物体越来越多,如数饲养的牛、羊……每一个数都有一个独立的名称显然是不可能的,世界各古老的民族都想出了相同的办法,就是进位制的计数法。历史上的进位制大体有二进位制、五进位制、十进位制、二十进位制等,这与人们生来就有的计数器——手指、脚趾有关。我国祖先遗传下来的是十进位制。十个多一称为十一,十个多二称为十二……。古代巴比伦研究天文,产生了60进位制,现在通用的角度制就是巴比伦遗留下来的。有了进位制,人类就可以数很大的数目了,我国三千多年前的殷代文字中最大的数已达到三万。

2) 记数法。人类各民族记数先是以手指、脚趾、骨节来表示,以后不够用,就以小石子、小树枝、贝壳等代替,或在树干上、兽骨上刻画,或用绳子打结等来表示,以后经过漫长的发展演变成为文字。关于记数的方法,古代各民族都不同,但大体上可分成“非位值制”和“位值制”两种。

非位值制记数法,如古埃及用十进计数,每一个不同计数单位各有一个特殊的符号,有几个计数单位就重复写几次,像腓尼基人、希腊、罗马等都用这种记数法,他们的记数如下:

汉族 一 二 三 四 五 六 七 八 九 十 二十 一百 一千
一万 十万 百万 千万

埃及	I	II	III	IIII	𐍚	𐍛	𐍜	𐍝	𐍞	𐍟	𐍠	𐍡	𐍢
腓尼基	I	II	III	IIII	𐤁	𐤂	𐤃			𐤅	𐤆	𐤇	𐤈
希腊	α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ	ι	κ	ρ	α
罗马	I	II	III	IIII	V	VI	VII	VIII	IX	X	XX	C	M

中国在公元前7、8世纪春秋战国时代用算筹记数,算筹有纵码、横码两种,用纵码、横码相间横排来表示多位数。

《孙子算经》说：“凡算之法，先识其位，一纵十横，百位千僵，千十相望，万、百相当。”记数法如下：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
纵码						┐	┐┐	┐┐┐	┐┐┐┐
横码	—	=	≡	≡	≡	⊥	⊥	⊥	⊥

如多位数：	┐┐┐┐	┐┐┐┐	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥
	6	6	1	4		8	6	0	2
	6	6	1	4		8	6	0	2

多位数中空格表示零。12 世纪南宋时起，空格用□代，以后用毛笔书写成○。

印度的记数法也经历了漫长和复杂的历史，大约到 6 世纪才形成了十进位的位值制记数法，8 世纪巴格达城的印度人译成阿拉伯文传入中亚细亚……“印度的九个数目字是 9、8、7、6、5、4、3、2、1，用这九个数字和阿拉伯人叫做 sifr 的记号 0，任何数都可以表示出来。但当时仍遭到反对，14 世纪中国印刷术传入欧洲，16 世纪印刷的数码的字形才逐渐接近于现今而固定下来，欧洲人只知道这种数码是从阿拉伯传入的，所以称阿拉伯数码。印度数码也曾于 13、14 世纪传入中国，直到 1905 年商务印书馆编《最新笔算》才全部采用现在的式样，从此中国才开始普遍使用。现在这种数码和记数法已成为国际通用的记数法了。

(2) 自然数 在小学阶段同学们所学习的是算术数。零、自然数、正分数（可化为分数的正小数）统称算术题。那什么叫自然数呢？通过上述数的产生可知：人们在数物体的时候用来表示物体个数的 1、2、3、4……叫做自然数。自然数是整数的一部分，就是正整数。

自然数有两方面的意义：一是数量的意义即被数的物体有“多少个”。如盘子里有 4 个苹果，树上站着 5 只小鸟……这种用来表示事物数量的自然数称为基数。另一种是次序的

意义，即最后被数的物体是“第几个”。用来表示事物次序的自然数，称为序数。与此相应而生，自然数的理论有两派学说，一为基数的理论，一为序数的理论。

1) 自然数的单位。“1”是自然数的单位。任何自然数都是由若干个“1”这个自然数的单位组成的。全体自然数可以分为三类：①自然数的单位——1；②全体质数（素数）；③全体合数。

2) 自然数的分类。全体自然数可以分为三类：一是自然数的单位——1；二是全体质数（素数）；三是全体合数。

3) 自然数的基本顺序律。自然数大小的比较，有以下的基本顺序规律。

①次序的全序性。对于任意两个自然数 a 、 b 相比较，下面三个关系中，必有且仅有一个成立： $a=b$ ； $a>b$ ； $a<b$ 。

②相等的自反性：

$$a=a$$

③相等的对称性：

如果 $a=b$ ，那么 $b=a$ 。

④相等的传递性：

如果 $a=b$ ， $b=c$ ，那么 $a=c$ 。

⑤不等的反对称性：

如果 $a>b$ ，那么 $b<a$ ；如果 $a<b$ ，那么 $b>a$ 。

⑥不等的传递性：

如果 $a>b$ ， $b>c$ ，那么 $a>c$ ；

如果 $a<b$ ， $b<c$ ，那么 $a<c$ 。

(3) 整数 0 和自然数（正整数）1, 2, 3, ……以及负整数 -1, -2, -3, ……统称整数。在小学数学中，由于没有引进负数概念，对整数的概念不作严密的定义，通常解释为“自然数和 0 都是整数”，但不能说成整数就是自然数和 0。

1) 零的产生。自然数是对物体集合计量的结果。如果物体集合是个空集合, 比如屋里一个人也没有, 书架上连一本书也没有, 树上一只鸟也没有, 这时, 屋里的人、书架上的书, 树上的鸟的集合, 都是空集合, 对空集合计量的结果, 在数学中引入了一个新的数“零”, 来表示集合里一个元素也没有这个特征, 因此零是空集合的基数, 记作“0”。0 是一个数, 但不是自然数。0 小于一切自然数。

2) 零的性质:

①0 是一个数, 并且是一个整数, 但 0 不是自然数, 0 小于一切自然数。

②在十进制记数法中, 0 起占位的作用。

③0 是一个偶数。

④0 是任意自然数的倍数。

⑤任何数与 0 相加, 它的值不变, 即

$$a+0=0+a=a$$

⑥任何数减零, 它的值不变, 即 $a-0=a$ 。

⑦相同的两个数相减, 差等于 0, 即

$$a-a=0$$

⑧任何数与 0 相乘, 积等于 0, 即

$$a\times 0=0\times a=0$$

⑨0 被非 0 的数除, 商等于 0, 即如果

$$a\neq 0, \text{ 那么 } 0\div a=0$$

⑩0 不能作除数。例如 $8\div 0$, $0\div 0$, 这类式子是没有意义的。

数学里一再强调, 做除法时 0 不能作除数; 在分数里 0 不能作分母。这是为什么呢? 假设可以让 0 作分母, 如 $\frac{5}{0}$, 可以设 $\frac{5}{0}=a$, 就有 $5=0\times a$ 。因为任何数乘 0 都得 0, 不可能得

5, 所以这个 a 是不可能存在的, 那么假设的 $\frac{5}{0}$ 就没有意义。如果是 $\frac{0}{0}$ 怎么样? 同样可以设 $\frac{0}{0}=b$, 有 $0=b \times 0$, 在这个式子里 b 可以等于 2, 5, 45……, 也就是 b 可以是任何数。这样一来, $\frac{0}{0}$ 到底是什么数还是不能确定, 因此, 0 不能作除数或分母。

随着数学知识的不断扩充, 0 的性质也将进一步扩充, 当引入负数后, 0 是唯一的一个中性数, 即不是整数, 也不是负数; 引入绝对值的概念后, 0 的绝对值等于 0, 即 $|0|=0$; 引入指数概念后, 任何非 0 的数的 0 次幂等于 1, 即如果 $a \neq 0$, 那么 $a^0=1$; ……。

(4) 自然数列

1) 按一定次序排列的一系列数, 叫做数列。数列中的每一个数, 叫做这个数列的一项, 其中第一个数称为第一项, 第二个数称为第二项。当项数有限时称为有限数列, 当项数是无限时叫无限数列。

2) 从自然数 1 开始, 按照它们的顺序依次排列下去, 得到: 1、2、3、4、5、6、7、8……这样依次排列着的全体自然数的集合, 叫做自然数列。

3) 自然数列有以下几个性质:

①自然数列是有始的, 自然数列里最前面的一个自然数是“1”, 它是自然数列里最小的一个数。

②自然数列是有序的, 自然数列里的自然数都是按照由小到大的顺序排列着的, 在“1”后面的一个自然数是“2”, 在“2”后面的一个自然数是“3”, ……, 这就是说, 每个自然数后面都有一个而且只有一个后继数。如 5 是 4 的直接后继。(“直接后继用 ‘ $'$ ’ 表示) $4'=5$, 5 称为 4 的后继数。

③自然数列是无限的。自然数列里不存在最后的数，也就是说，自然数列里的数是无限的。

4) 扩大的自然数列：在自然数列的最前面添上一个“零”，得到由小到大依次排列的一个序列，即 0, 1, 2, 3, 4, 5……这样的一列数，叫做扩大的自然数列。在扩大的自然数列里，只有零不是自然数，其他的数都是自然数。也可这样说，扩大的自然数列里的任何一个数都是整数。

(5) 十进位制记数法和数位顺序表 十进位制记数法有三个特点：从进位制来说是十进制，从书写的原则看是位值原则，使用的符号是阿拉伯数字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 来写数。同一个数字由于它在所记的数中的位置不同，所表示的数值也不同，也就是说，每一个数字除了本身的值外，还有一个位置值，例如：“66”右边的 6 表示 6 个一，左边的 6 代表 6 个十，这就是所谓的位值原则。应用位值原则，各个不同的计数单位所占的位置叫做数位。十进位制的计数单位为十、百、千、万等。如果某一位上一个单位也没有，就在这个数位上写 0。如 3005 是三千零五。

1) 个位。十进数的整数部分的数位，在整数横列中，从右向左数，第一位是个位，是整数的最低位，个位的计数单位是“一”。

2) 十位。十进数的整数部分的数位，在整数的横列中，从右向左数，第二位是十位。十位的计数单位是“十”。

3) 百位。十进数的整数部分的数位，在整数的横列中，从右向左数，第三位是百位，百位的计数单位是“百”。

4) 千位。十进数的整数部分的数位，在整数的横列中，从右向左数，第四位是千位。千位的计数单位是“千”。

5) 万位。十进数的整数部分的数位，在整数的横列中，从右向左数，第五位是万位。万位的计数单位是“万”。

6) 亿位。十进数的整数部分的数位，在整数的横列中，从右向左数，第九位是亿位。亿位的计数单位是“亿”。

按照数位的顺序编制的表，叫数位顺序表。整数的数位顺序表如下：

.....	亿 级				万 级				个 级				级
.....	第十二位	第十一位	第十位	第九位	第八位	第七位	第六位	第五位	第四位	第三位	第二位	第一位	位次
.....	千亿位	百亿位	十亿位	亿位	千万位	百万位	十万位	万位	千位	百位	十位	个位	数位名称
.....	千亿	百亿	十亿	亿	千万	百万	十万	万	千	百	十	一	计数单位

表示一个数位占有数位的数目叫做位数。含有一个数位的数叫做一位数，最小的一位数是 1，最大的一位数是 9；含有两个数位的数叫做两位数，最小的两位数是 10，最大的两位数是 99；含有三个数位的数叫做三位数，最小的三位数是 100，最大的三位数是 999；……一般在一个数中，含有几个数位的数叫做几位数。如 540321 这个数占有 6 个数位，叫做六位数。

在读写多位数的时候，为了方便，按照我国的计数的习惯，采用四位分级制，即从个位起，每四个数位为一级。个位、十位、百位、千位是个级，表示的是多少个“一”；万位、十万位、百万位、千万位是万级，表示的是多少个“万”；亿

位、十亿位、百亿位、千亿位是亿级，表示是多少个“亿”。这就是数的分级。

在读写多位数的时候，为了较快地辨认数位，按照国际习惯，采用三位分节的方法^①，即从个位起，每三位为一节，用符号“，”把它们分隔开来，如 98, 760, 543, 200 中间的符号“，”称为分节号。一个数加上分节号，就很容易看出这个数是几位数，最高位是什么位，只要记住，第一个分节号前面是千位，第二个分节号前面是百万位，第三个分节号前面是十亿位，就可以很快地读出来。

读数的时候，先分级，然后从高位到低位，一级一级地往下读，四位以内的数，可以顺着位次，从高位读起，如 5402 读作五千四百零二，四位以上的数，先四位分级，然后按照各级的读法去读，并在后面加上“万”字或“亿”字一个数每级的开头或中间有一个“0”，或者连续有几个“0”，都只读一个零，末尾所有的“0”都不读出来，如 7650402900

亿级 万级 个级

读作：七十六亿五千零四十万二千九百。如果一个数的位数较多，也可采用另一种读法，就是按照数的横列从左到右把数字依次读出来。如 49570040，读作四九五七零零四零。

写数的时候，从高位到低位，一级一级地往下写，如果哪个数位上一个计数单位也没有，就在哪个数位上写 0，如九千八百六十万零二百零四，写作 98600204。

有时为了读写简便，通常把整万或整亿的数写成用“万”或用“亿”作单位的数，如 280000 写作 28 万。5800000000 写

① 中国国家标准 (GB1T1.1-1993) 规定，每三位数为一组加间空（半个阿拉伯数字），把它分隔开来，如 98 760 543 200。

作 58 亿。对于一些较大的数，用“万”或用“亿”作单位时，可以用小数表示，或根据需要，取它的近似值，例如把 964075000 改写成用“万”作单位的数，用小数表示得 96407.5 万，取它的近似值时，把万后面的尾数四舍五入，约等于 96408 万。把 5043670000 改写成用“亿”作单位的数，用小数表示得 50.4367 亿；取它的近似值时，把亿后面的尾数四舍五入，约等于 50 亿。

【典型题解】

例 1 10 以内的数，由几个计数单位都是 1 的和组成。

分析 10 以内的数有 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10。自然数的最基本的计数单位是 1，它也是自然数中最小的计数单位。一位数的计数单位就是 1（个）。而 10 以内的数，除了 10 都是一位数。而 1 是自然数中最小的一个数，它是由 1 个计数单位组成，下面从 2 这个自然数开始解。

解 2：由 1 与 1 组成。

3：由 1 与 2 或 2 与 1 组成。

4：由 1 与 3、3 与 1 或 2 与 2 组成。

5：由 4 与 1，1 与 4，3 与 2，或 2 与 3 组成。

6：由 5 与 1，1 与 5，4 与 2，2 与 4，或 3 与 3 组成。

7：由 6 与 1，1 与 6，2 与 5，5 与 2，4 与 3 或 3 与 4 组成。

8：由 7 与 1，1 与 7，6 与 2，2 与 6，5 与 3，3 与 5，或 4 与 4 组成。

9：由 8 与 1，1 与 8，7 与 2，2 与 7，6 与 3，3 与 6，5 与 4 或 4 与 5 组成。

10：由 9 与 1，1 与 9，8 与 2，2 与 8，7 与 3，3 与