

复杂系统的模糊变结构 控制及其应用

米阳 韩云昊 著

TP273



冶金工业出版社

<http://www.cnmp.com.cn>

复杂系统的模糊变结构 控制及其应用

米 阳 韩云昊 著

北 京
冶金工业出版社
2008

内 容 简 介

本书从基本原理与方法、多种控制算法和实际应用等多个方面,阐述了近年来复杂系统模糊变结构控制方面的研究成果。内容包括:不确定离散系统的滑模控制;状态不完全可测时滞系统的研究;非线性离散系统的模糊鲁棒镇定;时滞不确定离散系统的鲁棒镇定;不确定系统的模糊滑模控制;不确定时滞系统的模糊滑模控制;基于分区切换方法设计倒立摆系统的控制器;基于变结构控制的时滞复杂动态网络的鲁棒自适应同步。本书是国内模糊变结构控制领域方面的专著,取材新颖、广泛,结合实际,反映了这一领域近年来所取得的进展。

本书适宜信息、自动化及计算机应用等专业技术人员阅读,也可供高等院校相关专业的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

复杂系统的模糊变结构控制及其应用/米阳,韩云昊著.
—北京:冶金工业出版社,2008. 11
ISBN 978-7-5024-4762-5

I. 复… II. ①米… ②韩… III. 模糊控制:变结构控制 IV. TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 172498 号

出 版 人 曹胜利

地 址 北京北河沿大街高祝院北巷 39 号,邮编 100009

电 话 (010)64027926 电子信箱 postmaster@cniip.com.cn

责任编辑 宋 良 美术编辑 李 心 版式设计 葛新霞

责任校对 白 迅 责任印制 牛晓波

ISBN 978-7-5024- 4762-5

北京兴华印刷厂印刷;冶金工业出版社发行;各地新华书店经销

2008 年 11 月第 1 版;2008 年 11 月第 1 次印刷

148mm×210mm;5.625 印张;277 千字;170 页;1-1500 册

20.00 元

冶金工业出版社发行部 电话:(010)64044283 传真:(010)64027893

冶金书店 地址:北京东四西大街 46 号(100711) 电话:(010)65289081

(本书如有印装质量问题,本社发行部负责退换)

序

传统控制理论发展到今天已非常成熟。然而,随着工程应用对控制要求的不断提高,在一些复杂的控制过程中,如航空航天等领域,却遇到了越来越多用传统控制理论无法解决的问题。这些复杂系统往往具有如下特点:缺乏精确的数学模型,高度的非线性,复杂的任务要求。而模糊理论的兴起正是反映了解决这类问题的迫切需要。变结构控制的优点是能够克服系统的不确定性,对干扰和未建模动态具有很强的鲁棒性;缺点是用于补偿干扰和未建模动态的高控制增益和在滑动面附近控制行为的高频转换而产生抖振现象。如何将两者有机地结合起来,相互取长补短,构成一种新的具有双方优点的集成系统,将是一种极有前景的方法。

近年来,本书的作者在模糊变结构控制及应用研究方面取得了不少研究成果,诸如:离散系统的全程滑模控制,不确定离散系统的滑模控制律的改进,非线性离散系统的模糊鲁棒镇定,时滞不确定离散系统模糊鲁棒镇定,基于变结构控制的时滞复杂动态网络同步研究等。这些成果分别发表在国内外有影响的专业期刊上。本书涵盖了作者近几年的学术研究成果,反映了该学术领域的前沿问题,是模糊变结构控制领域中的一本好书。



2008年7月于上海

前 言

自动控制理论与技术自产生之日起就一直十分活跃,发展迅速,对工农业生产、国防建设、社会进步等起了很大的推动作用。但是,随着生产力的发展和科学技术的进步,当前所面临的系统都是复杂系统。而复杂系统具有大量不确定因素,如多变量、多约束、多耦合、多扰动、大时滞和非线性等特点,所以难以建立精确数学模型,控制算法计算量大。因此,采用鲁棒控制理论和模糊控制方法相结合来解决此类问题,既符合这类系统的特点,又充分发挥了多学科交叉的优势。同时也符合当今信息处理和控制理论相互交叉、相互渗透、相互促进的发展趋势。

自从 Zadeh 建立模糊集理论以来,随着理论和应用研究的深入,模糊集理论得到了长足发展,这主要归功于模糊理论对非线性系统具有极强的建模能力和良好的鲁棒性,即模糊系统的智能特性。模糊逻辑控制器特别适合于描述那些具有不确定性系统的控制问题。从 1974 年的 Mamdani 模糊温度控制器,到 1982 年水泥窑的问世,实践充分表明了模糊控制极具生命力。但是,尽管模糊控制理论的发展至今已有三十多年,也有不少成功的应用范例,但仍处于发展阶段。究其原因,一方面是模糊控制器的设计和分析一直都没有系统和定型的方法可以遵循,另一方面是它与相关学科的结合运用还很不完善。

由于复杂系统中存在的大量不确定性以及状态和扰动的不完全性,使得实行过程的鲁棒控制十分必要。而变结构控制理论作为一种控制系统的综合方法,无论是对于线性系统还是对于非线性系统,均有普遍的适用性。它具有对所控对象模型精度要求较低,进入滑动模态后对系统参数摄动及外界干扰有较强鲁棒性以及控制计算量小、实时性强和快速响应等优点。常规的 VSC 控制器往往会出现抖振问题。抖振的存在对于系统是有害的,会使系统最终出现稳态误差,增加系统能量消耗,还可能激发系统未建模部分的强烈振动,不能满足工程要求。这成为影响它应用的主要问题。因此,近期学术界对 VSC 理论的研究重心已经转移到如何削弱并防止抖振发生等方面。

把滑模控制与模糊控制结合起来,利用滑模控制的快速性和鲁棒性与模糊控制的柔化和智能作用优势互补,来改善系统的动态品质,是本书研究的方向。本书的主要工作概括如下:研究了离散系统的全程滑模控制问题和不确定离散系统的滑模控制律的改进问题;考虑了一类不确定时滞系统的鲁棒观测器设计和镇定问题;针对包含参数不确定项的非线性离散系统,研究了基于T-S模型的模糊鲁棒镇定控制问题;尝试将模糊控制与滑模控制理论相结合,设计具有全局稳定性的模糊控制器;并将变结构控制的研究应用到倒立摆系统的稳定性和复杂网络的同步研究中,取得了理想控制效果;最后,对全书内容作出总结,并提出了下一步研究的方向。

在写作过程中,上海电力学院副校长、同济大学博士生导师张浩教授提出了许多宝贵意见、并为本书作序;东北大学博士生导师井元伟教授和河南师范大学李文林教授给予了有益的指导并提出了宝贵的意见;课题组成员进行了有益的讨论;上海电力学院给予了大力支持;作者的研究工作先后得到了国家自然科学基金资助项目、上海市教育委员会科研创新项目和上海市教委科研基金项目的资助。在此对上述单位和学者表示衷心的感谢。

本书是作者近几年研究工作的结晶,希望本书的出版,能为推动模糊变结构控制在我国的研究和应用,起到促进作用。

由于作者水平所限,书中纰漏和错误在所难免,诚请广大读者批评指正。

作 者

2008年6月

于上海电力学院

目 录

第 1 章 绪言	1
1.1 变结构控制的研究背景和发展概况	1
1.2 变结构控制的数学基础及设计步骤	3
1.3 模糊控制的研究背景和发展概况	11
1.4 模糊控制的数学基础	15
1.5 本书的主要内容	17
第 2 章 不确定离散系统的滑模控制	20
2.1 引言	20
2.2 不确定离散系统的全程滑模控制	20
2.3 不确定离散系统的滑模控制律的改进	27
2.4 基于幂次趋近律的离散时间系统的变结构控制	35
2.5 结论	41
第 3 章 状态不完全可测时滞系统的研究	43
3.1 引言	43
3.2 受扰时滞系统滑模观测器设计	43
3.3 状态不完全可测时滞系统的镇定问题	49
3.4 结论	56
第 4 章 非线性离散系统的模糊鲁棒镇定	57
4.1 引言	57
4.2 问题描述	57
4.3 模糊状态反馈控制律的设计	59
4.4 仿真算例	61
4.5 结论	63

第 5 章 时滞不确定离散系统的鲁棒镇定	64
5.1 引言	64
5.2 离散时滞系统的变结构控制	64
5.3 非匹配不确定时滞离散系统的滑模控制	70
5.4 时滞不确定离散系统的模糊控制	74
5.5 结论	83
第 6 章 不确定系统的模糊滑模控制	84
6.1 引言	84
6.2 不确定连续系统基于动态补偿的模糊滑模控制	84
6.3 利用模糊滑模控制的非线性不确定系统模型到达控制	95
6.4 不确定离散系统的模糊滑模控制	102
6.5 结论	114
第 7 章 不确定时滞系统的模糊滑模控制	115
7.1 引言	115
7.2 不确定时滞系统的稳定性研究	115
7.3 不确定 T-S 模糊时滞系统新的滑模控制方法	126
7.4 结论	139
第 8 章 基于分区切换方法设计倒立摆系统的控制器	141
8.1 引言	141
8.2 模型的建立	141
8.3 控制器设计	143
8.4 仿真试验结果	146
8.5 结论	147
第 9 章 基于变结构控制的复杂网络的鲁棒自适应同步	148
9.1 引言	148
9.2 网络系统描述	149
9.3 设计切换面	150

9.4 时滞复杂网络的同步条件设计	153
9.5 仿真算例	156
9.6 结论	160
第 10 章 结束语	161
参考文献	163

第 1 章 绪 言

1.1 变结构控制的研究背景和发展概况

变结构控制(又称滑动模态控制),出现于 20 世纪 50 年代,经历了几十年的发展,已形成了自己的体系,成为自动控制系统的一般设计方法^[1]。在变结构控制的发展初期(1957~1962),主要研究内容是:用相变量表示的二阶系统;从 1962 年到 1970 年,主要研究内容是:用常微分方程表示的高阶线性系统;从 70 年代开始,主要方向为在状态空间中研究多变量线性系统。所有这些研究主要是在苏联进行的^[2-4]。70 年代后期,基于对变结构在滑动模态阶段对参数不确定项和外部干扰具有不变性的认识,变结构控制开始在世界范围内受到控制工作者的广泛关注,并开始研究一般的非线性系统的变结构控制,所得到的结果是令人鼓舞的^[2,4-7]。目前,变结构控制理论作为一种系统的综合方法已被推广到控制系统的各个分支中,如模型跟踪系统、自适应系统、大系统、分布参数系统、时滞系统、不确定性系统、随机系统、学习控制和神经元网络等^[8-12],并且在许多工程控制系统上得到了应用,如飞行控制、卫星姿态控制、柔性空间飞行器控制、机器人控制、电机控制、电力系统控制和化工过程控制等等^[13-14]。

所谓变结构控制系统是指当系统的状态满足一定的条件时,系统结构发生的改变,即描述系统运动的微分方程发生变化。一个典型的情况是:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (1.1)$$

$$\mathbf{u}_i = \begin{cases} \mathbf{u}_i^+(x, t) & \text{当 } s_i(x) > 0 \\ \mathbf{u}_i^-(x, t) & \text{当 } s_i(x) < 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

式中, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ 为系统的状态变量, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ 为控制变量, $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^m$ 表示切换函数, $\mathbf{u} = [u_1, \dots, u_m]^T$, $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_m]^T$ 。由(1.1)和(1.2)可见,当系统状态 \mathbf{x} 从区域 $\varphi_i^+ = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : s_i(x) > 0\}$ 进入 $\varphi_i^- = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : s_i(x) < 0\}$ 时,系

系统的结构从 $\dot{x} = f(t, x, u^+)$ 变为 $\dot{x} = f(t, x, u^-)$, 其中 $u^\pm = [u_1, \dots, u_{i-1}, u_i^\pm, u_{i+1}, \dots, u_m]^T$, 即系统运动的微分方程在子流形

$$\varphi = \{x \in \mathbb{R}^n: s(x) = 0\} \quad (1.3)$$

附近是不连续的。因此, 变结构控制也称为不连续控制。

早在变结构控制理论成为控制系统的一般综合方法之前, 不连续控制的问题在数学、物理及工程等领域中以这种或那种方式出现, 如右端不连续微分方程的研究, 具有约束条件的变分问题, 非线性振动, 继电控制或 bang-bang 控制等。但充分认识到不连续控制的优越性, 则是在系统地引入滑动模态的概念及发现滑动模态的不变性之后^[15-25]。

所谓滑动模态, 是指系统(1.1)的状态限制在子流形(1.3)上的运动。一般地, 系统的初始状态未必在子流形 φ 上, 此时控制(1.2)的作用就在于把 $x(\cdot)$ 在有限时间内驱动到并维持在 φ 上。这就是所谓的到达过程。滑动模态是变结构控制系统最本质的运动, 它可以表现出与系统到达过程中的运动 $\dot{x} = f(t, x, u^+)$ 及 $\dot{x} = f(t, x, u^-)$ 完全不同的性质。

例如, 即使系统 $\dot{x} = f(t, x, u^+)$ 及 $\dot{x} = f(t, x, u^-)$ 都是不稳定的, 但两者创造的滑动模态却可以是稳定的。考虑系统^[7]

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = f(x, u) = \begin{bmatrix} y \\ 2y - x - u \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

$$u = \begin{cases} u^+ = 4x & \text{当 } xs > 0 \\ u^- = -4x & \text{当 } xs < 0 \end{cases} \quad (1.5)$$

$$s = x + 2y \quad (1.6)$$

系统 $\dot{x} = f(x, u^+)$, $\dot{x} = f(x, u^-)$ 及 $\dot{x} = f(x, u)$ 的相图分别示于图 1.1 (a)、(b)、(c)。由图 1.1 可以看出, 前两者在坐标原点的运动都是不稳定的, 而后者却是小范围渐近稳定的。

变结构系统之所以表现出这种特殊的性质, 是由于它把各个子系统较“好”的运动有机地结合起来, 而力图避开各个子系统“不好”的运动。这种思想正是变结构系统的深刻本质, 在图 1.1 中得到了充分的体现。

实际上, 经典的调节理论是随着系统状态的变化而改变系统的输入信息的, 以获得系统的稳定性、最优代价函数等等; 而变结构理论则是随着系统状态的变化而改变系统结构的, 当然可以期望获得更好的性质。

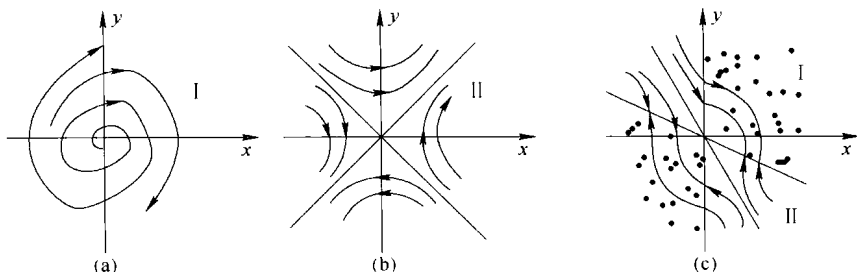


图 1.1 由两个不稳定的系统组成一个稳定的变结构系统

本书只讨论形如式(1.1)的有常微分方程描述的变结构系统。一般地说,即使系统是变结构系统,如式(1.1)和式(1.2),也未必具有滑动模态。这里,我们只讨论具有滑动模态的变结构控制系统,这时也把变结构控制狭义地理解为滑动模态控制。

但是,变结构控制系统还有一个突出的缺点,即抖振。这也是阻碍变结构控制应用的主要障碍之一。

1.2 变结构控制的数学基础及设计步骤

1.2.1 变结构控制的数学基础

在变结构控制理论中,首先遇到的一个基本问题,是关于形如式(1.1)和式(1.2)的微分方程解的存在性及唯一性问题。显然,在滑动流形附近,方程(1.1)的右端不满足Lipshitz条件,因此解的存在性及唯一性不能得到保证。为了解决这一问题,Filippov^[26]于20世纪60年代提出了右端具有不连续性的微分方程解的理论。Utkin^[1]从控制角度出发,给出了至今仍广泛使用的等价控制概念来解决这一问题。下面分别介绍这些方法。

A Filippov^[26]方法

考虑微分方程

$$\dot{x} = f(t, x) \quad (1.7)$$

式中, $f: \mathbb{R}^1 \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 对 (t, x) 可测, 是 x 的不连续函数。

定义 1.1^[26] 函数 $x: [t_0, t_1] \rightarrow \mathbb{R}^n$ 称为方程(1.7)在 $[t_0, t_1]$ 上的 Filippov 解(F-解), 如果 $x(\cdot)$ 在 $[t_0, t_1]$ 上绝对连续, 并且

$$\dot{x}(t) \in \bigcap_{\delta > 0} \bigcap_{\mu N = 0} \overline{C \cup \bigcup_{\beta} xf(t, \beta(x, \delta) \setminus N)} \text{ a. e. in } [t_0, t_1] \quad (1.8)$$

式中, $\beta(x, \delta)$ 表示 \mathbb{R}^n 中以 x 为球心, δ 为半径的开球, μN 表示 \mathbb{R}^n 中集合 N 的 Lebesgue 测度, $C \cup x$ 及 $\overline{C \cup x}$ 分别表示凸组合及其闭包。

在变结构控制系统(1.1)和(1.2)中, 向量场 f 在滑动流形上的取值一般来说是不确定的, 而定义 1.1 中的零测集 N 的作用就是用来消除这种病态行为的。

对切换流形是 $n-1$ 维的情况, 方程(1.7)的 F-解有非常清晰的几何解释。设

$$\dot{x} = f(x) = \begin{cases} f^+(x) & \text{当 } s(x) > 0 \\ f^-(x) & \text{当 } s(x) < 0 \end{cases} \quad (1.9)$$

方程(1.9)在区域 $\{x \in \mathbb{R}^n: s(x) > 0\}$ 及 $\{x \in \mathbb{R}^n: s(x) < 0\}$ 中的 F-解就是相应微分方程的普通解, 若下述极限存在

$$\lim_{s(x) \rightarrow 0^+} f^+(x) = f_0^+(x), \quad \lim_{s(x) \rightarrow 0^-} f^-(x) = f_0^-(x) \quad (1.10)$$

且满足条件

$$(\text{grad } s)^T \cdot f_0^+ < 0, \quad (\text{grad } s)^T \cdot f_0^- < 0 \quad (1.11)$$

则在切换流形 $\varphi = \{x \in \mathbb{R}^n: s(x) = 0\}$ 上方程(1.9)的 F-解就是下述方程的解:

$$\dot{x} = f_0(x) = \frac{(\text{grad } s)^T \cdot f_0^-}{(\text{grad } s)^T \cdot (f_0^- - f_0^+)} f_0^+ - \frac{(\text{grad } s)^T \cdot f_0^+}{(\text{grad } s)^T \cdot (f_0^- - f_0^+)} f_0^- \quad (1.12)$$

即 f_0 落在向量 f_0^+ 与 f_0^- 的连线上且与 φ 相切。这个结果表明了 F-解对系统存在扰动时的稳定性。

B 等价控制方法

尽管 Filippov^[26] 理论为变结构控制系统提供了严格的理论基础, 但应用起来并不方便。当变结构系统存在滑动模态时, 等价控制概念是解决微分方程的不连续性的方便方法。

考虑系统

$$\dot{x} = f(x, t) + B(x, t)u \quad (1.13)$$

$$u_i = \begin{cases} u_i^+(x, t) & \text{当 } s(x) > 0 \\ u_i^-(x, t) & \text{当 } s(x) < 0 \end{cases} \quad (1.14)$$

式中, $f: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^n$, $B: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^m$, $s: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, $s(x) > 0 (< 0)$ 表示其

中每个分量 $s_i(x) > 0$ (< 0), $i = 1 \cdots m$ 。令 $G = \frac{\partial s}{\partial x}$, 设 $\forall (x, t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^1$,

GB 非奇异。

在到达过程, 系统(1.13)的解按经典微分方程的解定义。在滑动流形上, 补充定义控制 u 的值, (即等价控制 u_{eq}), 它使得沿着系统(1.13)的解, 有

$$\frac{ds}{dt} \equiv 0 \quad (1.15)$$

由此可得

$$u_{eq} = -[G(x)B(x, t)]^{-1}G(x)f(x, t) \quad (1.16)$$

将式(1.16)代入式(1.13), 即得系统滑动模式的运动方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = f - B(GB)^{-1}Gf \\ s(x) = 0 \end{cases} \quad (1.17)$$

系统(1.13)在滑动流形上的解即方程(1.17)定义。条件(1.15)的意义是明显的, 系统一旦到达滑动流形, 等价控制将使之维持在滑动流形上。

方程(1.17)表示理想情况下滑动模式的运动方程, 记其解为 $x^*(t)$ 。在实际情形下, 由于执行机构的时延, 间隙特性以及系统的建模误差, 理想的滑动运动(1.17)是难以实现的, 即控制(1.14)只能把系统(1.13)的状态驱动到滑动流形附近: $\varphi_\Delta = \{x \in \mathbb{R}^n: \|s(x)\| \leq \Delta\}$, 记此时系统(1.13)和(1.14)的解为 $x_\Delta(t)$ 。要想使等价控制方法具有实际意义, 必须要求

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} x_\Delta(t) = x^*(t) \quad (1.18)$$

条件(1.18)称为滑动模式的可逼近性^[7]。条件(1.18)意味着:(1)系统(1.13)和(1.14)的未定义部分的运动, 即滑动模式是唯一的;(2)不管以何种近似方程来实现控制律(1.14), 当其近似程度足够好时, 将产生同一种运动, 即滑动模式。这两点无论在理论上还是在应用上都是至关重要的。系统(1.1)的 F-解与等价控制解在一定条件下是等价的。

1.2.2 变结构控制系统的设计步骤

变结构控制系统设计的任务^[7]在于:

(1) 选择切换函数 $s(x)$, 以保证滑动模式渐近稳定或者更进一步的

具有良好的动态性能。

(2) 确定变结构控制 $u(x)$, 以保证存在滑动模态; 系统自状态空间中的任意一点出发均能于有限时间内到达滑动流形。

下面分别介绍 $s(x)$ 及 $u(x)$ 的设计方法。另外, 本节还将讨论变结构系统的一些特殊问题, 如鲁棒性及抖动现象。

1.2.2.1 切换函数的设计

A 线性系统的切换函数

考虑系统

$$\dot{x} = Ax + Bu, x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m \quad (1.19)$$

$$s = Cx, s \in \mathbb{R}^m \quad (1.20)$$

其中, A, B, C 为具有相应维数的定常数矩阵, 假定矩阵对 (A, B) 可控, 矩阵 B 列满秩。

我们的任务是通过设计矩阵 C , 使得系统(1.19)限制在子空间 $\varphi = \text{Ker}C = \{x \in \mathbb{R}^n: Cx = 0\}$ 上的运动满足所期望的性质, 且 $|CB| \neq 0$ 。基本方法是把系统(1.19)和(1.20)变换为正则型。作变换

$$\bar{x} = Tx = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix}$$

使得 $T_1 B = 0, T_2 B = B_2$, 这里 B_2 为 $m \times m$ 非奇异矩阵, 令

$$TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, CT^{-1} = [C_1, C_2]$$

易证 $|C_2| \neq 0$, 因此, 系统(1.19)和(1.20)化为如下的正则型,

$$\dot{\bar{x}}_1 = A_{11} \bar{x}_1 + A_{12} \bar{x}_2 \quad (1.21)$$

$$\dot{\bar{x}}_2 = A_{21} \bar{x}_1 + A_{22} \bar{x}_2 + B_2 u \quad (1.22)$$

$$s = C_1 \bar{x}_1 + C_2 \bar{x}_2 \quad (1.23)$$

由此得到滑动模态的动力学方程为

$$\dot{\bar{x}}_1 = (A_{11} - A_{12} C_2^{-1} C_1) \bar{x}_1 = (A_{11} - A_{12} F) \bar{x}_1 \quad (1.24)$$

式中, $F = C_2^{-1} C_1$ 。易证若 (A, B) 可控, 则 (A_{11}, A_{12}) 可控, 因而滑动模态(1.24)的动态品质可以通过线性系统理论的传统设计方法, 如极点配置, 二次型范函指标优化等方法获得^[7]。

B 非线性系统的切换函数

考虑系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(t, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}), \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n, \boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^m \quad (1.25)$$

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{s}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{s} \in \mathbb{R}^m \quad (1.26)$$

目标是寻求切换函数 $s(x)$, 使得系统(1.26)限制在切换流形上的运动是渐近稳定的, 对于一般的非线性系统(1.26), 这是异常困难的问题, 即使是对仿射非时变非线性系统^[27], 这一问题也远未解决。因此, 这里将介绍一些简单的非线性系统的切换函数的设计方法。

a 正则型非线性系统

考虑非线性系统^[27]

$$\begin{aligned} \dot{x}_{i1} &= x_{i2} \\ &\vdots \\ \dot{x}_{i, n_i-1} &= x_{i, n_i} \\ \dot{x}_{i, n_i} &= \alpha_i(\boldsymbol{x}) + \beta_i(\boldsymbol{x})u_i \end{aligned} \quad (1.27)$$

式中, $i=1, 2, \dots, m, \boldsymbol{x} = [x_{11} \cdots x_{1, n_1}, \dots, x_{m1} \cdots x_{m, n_m}]^T, \sum_{i=1}^m n_i = n, \alpha_i(0) = 0, \beta_i(x) \neq 0$ 。称系统(1.27)为非线性系统的正则型。对此系统, 切换函数可取为

$$s_i = C_{i1}x_{i1} + \cdots + C_{i, n_i-1}x_{i, n_i-1} + x_{i, n_i} \quad (1.28)$$

式中, $\{C_{i1}, \dots, C_{i, n_i-1}, 1\} | i=1, 2, \dots, m$ 为 m 个 Hurwitz 多项式系数, 其滑动模态为 m 个解耦线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{i1} &= x_{i2} \\ &\vdots \\ \dot{x}_{i, n_i-2} &= x_{i, n_i-1} \\ \dot{x}_{i, n_i-1} &= -C_{i1}x_{i1} - \cdots - C_{i, n_i-1}x_{i, n_i-1} \end{aligned} \quad (1.29)$$

应当指出, 式(1.27)最后一项的右端对 u 可以是非线性的。由高阶微分方程描述的系统 $f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n)}, u) = 0$ 可以化为(1.27)。

b 微分几何方法

对系统(1.29), 设有 m 个函数 $h_1(x), \dots, h_m(x)$, 其相关度^[21]分别为 r_1, \dots, r_m , 如果 $h_1(x), \dots, h_m(x)$ 及 r_1, \dots, r_m , 满足

$$r_1 + \cdots + r_m = n \quad (1.30)$$

$$\text{rank} \{ h_1, L_f h_1, \cdots, L_f^{(r_1-1)} h_1, \cdots; h_m, L_f h_m, \cdots, L_f^{(r_m-1)} h_m \} = n \quad (1.31)$$

则系统(1.29)的切换函数可选为 $s_i = C_{i1} h_i + C_{i2} L_f h_i + \cdots + C_{i,r_i-1} L_f^{(r_i-2)} h_i + L_f^{(r_i-1)} h_i, i = 1, \cdots, m$, 其中 $\{ C_{i1}, C_{i2}, \cdots, C_{i,r_i-1}, 1 \} (i = 1, \cdots, m)$ 为 m 个 Hurwitz 多项式系数, 此时系统的滑动模态也是 m 个形如(1.29)的线性系统(在适当的局部坐标系下)。

这种方法的缺点在于函数 h_1, \cdots, h_m 的构造是困难的。对于正则系统, h_i 的构造是明显的, 但对于一般的非线性系统, 还没有一般的方法。关于非线性系统(1.26)的切换函数的构造, 目前仍然是一个富有挑战性的问题, 它与非线性系统的光滑镇定是直接相关的^[27]。

1.2.2.2 控制器的设计

A Lyapunov 方法

控制器的设计一般是使用到达条件来完成的, 传统的方法是 Lyapunov 方法, 其基本思想是, 令

$$V = \frac{1}{2} s^T s \quad (1.32)$$

而使其沿着系统(1.26)解的导数 $\frac{dV}{dt} < 0$, 即

$$V = s^T \dot{s} < 0 \quad (1.33)$$

保证(1.33)成立的一个充分条件就是

$$\begin{cases} \dot{s}_i < 0 & \text{当 } s_i > 0 \\ \dot{s}_i > 0 & \text{当 } s_i < 0 \end{cases}, i = 1, \cdots, m \quad (1.34)$$

条件(1.34)是变结构控制理论中广泛使用的到达条件。

应当指出, 式(1.33)或式(1.34)并不能保证有限时间到达。例如, 当 $m=1$ 时, $s = e^{-at} (a > 0)$ 满足式(1.33)或式(1.34), 显然它不能在有限时间内到达零。保证有限时间到达的一个充分条件是

$$\lim_{\|s\| \rightarrow 0} \dot{V} < 0 \text{ 或 } \lim_{s_i \rightarrow 0_+} \dot{s}_i < 0, \lim_{s_i \rightarrow 0_-} \dot{s}_i > 0 \quad (1.35)$$

式(1.35)正是经典文献^[2,5,7]中所使用的到达条件。

利用到达条件(1.34) ~ (1.35)所给出的控制器, 有两种典型形