志鸿优化新课标系列丛书

丛书主编　任志鸿

- 与读者建立了足够心理默契与情感依恋的图书品牌
- 中国教育报第22届教师节“好书教师评”最有价值的教辅图书
- CCTV助学读物知名上线品牌，“希望之星”指定教辅
- 倾心打造，持续创新，近千万名优秀学子的无悔选择

高中同步测控

QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI

全优设计

QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI

- 温故知新
- 互动课堂
- 主动成长

数学

必修2

配新课标北师大版

大象出版社

志鸿优化新课标系列丛书

高中同步测控

SHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI

全优设计

ANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUS

丛书主编 任志鸿
本册主编 曹贤波

数学

◀ 必修2 ▶

配新课标北师大版

大象出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中同步测控全优设计:北师大版. 数学. 2:必修/任志鸿主编. —郑州:大象出版社,2008.9
ISBN 978-7-5347-5226-1

Ⅰ.高… Ⅱ.任… Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料
Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 107592 号

配新课标北师大版
高中同步测控全优设计
数学　必修2
丛书主编　任志鸿
责任编辑　崔小荷
责任校对　马付芝　李新波
大象出版社 出版
(郑州市经七路25号　邮政编码 450002)
网址:www.daxiang.cn
河南第二新华印刷厂印刷
河南省新华书店发行
开本　890×1240　1/16　11.75 印张　330 千字
2008 年 9 月第 1 版　　2008 年 9 月第 1 次印刷
定　价:17.50 元

印厂地址　郑州市商城路 231 号
邮政编码　450000　　电话　(0371)66202901

《高中同步测控全优设计》

●◎实现课堂 大跨越

处处都是 开门声●◎

温故知新

引领自主梳理 打通知识通道

轻松学习知识 稳筑坚实根基

互动式课堂学习模式

互动课堂

倡导师生互动 引导学习方法

展示主干知识 突破重难疑点

主动成长

注重同步测控 搭建训练平台

精选模拟新题 步步提升能力

◇解决问题探索化

◇学习过程互动化

◇教学内容情景化

打造45分钟最佳课堂模式

Design

全优设计
QUANYOUSHEJI

全心全意
QUANXINQUANYI

名校联合倾力打造
名师联手竭诚奉献

高中同步测控全优设计3大特点

体例简洁　内容精彩

《高中同步测控全优设计》针对高中学习负担比较重的现实，采用新教育理念，进行人性化的设计编排，以简洁、科学的体例形式呈现出高中学习必备的知识体系、学习方法以及必须的训练内容，使图书内容紧凑，节奏明快，简洁实用，便捷高效，从而让学生在轻松快乐、卓有成效的学习过程中学会学习、学会创新、学会应试、学会做人，同时实现可持续发展。

讲练结合　方便实用

《高中同步测控全优设计》坚持讲练结合、练为主导的原则，通过双栏的设计，使讲解、例析、训练有机结合。讲解系统、完整、充分、生动，同时精心设计训练题目，使题量充足，题型新颖，让学生在具体的训练过程中积累知识。并且每个题目都配有详尽的解析过程，通过对题目的深入剖析和探究，帮助学生掌握更多的知识和方法。

双栏互动　一通百通

《高中同步测控全优设计》通过教师与学生的双向互动，对教材中的重点、难点问题一一剖析，情景真实、探究精彩，使读者在阅读的过程中如临其境，跃跃欲试， 从而引发学生的阅读冲动，让学生在好学乐学中学会主动学习和创新学习。同时，通过本书学习模式的引领，帮助读者掌握科学的学习方法， 达到触类旁通、一通百通的学习效果，使读者在使用本书的过程中获得最大的收益。

新教育・新理念・新课标・新教辅

前言

FOREWORD

亲爱的同学，也许你是“全优设计”刚结识的新朋友，也许是多年的老朋友，你心存高远，志向万里，愿走尽天下路，踏遍千山万水，就是为了寻觅一座通向希望和理想的桥。现在，桥就在你的眼前……

你手中的这本《高中同步测控全优设计》饱含着志鸿人的人文关怀，承载着志鸿人的爱心与智慧，致力于打通“思考思路思想”与“情感态度价值观”两大通道，帮助你在学习的过程中找到成长的感觉、成功的喜悦、成才的幸福！

《高中同步测控全优设计》以理念统帅板块，以板块整合栏目，以栏目组织内容。从板块到栏目，从形式到内容，都紧紧扣准新教育、新人文、新课程的脉搏，做到了“继承、创新、适应、引导”四位一体。

以旧启新，倡导自主学习　《全优设计》注重培养学生的自主学习能力，通过对既有知识的回顾，引导学生科学梳理主干知识，自主构建知识网络，以旧启新，实现新旧知识间通畅的链接。

讲例对照，实现师生互动　《全优设计》整体设计上双栏互动，知识讲解着眼要点，重点难点讲深讲透，典型例题一一对应，精解精析，学思互动。突出体现了“以教师为主导、以学生为主体”的新课改理念。

情景导学，注重实践探究　《全优设计》从学生的心理特点出发，运用新课改理念，在强化基本理论学习的同时，又不死扣教材，而是注意将教材知识同生产生活联系，通过研究性学习题目及实践型情景的设计，把教材变成诱思导学的工具。

训练科学，促进主动成长　《全优设计》的题目设计立足“精”，训练方式抓住“活”，背景材料突出“新”，学习效果强调“实”。涵盖全面，知能并重。层级科学，难易适中。准确把握高考命题方向，精选典型高考及模拟试题，仿真演练，超前体验，促进综合能力提升。

FOREWORD

答案详解,追求方便实用 《全优设计》对重、难点习题精析详解,注重规律方法的点拨总结,引导学生触类旁通,举一反三。答案单独成册,方便师生教、学使用。同时,力求学习内容呈现形式的形象生动化,图文并茂,营造了一种和谐愉悦的学习氛围。

《全优设计》,一本学生想拥有的教师用的书,是学生自主学习的良师益友。

《全优设计》,一本教师想拥有的自己用的书,是教师轻松教学的备课秘书。

全优设计,成就未来!

丛书编委会

目录

CONTENTS

CONTENTS

第一章　立体几何初步

§1　简单几何体

1.1　简单旋转体

温故知新 WENGUZHIXIN

新知预习

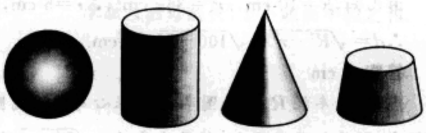
1. 以半圆的直径所在的直线为旋转轴，将半圆旋转所形成的曲面叫做______，球面所围成的几何体叫做______，简称____，半圆的圆心叫做______. 连结球心和球面上任意一点的线段叫做球的______，连结球面上两点并且过球心的线段叫做球的______.

2. 一条平面______绕着它所在的平面内的一条定直线旋转所形成的曲面叫____，封闭的旋转面围成的几何体叫________.

3. 分别以矩形的一边、____________、____________为旋转轴，其余各边旋转而形成的曲面所围成的几何体分别叫做圆柱、圆锥、圆台.

知识回顾

在我们生活的空间里，几何体与我们人类的生存息息相关，我们的衣、食、住、行没有一样能够离开几何体，形形色色的建筑，形态各异的食品，千姿百态的交通工具，就连我们自己也是一个几何体，这些复杂的几何体就是我们要学习的简单几何体的组合体. 下面是本节课要学习的几种简单几何体.



互动课堂 HUDONGKETANG

疏导引导

基础导学

1. 球

(1)球是一种旋转体. 它是由半圆绕着它的直径旋转来定义的，它只有一个面，即整个球面，从球的概念中，可以知道球面上任何一点到球心(即半圆的圆心)的距离都等于定长；反过来，凡是到球心的距离等于定长的点都在球面上. 我们在初中阶段已经知道："在一个平面内到一定点的距离等于定长的点的集合(点的轨迹)是一个圆."把这个定理推广到空间，就是"到一定点的距离等于定长的点的集合是一个球面".

(2)球和球面是两个不同的概念. 球面仅仅指球的表面；而球(球体)不仅包括球的表面，同时还包括球面所包围的空间. 因此，用一个平面去截一个球，截面是圆面；而用一个平面去截一个球面，截面是圆.

(3)球的截面性质：

①球心和截面圆心的连线垂直于截面.

②球心到截面的距离 d 与球半径 R 及截面圆的半径 r 有如下关系

活学巧用

1 有下列说法：

①球的半径是球面上任意一点与球心的连线段；

②球的直径是球面上任意两点间的连线段；

③用一个平面截一个球，得到的是一个圆；

④不过球心的截面截得的圆叫做小圆.

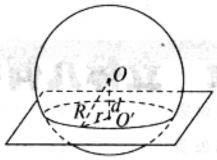
则正确命题的序号是______.

2 已知球心到球的一个截面的距离为5，截面圆的半径为12，则球的半径为…………………………（　　）

A. 13　　B. 12

C. 5　　D. $\sqrt{149}$

$r=\sqrt{R^2-d^2}$,如右图.



(4)球的大圆、小圆及球面距离

①球的大圆、小圆

球面被经过球心的平面截得的圆叫做球的大圆;被不经过球心的平面截得的圆叫做球的小圆.

把地球看作一个球时,经线是球面上从北极到南极的半个大圆,赤道是一个大圆,其余的纬线都是小圆.

②球面距离

在球面上,两点之间的最短距离,就是经过两点的大圆在这两点间的一段劣弧的长度.这段弧长叫做两点的球面距离.

温馨提示

求球面距离的关键是求出球面上两点之间的直线距离,然后将这个距离及两点对应的半径结合成三角形.运用解三角形的知识求出球心角.

例1 已知球的半径为 10 cm,若它的一个截面圆的面积是 36π cm^2,则球心与截面圆圆心的距离是______.

解析:由截面圆面积可求出截面圆半径,再利用 $d=\sqrt{R^2-r^2}$ 即可求解.

设截面圆半径为 r,球心与截面圆圆心的距离为 d,球半径为 R.

由已知,$R=10$ cm,$\pi r^2=36\pi$ cm^2,$\therefore r=6$ cm,

$\therefore d=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{100-36}=8$ cm.

答案:8 cm

点拨:球半径 R、截面圆半径 r、球心与截面圆圆心的距离 d 这三个数据中,若已知其中两个,利用关系 $d=\sqrt{R^2-r^2}$ 就可以求出第三个.

2. 圆柱、圆锥、圆台的结构特征

(1)圆柱有两个重要的结构特征:一是平行于底面的截面都是圆,并且这些圆是全等的;二是过轴的截面(简称轴截面)是全等的矩形,这个矩形的相邻两边是圆柱的底面圆直径和侧面上的母线.如果该矩形为正方形,则圆柱叫等边圆柱.用平行于轴的平面去截圆柱,所得截面也是矩形,在这些截面中,以轴截面的面积为最大.

温馨提示

圆柱的轴截面在求解圆柱问题时最常用.

(2)圆锥的两个结构特征:一是平行于底面的截面都是圆;二是过轴的截面(轴截面)是全等的等腰三角形.如果轴截面是等边三角形,那么圆锥叫做等边圆锥,即等边圆锥的母线长等于底面圆直径.

(3)圆台的两个结构特征:一是平行于底面的截面都是圆;二是过轴的截面(轴截面)是全等的等腰梯形,这些等腰梯形的上下底分别是圆台上下底面圆的直径,等腰梯形的高是圆台的高,腰是圆台的母线.

温馨提示

圆台可由圆锥用平行于底面的平面截得,因此,圆台的母线长都相等,每条母线延长后都相交于一点,并且交点在轴上.在解决有关圆台的问题时常采用还台为锥的方法来解决.

3 A、B 为球面上相异的两点,则通过 A、B 可作的大圆的个数为 …………(　　)

A. 一个

B. 无穷多个

C. 零个

D. 一个或无穷多个

4 球面上两点 A 和 B 的最短距离是(　　)

A. 线段 AB 的长

B. 过 A、B 两点的截面,以 A、B 两点为端点的劣弧的长

C. 经过 A、B 两点的大圆,在 A、B 两点间的一段劣弧的长

D. 经过 A、B 两点的大圆,在 A、B 两点间的一段优弧的长

5 设地球的半径为 R,在北纬 45°圈上有两个点 A、B,A 在西经 40°,B 在东经 50°,求 A、B 两点间纬线圈的劣弧长及 A、B 两点间的球面距离.

6 有下列命题,其中正确的是 ……(　　)

①在圆柱的上、下底面的圆周上各取一点,则这两点的连线是圆柱的母线;②圆锥顶点与底面圆周上任意一点的连线是圆锥的母线;③在圆台上下底面圆周上各取一点,则这两点的连线是圆台的母线;④圆柱的任意两条母线所在的直线都是互相平行的

A. ①② B. ②③

C. ①③ D. ②④

疑难疏引：①圆柱、圆锥、圆台是从平面图形旋转来定义的，由于用来旋转的平面图形的不同得到三种不同的旋转体，一定要注意它们旋转形成的过程，不能简单地说以直角三角形的一边为轴旋转形成的几何体叫圆锥，也不能说以直角梯形的一腰为轴旋转形成的几何体叫圆台，必须具体指出哪条边为轴才可以.

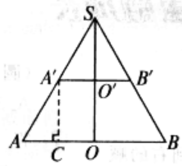
②从圆柱、圆锥、圆台的形成过程可以看出，它们的轴一定垂直于底面.

③圆柱、圆锥、圆台的关系.

当圆台的上底逐渐变小，半径趋近于零时，圆台趋向于圆锥；当圆台上底逐渐变大，半径与下底半径相同时，圆台变为圆柱.

例2 圆台的母线长为8，母线与轴的夹角为30°，下底面半径是上底面半径的2倍，求两底面面积和轴截面面积.

解：设圆台上底面半径为 r，则下底面半径为 $2r$. 将圆台还原成圆锥，轴截面如右图所示. 则 $\angle ASO=30°$.



在 $Rt\triangle SA'O'$ 中，$SA'=\dfrac{r}{\sin30°}=2r$.

在 $Rt\triangle SAO$ 中，$SA=\dfrac{2r}{\sin30°}=4r$.

所以 $AA'=SA-SA'=2r$，即 $2r=8$，所以 $r=4$.

所以 $S_{上}=\pi r^2=16\pi$，$S_{下}=\pi(2r)^2=4\pi r^2=64\pi$.

过 A' 作 $A'C\perp AO$ 于 C，则 $A'C=O'O$，$OC=O'A'$，所以 C 为 AO 的中点，$AC=r=4$. 在 $Rt\triangle A'AC$ 中，$A'C^2=A'A^2-AC^2=8^2-4^2=48$，所以 $A'C=4\sqrt{3}$.

$S_{梯形A'ABB'}=\dfrac{1}{2}(2A'O'+2AO)\times A'C=12\times4\sqrt{3}=48\sqrt{3}$.

所以圆台上底面面积为 16π，下底面面积为 64π，轴截面面积为 $48\sqrt{3}$.

点拨：解决此类问题一般要画出圆台的轴截面，把圆台还原成圆锥，利用直角三角形和相似三角形，解决圆台中的未知元素.

探究创新

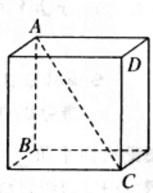
1. 圆柱、圆锥、圆台的轴截面集中反映了各元素的基本关系，作轴截面找出各元素的关系是解决问题的关键.

2. 球与其他几何体形成的组合体问题

球与其他几何体组成的几何体通常在试题中以相切或相接的形式出现，解决此类问题常常利用截面来表现这两个几何体之间的关系，从而将空间问题转化为平面问题.

作适当的截面(如轴截面等)对于球内长方体、正方体来说，截面一要过球心；二要过长方体或正方体的两条对角线.

例3 如下图所示，在棱长为1的正方体内有两个球相外切且又分别与正方体内切，求两球半径之和.

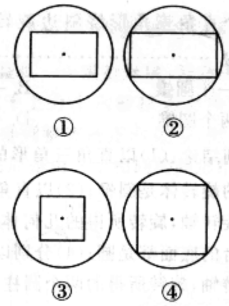


7. 已知一个圆柱的轴截面是一个正方形且其面积是 Q，求此圆柱的底面半径.

8. 若母线长是4的圆锥的轴截面的面积是8，则圆锥的高是________.

9. 设圆台的高为 h，母线与轴的夹角为 $90°-\alpha$，轴截面中一条对角线垂直于腰，求圆台的母线长，上下底面半径之和.

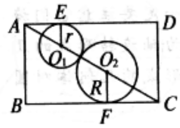
10. 一个正方体内接于一个球，过球心作一截面，如下图所示，则截面的可能图形是…………………………（　　）



A. ①③　　B. ②④

C. ①②③　　D. ②③④

解：此题的关键在于作截面．一个球在正方体内，一般知道作对角面，而两个球的球心连线也应在正方体的体对角线上，故仍需作正方体的对角面，得如右图的截面图．球心 O_1 和 O_2 在 AC 上，过 O_1、O_2 分别作 AD、BC 的垂线交于 E、F 两点．



则由 $AB=1$，$AC=\sqrt{3}$，得 $AO_1=\sqrt{3}r$，$CO_2=\sqrt{3}R$．

$\therefore r+R+\sqrt{3}(r+R)=\sqrt{3}$．

$\therefore R+r=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{3-\sqrt{3}}{2}$．

11 正方体的内切球与外接球（正方体的顶点都在球面上）的半径之比为 …（　）

A. $\sqrt{3}:1$　　B. $\sqrt{3}:2$

C. $\sqrt{3}:3$　　D. $2:\sqrt{3}$

主动成长

ZHUDONGCHENGZHANG

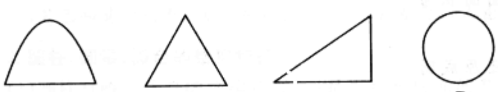
夯基达标

1 与下图所示实物图相类似的立体图形按从左到右的顺序依次是 ……………………………………（　）

A. 球，圆锥，圆柱　　B. 圆锥，圆柱，球

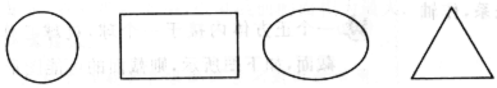
C. 球，棱柱，棱锥　　D. 球，圆柱，圆锥

2 用一个平面去截圆锥，得到的平面不可能是 …（　）



A　　B　　C　　D

3 用一个平面去截一个圆柱，得到的图形不可能是 ……………………………………………………（　）



A　　B　　C　　D

4 一个直角三角形绕斜边旋转 360°形成的空间几何体为 ……………………………………………（　）

A. 一个圆锥　　B. 一个圆锥和一个圆柱

C. 两个圆锥　　D. 一个圆锥和一个圆台

5 下列结论：(1)以直角三角形的一边为旋转轴，旋转所得的旋转体是圆锥；(2)以直角梯形的一条腰所在直线为旋转轴，旋转所得的几何体是圆台；(3)圆柱、圆锥、圆台的底面都是圆；(4)分别以矩形长和宽所在直线为旋转轴，旋转所得的两个圆柱是两个不同的圆柱．其中正确的个数为 …………………………………（　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

6 一个圆锥的侧面展开图是半圆，那么这个圆锥的顶角（圆锥轴截面中两条母线的夹角）是 …………（　）

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 90°

7 将一个等腰梯形绕着它的较长的底边所在的直线旋转一周，所得的几何体包括 ………………………（　）

A. 一个圆台两个圆锥　　B. 两个圆台一个圆柱

C. 两个圆台一个圆柱　　D. 一个圆柱两个圆锥

8 把一个圆锥截成圆台，若圆台的上、下底面半径的比是 1∶4，圆台的母线长是 10，则原来圆锥的母线长为 ……………………………………………（　）

A. $\dfrac{10}{3}$　　B. $\dfrac{70}{3}$　　C. $\dfrac{40}{3}$　　D. 13

9 在半径为 25 cm 的球内有一个截面，它的面积是 $49\pi\ cm^2$，求球心到这个截面的距离．

能力培养

10 一个圆台的上、下底面面积分别是 $1\ cm^2$ 和 $49\ cm^2$，一个平行底面的截面面积为 $25\ cm^2$，则这个截面与上、下底面的距离之比为 ……………………………（　）

A. 2∶1　　B. 3∶1　　C. $\sqrt{2}:1$　　D. $\sqrt{3}:1$

11 有一个边长分别为 8 和 4 的矩形，现以其一边所在直线为轴旋转一周后得一圆柱，求此圆柱的底面面积和轴截面面积．

12. 一个圆台的母线长为 12 cm，两底面面积分别为 $4\pi\ cm^2$ 和 $25\pi\ cm^2$. 求：

(1)圆台的高；

(2)截得此圆台的圆锥的母线长.

13. 半径为 10 cm 的球被两个平行平面所截，两个截面圆的面积分别是 $36\pi\ cm^2$、$64\pi\ cm^2$，求这两个平行平面间的距离.

14. 一个圆锥的高为 2，母线与轴的夹角为 $30°$，求圆锥的母线长以及圆锥的轴截面的面积.

拓展创新

15. 边长为 5 cm 的正方形 $EFGH$ 是圆柱的轴截面，则从 E 点沿圆柱的侧面到相对顶点 G 的最短距离是（　　）

A. 10 cm　　　　B. $5\sqrt{2}$ cm

C. $5\sqrt{\pi^2+1}$ cm　　　　D. $\frac{5}{2}\sqrt{\pi^2+4}$ cm

1.2　简单多面体

温故知新

WENGUZHIXIN

新知预习

1. 我们把若干个平面多边形围成的几何体叫做________. 其中棱柱、棱锥、棱台是________.

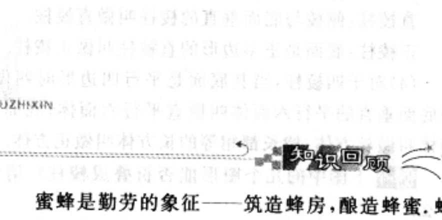
2. 两个面互相平行，其余各面都是________，并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行，这些面围成的几何体叫________. 两个互相平行的面叫做棱柱的底面，其余各面叫棱柱的侧面，棱柱的侧面是平行四边形.

3. 有一个面是多边形，其余各面是有一个公共顶点的________，这些面围成的几何体叫做棱锥.

4. 用一个________的平面去截棱锥，底面与截面之间的部分叫棱台，用正棱锥截得的棱台叫正棱台.

知识回顾

蜜蜂是勤劳的象征——筑造蜂房，酿造蜂蜜. 蜂房看上去像是由成千上万个六棱柱紧密排列组成的，从正面看，都是排列整齐的正六边形，但是就整个蜂房来看，蜂房的底是由三个相同的菱形组成的.



5. 下列图形(如图1、图2、图3所示)折叠后的图形分别是……………………………………………………（　　）

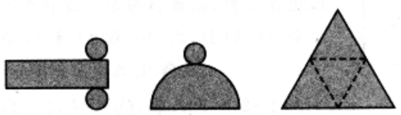


图1　　　　图2　　　　图3

A. 圆柱、圆锥、棱柱　　　　B. 圆柱、圆锥、棱锥

C. 圆台、球棱锥　　　　D. 圆台、圆锥、棱柱

一位古代的数学家帕普斯分析了蜂房的结构.他说,蜂房是盛装蜂蜜的库房,是由许许多多的正六棱柱一个挨一个,紧密地排列着的,中间没有一点空隙.后来,又有一些科学家对蜂房进行观察,他们发现,蜂房底面菱形的钝角是 $109°28'$,锐角是 $70°32'$,而通过理论计算知:要消耗最少的材料,制成同样容积的蜂房,底面菱形的角度就应该是这个答案.就是说,蜜蜂建造蜂房,所选择的方案是最为科学的.

互动课堂

HUDONGKETANG

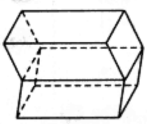
疏导引导

活学活用

基础导学

1. 棱柱

(1)棱柱是多面体中最简单的一种,它有两个本质特征:①有两个面(底面)互相平行,②其余各面(侧面)每相邻两个面的公共边(侧棱)都互相平行.因此,棱柱有"两个面互相平行,其余各面都是平行四边形."但是要注意"有两个面互相平行,其余各面都是平行四边形的几何体"不一定是棱柱,如右图的几何体有两个面平行,其余各面都是平行四边形,但不满足"每相邻两个侧面的公共边互相平行",所以它不是棱柱.



(2)由棱柱的概念可以得到棱柱的一些性质:侧棱都相等,侧面是平行四边形;两底面与平行于底面的截面是全等的多边形;过不相邻的两条侧棱的截面是平行四边形.

(3)特殊的棱柱有以下几种:

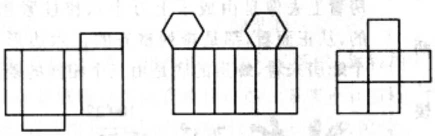
斜棱柱:侧棱与底面不垂直的棱柱叫做斜棱柱.

直棱柱:侧棱与底面垂直的棱柱叫做直棱柱.

正棱柱:底面是正多边形的直棱柱叫做正棱柱.

(4)对于四棱柱,当其底面是平行四边形时叫做平行六面体;侧棱与底面垂直的平行六面体叫做直平行六面体;底面是矩形的直平行六面体叫做长方体;棱长都相等的长方体叫做正方体.

例1 下图中的几个图形能否折叠成棱柱?请试折一下并回答为什么.



(1)　　　　(2)　　　　(3)

分析:折叠时要先选择一面作为底面,另外就是要了解棱柱的展开图的规律.

解:图(1)可折成一个四棱柱.图(2)不能折成棱柱,因为两个六边形在这些矩形的同一侧.图(3)不能折成棱柱,因为与正方体的每个面

1 下列命题中,正确的是…………（　　）

A. 有两个面互相平行,其余各侧面都是四边形的几何体叫棱柱

B. 棱柱中互相平行的两个面叫做棱柱的底面

C. 棱柱的侧面是平行四边形,而底面不是平行四边形

D. 棱柱的侧棱都相等,侧面都是平行四边形

2 判断题.

(1)有一条侧棱与底面两边垂直的棱柱是直棱柱.（　　）

(2)有一个侧面是矩形的棱柱是直棱柱.（　　）

(3)有两个侧面是矩形的棱柱是直棱柱.（　　）

(4)有两个相邻侧面是矩形的棱柱是直棱柱.（　　）

3 下面选项中,正确的是…………（　　）

A. 侧棱不垂直于底面的棱柱不是正棱柱

B. 侧棱垂直于底面的棱柱为正棱柱

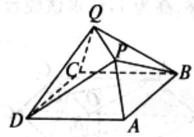
C. 底面是正多边形的棱柱为正棱柱

D. 正棱柱的高可以与侧棱不相等

相邻的面最多只有四个，因而展开后的图形中，任一个正方形在它的周围最多只应有四个正方形，而图中有一个正方形，在它的周围有了5个正方形，而这是不可能的.

2. 棱锥

(1)棱锥是多面体中重要的一种，它有两个本质特征：①有一个面是多边形；②其余的各面是有一个公共顶点的三角形；二者缺一不可. 因此棱锥"有一个面是多边形，其余各面都是三角形". 但是要注意"有一个面是多边形，其余各面都是三角形"的几何体未必是棱锥，如右图，此多面体有一面是四边形，其余各面都是三角形，但它不是棱锥.



一个棱锥至少有四个面，所以三棱锥也叫四面体.

(2)特殊的棱锥——正棱锥

如果棱锥的底面是正多边形，且各侧面全等，这样的棱锥叫正棱锥.

温馨提示

判断一棱锥是否是正棱锥必须满足下面两个条件：一是底面是正多边形；二是各侧面全等. 这也是掌握正棱锥定义的两个要点.

与正棱锥的两个要点等价的条件：

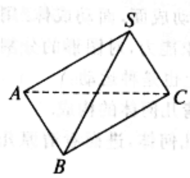
正多边形⇔外心与内心重合的多边形.

正三角形⇔外心、内心、垂心、重心中有任意两个重合的三角形.

(3)正棱锥的性质

①各侧棱相等，各侧面都是全等的等腰三角形. 各等腰三角形底边上的高相等，它叫做正棱锥的斜高.

此性质可通过全等三角形证得. 由此可知，正棱锥的各侧面都是等腰三角形，但"各侧面都是全等的等腰三角形"的棱锥不一定是正棱锥. 如右图，三棱锥 $S—ABC$ 中，可令 $SA=SB=BC=AC$，$SC=AB$，且 $SB>AB$，则此三棱锥的各侧面为全等的等腰三角形，但它不是正三棱锥.



②棱锥的高、斜高和斜高在底面上的射影组成一个直角三角形；棱锥的高、侧棱和侧棱在底面上的射影也组成一个直角三角形.

除此两个直角三角形外，正棱锥的底面半径，边心距和半边长也组成一个直角三角形. 这三个直角三角形称为棱锥中的特征三角形，有好多立体问题都是转化到平面中的这三个直角三角形中去处理. 有关侧棱、斜高、高、底面边长的计算等，要熟练掌握.

3. 棱台

(1)棱台的结构特征是：

①棱台的侧棱的延长线相交于一点，否则一定不是棱台；

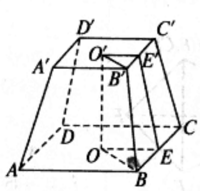
②棱台的上下底面是相似多边形且相互平行；

③棱台的侧面是梯形；

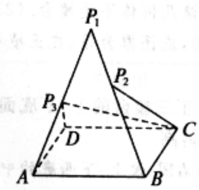
④过棱台的侧棱的截面是梯形.

(2)正棱台有以下重要性质：各侧棱相等，侧面是全等的等腰梯形；两底面及平行于底面的截面是相似的多边形；

正棱台的相关量的关系体现在三个直角梯形中，如右图中的直角梯形 $OEE'O'$、$OBB'O'$、$BEE'B'$.



4 判断下图所示的几何体是不是锥体，为什么？



5 在四棱锥的四个侧面中，直角三角形最多可有几个 ……………………（　　）

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

6 已知一个正三棱锥的高为 h，侧棱为 l，求它的底面边长和斜高.

7 具有下列哪个条件的多面体是棱台 ……………………………………（　　）

A. 两底面是相似多边形的多面体

B. 侧面是梯形的多面体

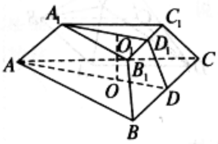
C. 两底面平行的多面体

D. 两底面平行，侧棱延长后交于一点的多面体

温馨提示

(1)棱台是由棱锥截得的，因此棱台的各侧棱延长后必须交于一点，否则该几何体不是棱台.(2)在棱台中涉及计算时，多利用其中的直角梯形，或还原为锥，在正棱锥的两个直角三角形中解决.

例2 正三棱台的上、下底面边长分别为3和6，高为1，试求该棱台的侧棱和斜高.



解：如右图，设上、下两底的中心分别是 O_1，O，连结 O_1O，则 O_1O 为棱台的高，$O_1O=1$. 连结 A_1O_1，AO 并延长分别与 B_1C_1 和 BC 相交于 D_1，D，由平面几何知识得，D_1，D 分别是 B_1C_1 和 BC 的中点，连结 D_1D，则 D_1D 为棱台的斜高.

因为 $B_1C_1=3$，$BC=6$，所以 $A_1O_1=\frac{\sqrt{3}}{3}\times3=\sqrt{3}$，$AO=\frac{\sqrt{3}}{3}\times6=2\sqrt{3}$.

在直角梯形 AOO_1A_1 中，$A_1A=\sqrt{1^2+(2\sqrt{3}-\sqrt{3})^2}=2$；

在直角梯形 DOO_1D_1 中，$D_1D=\sqrt{1^2+(\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2})^2}=\frac{\sqrt{7}}{2}$.

点拨：在求有关正棱台的问题时，正棱台两底面中心的连线、相应边心距和斜高，侧棱和两底面相应的外接圆半径及两底面中心连线都能组成直角梯形. 求解这些元素时就要利用这些直角梯形.

探究创新

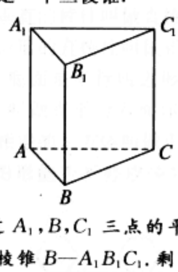
用运动的观点来描述几何体

静止是相对的，运动是绝对的，点动成线，线动成面，面动成体. 用运动的观点来看几何体的形成，容易建立空间想象能力，对图形的分割和组合有很好的作用. 几何体的"割"与"补"本质上也是种运动：

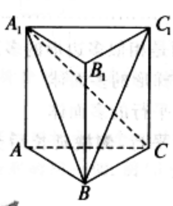
①割——将复杂的几何体进行分割，进而看清几何体的构成.

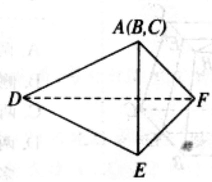
②补——将简单几何体进行组合，得到新的几何体，进而看清原几何体的实质.

例3 如下图所示的三棱柱 $ABC—A_1B_1C_1$，请你用两个平面把它分成三部分，使每一部分都是一个三棱锥.



解：如下图所示，用过 A_1，B，C_1 三点的平面先将三棱柱分成两部分，其中上面的部分为三棱锥 $B—A_1B_1C_1$. 剩下的部分用过 A_1，B，C 三点的平面再分成两部分，则下面的部分为三棱锥 $A_1—ABC$，剩下的部分是三棱锥 $A_1—BCC_1$.





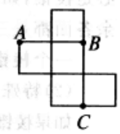
8. 正四棱台两底面边长分别为 3 cm 和 5 cm，那么它的中截面(平行于两底面且与两底面距离相等的截面)的面积为______ cm^2.

9. 正四棱台的上，下底面边长分别是 2 cm 和 6 cm，两底面之间的距离是 2 cm，则该正四棱台的侧棱长为 ………（　）

A. 3 cm　　B. $2\sqrt{2}$ cm

C. $2\sqrt{3}$ cm　　D. $\sqrt{5}$ cm

10. 2007 山东临沂一模，7 如右图所示，是一个无盖正方体盒子的表面展开图，A、B、C 为其上的三个点，则在正方体盒子中，$\angle ABC$ 等于 ……………………………（　）



A. 45°　　B. 60°

C. 90°　　D. 120°

11. 如下图，$ABCD$ 是一个正方形，E、F 分别是 AB 和 BC 的中点，沿折痕 DE、EF、FD 折起得到一个空间几何体，试动手折一折，看看这个空间几何体是一个什么样的几何体.