

杨启亮 主编

教学实践问题的理论研究丛书

数学探究学习论

宁连华 著



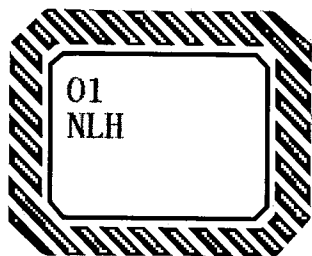
高等教育出版社
Higher Education Press

教学实践问题的理论研究丛书

杨启亮 主编

数学探究学习论

宁连华 著



高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学探究学习论/宁连华著. —北京: 高等教育出版社,
2008.6

ISBN 978-7-04-024178-5

I. 数… II. 宁… III. 数学-师范大学-教学参考资料
IV. O1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 056768 号

策划编辑 王宏凯 责任编辑 金学影 封面设计 张志奇
版式设计 王莹 责任校对 王效珍 责任印制 尤静

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100120	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landaco.com
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landaco.com.cn
印 刷	北京东光印刷厂	畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	787×1092 1/16	版 次	2008 年 6 月第 1 版
印 张	17.5	印 次	2008 年 6 月第 1 次印刷
字 数	270 000	定 价	29.60 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 24178-00

教学实践问题的理论研究丛书

编 委 会

编委会主任：

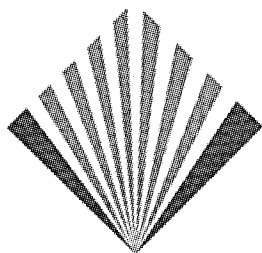
杨启亮

编委会委员(按姓氏笔画排序)：

刘炳昇 李广洲 李如密

杨启亮 周志华 单 增

涂荣豹 喻 平



总 序

教育和教学是一种实践活动,教育教学研究是一类实践性很强的科学研究。这就意味着,人们关注教育和教学就应当也必须关注教育和教学的实践问题,探究这些实践问题产生的真实原因。毕竟,科学理论的原材料是来自经验的世界,而不是来自想象的世界。面对实实在在的教育现实,人们往往会发现,有些所思所想与教育教学实践还有很大的差距,这也就意味着,我们所有的美好想法和做法都需要切切实实地建立在对现实的充分了解之上。所以,我们需要直面基础教育教学中的实践问题,看一看我们的学生究竟是怎么学习的,我们的教师是如何教学的,我们的学校是如何促进学生发展的……

然而,实践究竟是什么?这是需要我们认真面对的问题。马克思主义认识论认为,实践是人类主观见之于客观的活动,是以认识为基础的改造客观世界的有目的的活动,是一种能动的活动。事实上,实践也就是人(类)的“行动”加“反思”——“不仅仅是动脑筋就行,还必须要付诸行动;也不能仅局限于行动,还必须进行认真的反思。只有这样,才称得上是实践。”^①而且,“这两方面相互作用,如果牺牲了一方——即

① 保罗·弗莱雷.被压迫者教育学.顾建新,等译.上海:华东师范大学出版社,2001:19.



使是部分地牺牲——另一方马上就受到损害。”^①明确了实践的意义,“实践问题”也就很容易得到理解,即“实践中的问题”,换言之,即行动中的问题、反思中的问题(在某种程度上也可以把“反思中的问题”说成理论问题)。但是,“洞见或透识隐藏于深处的棘手问题是很艰难的,因为如果只是把握这一棘手问题的表层,它就会维持原状,仍然得不到解决。因此,必须把它‘连根拔起’,使它彻底地暴露出来。这就要求我们开始以一种新的方式来思考……一旦我们用一种新的形式来表达自己的观点,旧的问题就会连同旧的语言外套一起被抛弃。”^②这表示,在研究问题时,一方面应具有一种“刨根究底”的探究理念;另一方面应进行一种研究理念的置换,即确立新的思维方式——从旧的语言圈套中解放出来,进行话语的解放。

正如所有的理论都是实践活动的结果一样,所有的实践活动也都为一些理论所指导。实践不可能是一些脱离理论而存在的无思想的行为,但也不应该是某种理论可以被应用的机械训练,所有的实践都具有扎根于其中的理论。例如,对于教师来说,如果没有一些他们正在工作的情境的知识和一些需要去做什么的思想,他们甚至不可能开始实践。在形式上和教育发展的最初阶段,教育理论与教育实践是本然一统的,但随着人们在教育活动中的分工不同,实际工作者更关注实践性活动,追求实践理想,理论工作者更倾向于学术性探索,追求科学求真,从而进一步导致了研究者埋头于书斋或实验室,对实践缺乏应有的关注,实践者得不到研究者的帮助,不能直接从观点各异的科研成果中获益,仅凭经验难以做出有条理的行动。在逻辑上和教育发展的终极意义上,教育理论与教育实践又是结合的、统一的。教育理论与教育实践的逻辑联系和结合,并不意味着完全等同,或是一个包含另一个、一个否定另一个,而是两者的相互吸引、相互建构,并体现在教育理论研究(者)的实践意识和教育实践工作(者)的理论意识上。

我们该如何研究基础教育中课程与教学的实践问题?如何对待传统?如何借鉴他人?如何解决这些实践中的问题?如何实现理论与实践的融

① 保罗·弗莱雷.被压迫者教育学.顾建新,等译.上海:华东师范大学出版社,2001:37.

② 这是维特根斯坦锤炼思维的经验。见维特根斯坦.札记.转引自[法]皮埃尔·布迪厄,[美]华康德.实践与反思——反思社会学导引.李猛,等译.北京:中央编译出版社,2004:1~2.

通?为此,我们倡导“古今中外”的研究方法,既溯源求索于文化历史传统,又外拓参照于西方教学精神,它可以从一定程度上愈加显示出重视自己文化传统的必要性,同时也可以澄清因为生吞活剥外国教学经验而造成的理论困惑,改造与此相关的一些实践误区,例如,误以继承的态度借鉴西方经验的问题,误以形式或模式的简单模仿遮蔽精神实质的问题等,为实践者提供理性的文化态度参照,以促使课程与教学改革走出一条从中国实际出发、实事求是的稳健道路。

任何理论都是思维的产物,是理性认识的结果,是由一定的概念、命题或判断和一定的推理形式构成的。教育理论也是一种理论,它应符合理论的基本特征。从教育理论的发展历程来看,一般都经历“理论建构、理论完善、理论危机、理论升华(其实是新理论的建构,因为理论的‘质’业已发生了变化)”几个阶段。其中,教育理论的建构阶段是教育理论工作者根据教育实践积累的实证材料建构教育理论的过程。在这一过程中,实证素材的“量”和“质”非常重要,只有当教育实践发展到某种程度,即能为教育理论的产生从“量”和“质”上提供足够的实证素材时,教育理论的产生才成为可能。正是在“教育实践的发展是教育理论产生的基础和前提”以及“教育实践逻辑是教育理性逻辑的基石”这一层意义上,教学实践问题的理论研究才显示出它的重要意义。

需要指明的是,用批判的眼光、反思的精神来正视教育问题,将来自实践领域的实际问题与理论指导下的可行性策略结合起来,这是“教学实践问题的理论研究丛书”的作者的一贯追求和基本主张。丛书作者采取与以往教育研究不同的视角、方式、方法和立论基点来研究基础教育阶段的课程与教学问题,力图通过通俗而富有启发的语言描述来准确反映当今中国教育发展中一些发人深省的现状及前瞻性问题,寓深刻的教育道理于浅显的话语之中,期望在将教育理论的作用实实在在地发挥出来的同时,吸引更多的人来关注教育现实,思考教育问题,实现教育理想。当然,这一点并不是很容易就能够做到的。

事实上,收入本丛书的论著有谈课程的,也有谈教学的;有谈一般课程与教学理论问题的,也有论述具体学科教学实践的,还有关于教师专业发展的;范围比较宽泛,从内容上似乎看不到紧密的逻辑联系。如果说有什么共同之处的话,那就是都以基础教育为落脚点,共同着眼于基础教育阶

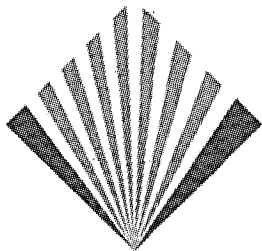
段课程和教学变革实践问题的理论研究,立足传统,面向现代,针对现实,秉持实事求是的方法论,一切从实际出发,寻找继承与借鉴的统一、多元与本土的对接,以实现课程和教学理论与基础教育教学实践的融通。人文学者(也包括有人文关怀的社会科学和自然科学学者)用笔耕开创大地,以文字凝聚思想。我们期待加入这一行列的同道与后学走出象牙之塔,一洗文人习气,回归日常生活,体味实践的酸甜苦辣,与读者分享自己的真知真乐。我们没有奢望一蹴而就,但我们相信细水长流,如此融会各行各业的源头活水,为教育教学理论注入一点生机,为教育教学实践激发一些活力。要达到这样的最终目标,还需要更多的专家、学者长期的共同奋斗,我们所做的只是一种尝试,是否已经比较接近预想的目标,在多大程度上接近了这一目标,还有待于读者和同行们的检验。

在本丛书出版的过程中,高等教育出版社的王宏凯先生给予了真诚关怀和鼎力协助,苏伶俐女士及各册书的责任编辑为本丛书的付梓付出了很多心血,在此,我们代表丛书的作者表示诚挚的谢意。

我们也衷心地希望这套丛书能帮助广大读者进一步了解课程与教学的基本理论,通过阅读培养相应的运用课程与教学理论分析和解决实践问题的能力。作为一种尝试,本丛书一定还存在这样或那样的有待改进之处。为此,我们希望得到方家的鼓励和有益的评论,更希望得到来自广大读者的反馈意见和建议。我们希望大家以不同的方式参与到我们的工作中来,共同推动课程与教学理论和基础教育教学实践的发展。

“教学实践问题的理论研究丛书”编委会

2008年3月



序

探究学习是一个重要的、值得研究而又引起热烈讨论的论题。

宁连华先生在他的著作《数学探究学习论》(以下简称“宁著”)中,对有关文献进行了认真的梳理,接着就数学探究学习的基本要素、数学探究学习的过程要素等中心内容展开了深入的讨论,系统地阐述了自己的理论。论证缜密,分析细致,是一本严谨的学术著作。

宁著是一本奠基性的著作。它总结了以往的,特别是宁连华先生自己的研究成果。但它并没有终结这个论题的研究。恰恰相反,它为进一步研究开辟了广阔的天地。书中专用一章,提出了若干思考和建议。这些思考与建议,值得我们大家去思考,去探究。

一本书的最大价值,就在于它能引起人们的思考。

现在,数学教育的文章与著作越来越多。据我个人浅见,一本好的著作或一篇好的文章,应当满足以下几个基本要求。

(一) 理论必须联系实际

有不少教育方面的论著,动辄数十万言,或旁征博引,无所不包,或天马行空,自成一统,但与实际教学却毫无关系。

宁著显然不同于这类著作。书中有大量的实证工作与案例,源于教学实际,又可以指导实际教学。书中的附录三,就是

一个真实的数学探究学习范例,殊值一读。

(二) 应当与数学有关,体现学科特色

近来,有一批搞数学教育的人士在“去数学化”。他们奢谈思想、文化、情境、理念,而数学本身,则被鄙夷为“低水平”,不屑一提。过去常说:“给学生一杯水,教师自己要有一桶水。”现在却有人认为:“教师有一杯水已经足够。”更有甚者,有人认为:“教师连一杯水也不必有,一同与学生去找水喝,岂不更好?”这类高超的理论,像我这样的普通人的确难以理解。

宁著中数学内容不少,如第三章第五节、第六节,都有很多很好的数学探究问题。我以为可以专辟一章,列举一些可供师生参考的数学中的探究问题。

(三) 深入浅出

把抽象的理论具体化,复杂的东西讲得简单,深入浅出,是真功夫。很多著名的学者,如梁启超、胡适,他们的著作都是通俗易懂的。我最近见到的《李慎之文集》,马幼垣的《水浒论衡》等,也都十分好读。

在数学教育方面,傅种孙先生、华罗庚先生的文章及著作,都是深入浅出的典范。

老实说,有些文章我是很怕读的。这些文章,文字诘屈聱牙,未加定义的概念、不知所云的术语频频出现,令人头晕目眩。作者似乎存心让读者受苦受难,以此彰显他的学术水平高不可及。

宁著的文字朴实无华,明白流畅。再增加一些文采,就更锦上添花了。

(四) 有自己的东西

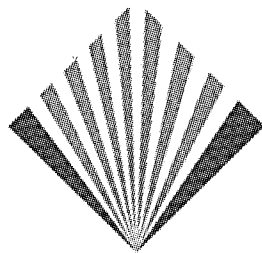
这最后一点,或许也是最要紧的一点。论著应当有自己独到的见解,与众不同。即西方人所说的:

Everyone is supposed to specialize his own line.

宁著有很多自己的东西。这一点不必我在此废话。打开他的书读一读就很清楚了。

单 埏

2008年3月



目 录

■ 序 / I

■ 绪言 / 1

- 第一节 开展数学探究学习的价值和意义 / 2
- 第二节 数学探究学习需要关注的问题 / 5
- 第三节 本书研究的基础性准备及思路、方法 / 7

■ 第1章 数学探究学习的历史考察 / 9

- 第一节 一般探究学习的发展概况 / 10
- 第二节 数学探究学习的发展特点 / 17
- 第三节 数学探究学习研究中的问题及启示 / 21

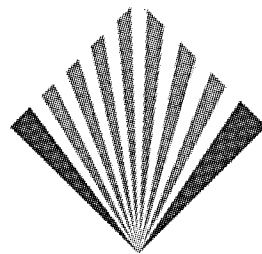
■ 第2章 数学探究学习的前提思考 / 23

- 第一节 参与者知识观:数学探究学习的知识观基础 / 24
- 第二节 动态数学观:数学探究学习的认识论基础 / 29
- 第三节 问题探究能力观:数学探究学习的目标指向 / 35

■ 第3章 数学探究学习的一般原理 / 39

- 第一节 数学探究学习的含义 / 40
- 第二节 数学学科基础上的探究学习特征 / 45
- 第三节 数学探究学习实施的主要形式 / 49

第四节	数学探究学习中的认知活动	/	54
第五节	数学探究学习与数学思维	/	65
第六节	数学探究学习中的非智力因素	/	74
■	第4章 数学探究学习的过程要素	/	83
第一节	数学探究学习中的过程知识	/	84
第二节	数学探究学习中的数学推理过程	/	94
第三节	数学探究学习中的自我监控过程	/	108
第四节	数学探究学习中的过程性评价	/	115
■	第5章 数学探究学习的实践探索	/	131
第一节	实践探索的设计、方法与过程	/	132
第二节	实践探索的结果分析	/	142
第三节	实践探索结果的总结及其思考	/	172
■	第6章 数学探究学习的若干思考及建设性策略	/	177
第一节	对数学探究学习的理性认识与思考	/	178
第二节	数学探究学习的学生参与策略	/	182
第三节	数学探究学习的教师指导策略	/	193
第四节	基于数学探究学习的教学设计理论探讨	/	207
第五节	基于数学探究学习的教学设计案例分析	/	216
■	结束语	/	229
■	附录	/	231
附录1	数学探究学习调查问卷(教师用)	/	231
附录2	数学探究学习调查问卷(学生用)	/	234
附录3	Catalan 数列探究	/	238
■	参考文献	/	257
■	后记	/	263



绪 言



- 开展数学探究学习的价值和意义
- 数学探究学习需要关注的问题
- 本书研究的基础性准备及思路、方法

菲尔茨奖得主、数学家瑟斯顿(W. Thurston)对数学曾有过这样一番评述:“数学是一个富有魅力的研究领域,这是因为它的主要部分是由人类的心灵构成的。想想可以自由地探究自己心中的数学世界,这不正是数学美的力量所在吗?”^①在此,数学家将数学美归结为它的“自由探究”,虽然不一定能引起广泛的共鸣,但“探究”与“数学”是怎样的一种密切关系,却是可以从中有所感悟的。

而从教育的角度看数学,同样是菲尔兹奖得主、对基础数学教育关爱至深的数学家托姆(R. Thom)一再强调:“数学的学习应是一个自发探究的过程,如果认为只需通过大量的生硬强记,就会更容易地学到数学,那无论如何是一个可悲的错误。”^②这是数学家基于自身的切身体验对数学教育提出的忠告。

从“育人”的层面上考察,“探究”的价值也早已受到了人们的关注。苏霍姆林斯基曾指出:“在人的心灵深处,都有一种根深蒂固的需要,这就是希望感到自己是一个发现者、研究者、探索者,而在儿童的精神世界中这种需要特别强烈。”^③

我们完全有理由这样认为:在数学与教育相遇的地方,具有个性化的数学学习主要应是探究式的,这既是由数学学科的特点所决定的,也是由“发展潜能”的育人理念所决定的。因此,从理论和实践的维度来解读数学探究学习,无疑有着重要的现实意义。

第一节 开展数学探究学习的价值和意义

早在2000年1月,教育部颁布的《全日制普通高级中学课程计划(试验修订稿)》,就在我国基础教育课程中增设了以“研究性学习”为特色的“综合实践活动”板块。其中,研究性学习作为一种必修课程,在高中的周

① [日]小岛定吉.访问记:向W. P. Thurston提五个问题.陈治中译.数学译林,2000,19(1):64~66.

② R. Thom. 在我的数学生涯中遇到的问题小结.周建义译.数学译林,1997,16(4):275~285.

③ [俄]苏霍姆林斯基.给教师的建议.杜殿坤译.修订2版.北京:教育科学出版社,1984:59.

平均课时为9课时,三年约280课时。当时,开设“研究性学习”课程的目的在于:让中小学生改变长期以来恪守的被动接受教师知识传输的学习方式,即偏重于机械记忆、浅层理解和简单应用的学习方式,在帮助学生开展有效地接受性学习的同时,将学生置于一种主动探究并注重解决实际问题的学习状态……虽然“研究性学习”和我们今天所谈的“探究学习”在概念和内容上有所区别,但强调学生学习过程中的“主动探究”是两者的共同特点。近几年,随着各学科课程标准的研制和新课程的逐渐实施,以课程形态存在的“研究性学习”板块逐渐淡出,而以一种基本学习方式来提倡的探究学习则日益受到关注。反映在数学教育上,《义务教育数学课程标准(实验)》和《普通高中数学课程标准(实验)》都已明确将探究学习作为一种重要的学习方式加以提倡,使得“探究”几乎成为研究数学学习方式时使用频率最高的语词。例如,《普通高中数学课程标准(实验)》不仅将“倡导积极主动、勇于探索的学习方式”作为课程的一种基本理念提出,而且强调要在每个模块或专题中设立“数学探究”学习活动,让学生在自主学习、探究活动中,体验数学发现和创造的历程,养成独立思考、积极探索的习惯^①。

尽管数学探究学习的倡导已多有时日,但是理论层面的“应然”性探讨转化为实践层面的“实然”性操作需要一个过程,而且,这个过程一般比想象的要困难得多。其中,观念上的正确转变和操作上的准确把握是最关键的。一方面,必须对探究和探究学习的价值和必要性有个客观的认识;另一方面,必须对数学探究学习操作中的基本问题有个准确的定位。

一、探究——提高数学创新能力的基本途径

2002年8月在中国北京举行的第24届国际数学家大会,曾经引发了一场对我国数学研究和数学基础教育现状的讨论与反思。大会主席、著名数学家吴文俊教授对中国数学研究的现状进行了中肯的评述:“不能否认,我们在数学的各个分支做出了让世人瞩目的成就。但我们独创的东西不

^① 数学课程标准研制组.《普通高中数学课程标准(实验)》解读.南京:江苏教育出版社,2004:261~264.



够,开创一个新领域,让全世界的人跟着你研究,这类东西不够。”^①由此,在追因索果的反思中,人们自然少不了将目光定格在数学的基础教育上。“原创性研究的缺乏,可能与我们的思维方式和习惯有关。在早期的数学教育中,是否对学生发现问题、解决问题、批判反省问题等独立探究的品质关注不够?”^②大会一小时报告发言人,著名数学家田刚教授的谨慎质疑颇具一定的代表性。事实上,反思一下我们的数学基础教育走过的历程,这确实不是我们今天才应提出的问题。“应试教育”、“题海战术”曾一度成为人们追问数学教育弊端的口头禅。其实,传统数学教育“重基础、抓双基”本无可厚非,数学学习的突出特点也正在于学会解题,但在升学考试的压力下,一切都有异化的倾向。为一时的成绩,采用机械式的重复演练大量的类型题目,事实上是事倍功半。而更大的危害在于把学生变成了“不会思考,只会模拟解题的机器”,扼杀了学生的创新思维和创新精神,正所谓“赢得了起点,却失去了终点”。

从总体上来看,中国学生的数学双基扎实,但创造能力却相对薄弱。这是对我国数学教育现状的一种较为客观的评述。因此,培养学生的数学创新意识和创新能力成为数学教育亟待解决的问题。而从一定程度上来说,探究性和创造性是一种因果关系,没有探究性就没有创造性,创造性是在探究的基础上表现出来的一种结果性品质。由此,数学教育“保持优势,弥补不足”的一个重要途径就是适当地开展“探究式”的学习,使探究成为学生学习数学的自觉行为,在学生独立思考的基础上培养其创新意识和能力。从这个意义上说,数学探究学习的研究就是一个普通而又具有较强生命力的现实课题。

二、数学探究学习需要重新认识和定位

实际上,探究学习最初是针对理、化、生、地等实验性较强的学科提出来的,旨在使学生像科学家做研究那样从事这些科目的学习,因此常常将其与科学探究联系在一起。其基本程式也就类似于科学研究的一般范式:

① 李斌,张景勇,邹声文. 中国数学,期待复兴. 扬子晚报, 2002-08-21(1).

② 李斌,张景勇,邹声文. “数奥”第一强国背后的隐忧. 扬子晚报, 2002-08-22(3).

提出问题—建立假设—实验验证—解释评估。尽管现在所谈的探究学习并不局限于这种固定模式,而是作为一种主动学习理念,意在促成学习方式的变革。但在具体操作中,受此左右的迹象仍很明显,一些学科似乎并没有针对自身的特点,提出相应的探究学习策略。

反映在数学学科上,或者是由一般探究学习理论推演数学探究学习的特点,或者是借助具体的数学实例来阐释一般探究学习的规律,如最常见到的研究课题是“将探究学习引入 $\times\times$ 课的实践探索”、“从数学 $\times\times$ 问题的研究看数学探究学习的特点”,等等,基本上停留在“一般探究学习理论+数学例子”的层面,嫁接、移植的痕迹相当明显。而且,又受到综合实践活动课中“研究性学习”课程板块的影响,以为数学探究学习就是对一些联系实际的“专题性问题”的研究,如“ $\times\times$ 城市交通规划线路设计探究”、“借助函数图像分析市场上某种物品一段时间内的销售情况”,等等。在一定的物质和环境条件下,适当地开展类似的活动,应该也是数学探究学习的一种形式,但它毕竟不是数学学习的主流所在,其适应的范围和开展的可能性也相当有限。

之所以会出现上述现象,还是由于对数学探究学习认识上的两方面偏差所致:其一是对探究的泛化,认为一般意义上的探究学习模式对各门具体学科具有普遍适应性,作为理科的数学自然可以套用;其二是对探究的窄化,认为探究学习就是那种类似于科学探究的“课题性研究”,遵循着固定的模式,数学探究学习也必是由提出问题、调查、实验、证据收集、结论解释等环节构成的实验性问题研究。两种理解得到的都是“变了味”的数学探究学习,根本不能突出数学学科学习的特点。

鉴于此,从更为一般的意义上抓住数学学科的特点重新认识和定位数学探究学习,对于有效地开展探究学习具有积极的理论和实践意义。

第二节 数学探究学习需要关注的问题

人们在探究学习认识上的偏差非常不利于数学探究学习的开展。特别是新课程实施的层层推进对探究学习提出了更高的要求,也带来了诸多的问题。譬如,怎样给新课程背景下的探究学习目的进行合理定位?数学