顶尖系列 高中

人教A版

顶尖课课练

数学（必修5）

福建人民出版社

顶尖系列 高中

人教A版

顶尖课课练

数学（必修5）

福建人民出版社

本书执行主编

陈天雄

本书编写人员

林　婷　黄秋祥　陈中峰

顶尖课课练·数学（必修 5）（人教 A 版）
DINGJIAN KEKELIAN · SHUXUE

出　　版：福建人民出版社
地　　址：福州市东水路 76 号　　**邮政编码**：350001
电　　话：0591-87604366（发行部）　87521386（编辑室）
电子邮件：zmnyssx@126.com
网　　址：http://www.fjpph.com
发　　行：福建省新华书店
印　　刷：福州德安彩色印刷有限公司
地　　址：福州金山浦上工业园标准厂房 42 幢　　**邮政编码**：350002
开　　本：787 毫米×1092 毫米　1/16
印　　张：11.25
字　　数：277 千字
版　　次：2008 年 8 月第 1 版　　2008 年 8 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978-7-211-05806-8
定　　价：20.00 元

本书如有印装质量问题，影响阅读，请直接向承印厂调换

编写说明

“顶尖课课练”系列丛书根据课程标准，配合各版本教材进行编写。丛书以节为练习单位、以章为检测单位构建编写体系，符合教学规律，体现课改精神。

“顶尖课课练·数学”高中部分（必修）根据人民教育出版社A版教材编写。为了适应学生学习的实际需要，严格控制难度，合理划分难易梯度，夯实基础，帮助学生掌握学习方法，提高解题技巧，培养创新能力。

“顶尖课课练·数学”高中部分（必修）的具体栏目及特点如下：

要点提示 内设课标要求、重点难点、透析拓展三个小栏目。

名师解惑 典型例题，名师解答，配有分析、解、评注及变式。

同步练习 基础过关：着重基础知识的练习；

更进一步：拓展基础知识，加强能力训练。

拓展视野 选用与本节内容相关，且与生产、生活联系紧密的材料，引申出一些生动、有趣的话题，补充课文的内容。

归纳整合 对本章知识进行梳理、归纳与整合，内设知识网络、学习总结、范例精析、综合练习四个小栏目。

该丛书配套有教师用书，详尽解答尽在其中，完全做到与学生用书同步，方便实用。另外，丛书配套有各章质量检测卷、模块质量检测卷、部分参考答案，全部采用活页形式装订，方便使用。

由于时间仓促，书中难免存在不足之处，恳望读者不吝赐教，以便我们今后不断努力改进。我们的联系方式为：

邮编：350001

地址：福州市东水路76号福建人民出版社文教编辑室

邮箱：zmnyssx@126.com

编　者

目录

contents

第一章　解三角形

1.1　正弦定理和余弦定理

要点提示

一、课标要求

1. 通过对任意三角形边长和角度关系的探索，掌握正弦定理的内容及其证明方法；会运用正弦定理解决两类解三角形问题.

2. 会用向量法证明余弦定理，体会向量在解决三角形的度量问题时的工具作用.

3. 能够运用余弦定理及其推论解三角形，了解余弦定理与勾股定理之间的联系，掌握解三角形问题的几种情形及其基本解法.

二、重点难点

1. 重点.

(1) 灵活运用正弦定理、余弦定理解斜三角形问题.

(2) 运用正弦定理和余弦定理进行边角互化来判定三角形的形状.

2. 难点.

(1) 已知两边和其中一边的对角，解三角形时判断解的个数.

(2) 正弦定理和余弦定理与三角形的有关性质的综合应用.

三、透析拓展

1. 正弦定理.

(1) 正弦定理：在一个三角形中，各边和它所对角的正弦值的比相等，即

$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$（$R$ 为$\triangle ABC$ 的外接圆的半径）.

(2) 正弦定理的推广及变形.

①面积公式：

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C$.

②边角互化公式：

$a=2R\sin A$，$b=2R\sin B$，$c=2R\sin C$　（边化角公式），

$\sin A=\frac{a}{2R}$，$\sin B=\frac{b}{2R}$，$\sin C=\frac{c}{2R}$　（角化边公式），

$\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c$.

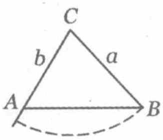
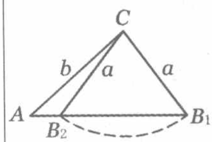
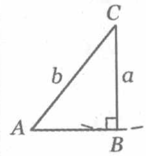
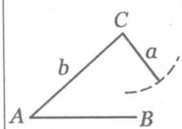
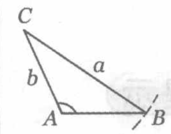
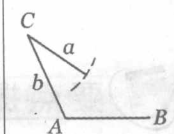
(3) 正弦定理的应用.

利用正弦定理可解决两类解三角形问题：

①已知两角和任一边，求其他的边和角；

②已知两边和其中一边的对角，求另一边的对角，进而求出其他的边和角.

（4）已知两边和其中一边的对角，解三角形的各种情形：

$A<90^\circ$				$A\geqslant 90^\circ$	
$a\geqslant b$	$a<b$			$a>b$	$a\leqslant b$
	$a>b\sin A$	$a=b\sin A$	$a<b\sin A$		
					
一解	两解	一解	无解	一解	无解

2. 余弦定理.

（1）余弦定理：三角形中任何一边的平方等于其他两边的平方的和减去这两边与它们的夹角的余弦的积的两倍. 即

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$,

$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$,

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$.

（2）余弦定理的推论：$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，$\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$，$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$.

（3）余弦定理和勾股定理的区别和联系：勾股定理指出了直角三角形中三边平方之间的关系，余弦定理则指出了一般三角形中三边平方之间的关系. 余弦定理是勾股定理的推广，勾股定理是余弦定理的特例.

（4）余弦定理的应用.

利用余弦定理可解决两类解三角形问题：

①已知三边，求三个角；

②已知两边和它们的夹角，求第三边，进而求出其他的角.

1.1.1 正 弦 定 理

课时1　正弦定理的基本应用

名师解惑

例1　在$\triangle ABC$中，已知$c=10$，$A=45^\circ$，$C=30^\circ$，求a，b和B（保留两个有效数字）.

分析　本题是已知两角和任一边，解三角形，由三角形全等的判定定理知，这样的三角形只有一个，故本题只有一解.

解　$\because \dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C}$，$\therefore a=\dfrac{c\sin A}{\sin C}=\dfrac{10\times\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ}=10\sqrt{2}\approx 14$.

又 $B=180^\circ-(A+C)=105^\circ$，$\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$，

$\therefore b=\frac{c\sin B}{\sin C}=\frac{10\times\sin105^\circ}{\sin30^\circ}=20\sin75^\circ=20\times\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}=5\sqrt{6}+5\sqrt{2}\approx19.$

评注　（1）要知道 $\sin105^\circ=\sin75^\circ=\sin(45^\circ+30^\circ)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，$\sin15^\circ=\sin(45^\circ-30^\circ)=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$等.（2）本题的解答给出了应用正弦定理解三角形的第一类问题（即已知两角和一边，求另两边和一角）的方法步骤.

变式 1　在△ABC 中，已知 $a=2\sqrt{3}$，$b=6$，$A=30^\circ$，解这个三角形.

例 2　在△ABC 中，分别根据下列条件指出解的个数.

（1）$a=7$，$b=9$，$A=100^\circ$；　　（2）$a=10$，$b=20$，$A=60^\circ$；

（3）$a=2$，$b=\sqrt{2}$，$A=45^\circ$；　　（4）$a=4$，$b=5$，$A=30^\circ$.

解　（1）$\because a=7$，$b=9$，$\therefore a<b$. 又 $A=100^\circ>90^\circ$，$\therefore$本题无解.

（2）$\because A=60^\circ<90^\circ$，又$\because b\sin A=20\sin60^\circ=10\sqrt{3}>a$，$\therefore$本题无解.

（3）$\because a>b$，$A=45^\circ<90^\circ$，$\therefore$本题有一解.

（4）$\because a=4$，$b=5$，$A=30^\circ<90^\circ$，$\therefore b\sin A=6\sin30^\circ=3$，$\therefore b\sin A<a<b$，$\therefore$本题有两解.

评注　（1）判断满足题意的三角形个数问题，不需要求解，只要判断解的个数即可.（2）在判断解的个数时，要依据上述"要点提示"中的表格进行判断.

变式 2　在△ABC 中，$a=x$，$b=2$，$B=45^\circ$，若此三角形有两解，求 x 的取值范围.

例 3　在△ABC 中，若 $\sin A:\sin B:\sin C=m:n:l$，且 $a+b+c=s$，求 a，b，c（用 l，m，n，s 表示）.

分析　要求三角形的三边，可以利用正弦定理把角的正弦值的比转化为相应边的比再求解.

解　由正弦定理及已知得

$a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=m:n:l$，则有$\frac{a}{m}=\frac{b}{n}=\frac{c}{l}$.

令 $a=mk$，$b=nk$，$c=lk$，由 $a+b+c=s$ 得 $k=\frac{s}{m+n+l}$.

$\therefore a=km=\dfrac{ms}{m+n+l}$，$b=kn=\dfrac{ns}{m+n+l}$，$c=kl=\dfrac{ls}{m+n+l}$.

评注 后面我们可以知道 k 为三角形的外接圆直径 $2R$.

变式3 在△ABC 中，已知 $\cos A=\dfrac{4}{5}$，$\cos B=\dfrac{5}{13}$，求 a，b，c 三边之比.

同步练习

基础过关

1. 正弦定理适用的范围是(　　).

   A. 直角三角形　　B. 锐角三角形

   C. 钝角三角形　　D. 任意三角形

2. 在△ABC 中，已知 $a=8$，$B=60°$，$C=75°$，则 b 等于(　　).

   A. $4\sqrt{2}$　　B. $4\sqrt{3}$　　C. $4\sqrt{6}$　　D. $\dfrac{32}{3}$

3. 在△ABC 中，已知 $a=2\sqrt{3}$，$b=2\sqrt{2}$，$B=45°$，则 A 等于(　　).

   A. $60°$或$120°$　　B. $60°$　　C. $30°$或$150°$　　D. $30°$

4. 如果在△ABC 中，$A=60°$，$a=\sqrt{6}$，$b=4$，那么这样的三角形(　　).

   A. 有一个　　B. 有两个　　C. 不存在　　D. 不能确定

5. 在△ABC 中，若$\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\cos B}{b}$，则 B 的值为______.

6. 在△ABC 中，已知 $b=3$，$c=3\sqrt{3}$，$B=30°$，则 $a=$________.

7. 在△ABC 中，已知 $b=2a$，$B=A+60°$，则 $A=$______.

8. 已知三角形中的两个角分别是 $45°$和 $60°$，它们夹边的长是 1，求最小边的长.

9．在$\triangle ABC$中，已知$c=\sqrt{6}$，$A=45°$，$a=2$，求b，B和C.

10．在$\triangle ABC$中，已知$\sin^2 A+\sin^2 B=\sin^2 C$，求证$\triangle ABC$为直角三角形.

更进一步

11．在$\triangle ABC$中，已知三内角A，B，C的正弦之比为$4:5:6$，周长为$\frac{15}{2}$，求三边长.

12．在$\triangle ABC$中，已知$A=60°$，$3c=4b$，求$\sin C$.

拓展视野

如图 1-1（1），在 Rt$\triangle ABC$ 中，斜边 AB 是$\triangle ABC$ 外接圆的直径（设 Rt$\triangle ABC$ 外接圆的半径为 R），则 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$. 这个结论对钝角三角形［图 1-1（2）］、锐角三角形［图 1-1（3）］是否也成立呢？你能否结合图形及初中所学知识作出相应的解释？

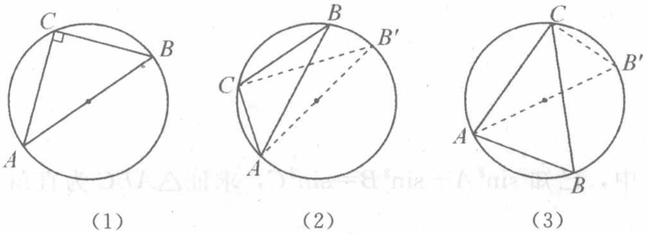


图 1-1

解 如图 1-1（2），当$\triangle ABC$ 为钝角三角形时，过 A 点作圆的直径 AB'，连接 CB'，则$\angle ACB'=90°$，由 $\overset{\frown}{AC}$ 所对的圆周角相等，得$\angle B=\angle B'$.

$\because$ 在 Rt$\triangle ACB'$ 中，$\frac{AC}{\sin B'}=2R$，

$\therefore$ 在$\triangle ACB$ 中，$\frac{AC}{\sin B}=\frac{AC}{\sin B'}=2R$，$\therefore \frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}=\frac{AB}{\sin C}=2R$.

即当$\triangle ABC$ 为钝角三角形时，结论仍成立.

如图 1-1（3），当$\triangle ABC$ 为锐角三角形时，同理可得 $\frac{AC}{\sin B}=\frac{AC}{\sin B'}=2R$，进而可得结论成立.

综上所述，对于任意的三角形，都有 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$（$R$ 为$\triangle ABC$ 外接圆的半径）成立.

课时 2　正弦定理的推广及变形

名师解惑

例 1 在$\triangle ABC$ 中，已知 $\frac{a}{\cos A}=\frac{b}{\cos B}=\frac{c}{\cos C}$，试判断$\triangle ABC$ 的形状.

分析 可借助正弦定理实施边角转化，然后判断之.

解法一 由正弦定理得 $a=\frac{c\sin A}{\sin C}$，$b=\frac{c\sin B}{\sin C}$，代入已知等式得

$\frac{c\sin A}{\cos A\sin C}=\frac{c\sin B}{\cos B\sin C}=\frac{c}{\cos C}$. 由此得 $\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{\sin B}{\cos B}=\frac{\sin C}{\cos C}$，即 $\tan A=\tan B=\tan C$.

又$\because A$，B，$C\in(0,\pi)$，$\therefore A=B=C$. $\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形.

解法二 由正弦定理得 $a=2R\sin A$，$b=2R\sin B$，$c=2R\sin C$. 代入已知等式得

$\frac{2R\sin A}{\cos A}=\frac{2R\sin B}{\cos B}=\frac{2R\sin C}{\cos C}$，即 $\tan A=\tan B=\tan C$.

又∵A，B，$C\in(0,\ \pi)$，∴$A=B=C$. ∴$\triangle ABC$ 为等边三角形.

评注　对已知条件中的边、角混合式，一般要根据正弦定理将边统一成角的关系或将角统一成边的关系，这样便于问题的解决.

变式 1　在$\triangle ABC$ 中，已知 $a^2\tan B=b^2\tan A$，试判断$\triangle ABC$ 的形状.

例 2　在$\triangle ABC$ 中，已知 $c=10$，$\frac{\cos A}{\cos B}=\frac{b}{a}=\frac{4}{3}$，求 a，b.

分析　本题综合考查正弦定理及三角函数的恒等变形，解决本题的关键是根据正弦定理将$\frac{b}{a}$换成$\frac{\sin B}{\sin A}$.

解　由$\frac{\cos A}{\cos B}=\frac{b}{a}$，$\frac{\sin B}{\sin A}=\frac{b}{a}$，可得$\frac{\cos A}{\cos B}=\frac{\sin B}{\sin A}$. 即 $\sin 2A=\sin 2B$.

又∵$a\neq b$，∴$2A=\pi-2B$，即 $A+B=\frac{\pi}{2}$.

∴$\triangle ABC$ 是直角三角形.

由$\begin{cases}a^2+b^2=10^2,\\ \frac{b}{a}=\frac{4}{3},\end{cases}$ 解得 $a=6$，$b=8$.

评注　要熟练掌握正弦定理的几种等价变形，本题就是将$\frac{\sin B}{\sin A}=\frac{b}{a}$作为突破口，使问题获解.

变式 2　在$\triangle ABC$ 中，已知 $b^2=ac$，$\cos B=\frac{3}{4}$，求$\frac{1}{\tan A}+\frac{1}{\tan B}$的值.

例3 在$\triangle ABC$中，已知$\tan A=\dfrac{2}{5}$，$\tan B=\dfrac{3}{7}$，且最长的边为$\sqrt{2}$，求：（1）C的大小；（2）最短边的长.

分析 由两角和的正切公式$\tan(A+B)=\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}$及三角形的内角和定理可求得$C$，再根据“三角形中小角对小边”确定最短边.

解 （1）$\because \tan A=\dfrac{2}{5}$，$\tan B=\dfrac{3}{7}$，$\therefore \tan(A+B)=\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}=1$.

又$\because A+B+C=180°$，$\therefore \tan C=\tan[180°-(A+B)]=-\tan(A+B)=-1$，

$\therefore C=135°$.

（2）由（1）知C为最大角，从而由已知得$c=\sqrt{2}$.

$\because \tan B>\tan A>0$，$\therefore B>A$，故$\triangle ABC$的最短边为a.

由$\tan A=\dfrac{2}{5}$可得$\sin A=\dfrac{2\sqrt{29}}{29}$.

又$\sin C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore$由正弦定理，得最短边$a=\dfrac{c\sin A}{\sin C}=\dfrac{4\sqrt{29}}{29}$.

变式3 在$\triangle ABC$中，已知$A+C=2B$，$\tan A\tan C=2+\sqrt{3}$.（1）求A，B，C的值；（2）若边AB上的高等于$4\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$各边的长.

同步练习

基础过关

1. 在$\triangle ABC$中，下列各表达式正确的是（　　）.

A. $\frac{a}{b}=\frac{\sin B}{\sin A}$　　B. $a\sin A=b\sin B$

C. $a\sin C=c\sin B$　　D. $a\sin B=b\sin A$

2. 在$\triangle ABC$中，$A=60°$，$C=45°$，$b=2$，则此三角形的最小边长为（　　）.

A. 2　　B. $2\sqrt{3}-2$　　C. $\sqrt{3}-1$　　D. $2(\sqrt{2}-1)$

3. 在$\triangle ABC$中，根据下列条件解三角形，其中有两解的是（　　）.

A. $a=18$，$b=20$，$A=120°$　　B. $a=60$，$c=48$，$B=60°$

C. $a=3$，$b=6$，$A=30°$　　D. $a=14$，$b=16$，$A=45°$

4. 在$\triangle ABC$中，若$\sqrt{3}a=2b\sin A$，则B为（　　）.

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{\pi}{3}$或$\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{6}$或$\frac{5\pi}{6}$

5. 在$\triangle ABC$中，$AC=\sqrt{3}$，$A=45°$，$C=75°$，则BC的长为______.

6. 在$\triangle ABC$中，$A=60°$，$a=\sqrt{13}$，则$\frac{a+b+c}{\sin A+\sin B+\sin C}=$______.

7. 在$\triangle ABC$中，$a(\sin B-\sin C)+b(\sin C-\sin A)+c(\sin A-\sin B)$的值是______.

8. 在$\triangle ABC$中，已知$b=\sqrt{3}$，$B=60°$，$c=1$，求a，A和C.

9. 如图1-2，已知$AB\perp BC$，$CD=33$，$\angle ACB=15°$，$\angle BCD=75°$，$\angle BDC=45°$，求AB的长.

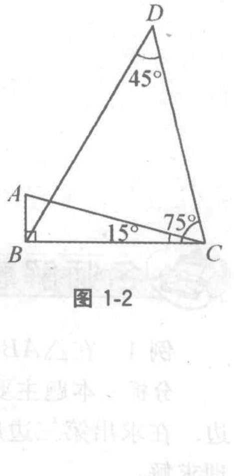


图 1-2

10. 已知关于 x 的方程 $x^2-(b\cos A)x+a\cos B=0$ 的两根之和等于两根之积，其中 a，b 分别为△ABC 的内角 A，B 的对边．试判断△ABC 的形状．

更进一步

11. 在△ABC 中，已知 $a+b=1$，$A=60°$，$B=45°$，求 a，b．

12. 在△ABC 中，已知 $2a=b+c$，$\sin^2 A=\sin B\sin C$，试判断△ABC 的形状．

1.1.2 余弦定理

课时1　余弦定理及其基本应用

名师解惑

例1　在△ABC 中，已知 $a=2\sqrt{3}$，$c=\sqrt{6}+\sqrt{2}$，$B=45°$，求 b 及 A．

分析　本题主要考查已知两边及其夹角解三角形的问题，可利用余弦定理先求出第三边．在求出第三边后，求 A 有两种思路：一是利用余弦定理的推论求解；二是利用正弦定理求解．

解　$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$

$=(2\sqrt{3})^2+(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2-2\times 2\sqrt{3}\times(\sqrt{6}+\sqrt{2})\cos 45^\circ=8$，

$\therefore b=2\sqrt{2}$.

由余弦定理，得 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{(2\sqrt{2})^2+(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3})^2}{2\times 2\sqrt{2}\times(\sqrt{6}+\sqrt{2})}=\dfrac{1}{2}$，

又 $0<A<180^\circ$，$\therefore A=60^\circ$.

评注　本例在求 A 时也可利用正弦定理求解，$\sin A=\dfrac{a}{b}\sin B=\dfrac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，再根据条件推出 $a<c$，得 A 为锐角，从而求得 $A=60^\circ$. 通过本题我们体会到在解三角形时，如果正弦定理和余弦定理均可选用，那么求角时应用余弦定理可以免去判断取舍的麻烦.

变式 1　在$\triangle ABC$ 中，$AB=5$，$AC=3$，D 为 BC 中点，且 $AD=4$，求 BC.

例 2　在$\triangle ABC$ 中，已知 $a=7$，$b=10$，$c=6$，求这个三角形的三个角（精确到 1°）.

分析　已知三边求三个角，应使用余弦定理的推论求解.

解　$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{10^2+6^2-7^2}{2\times 10\times 6}\approx 0.725$，查表得 $A\approx 44^\circ$.

$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{7^2+10^2-6^2}{2\times 7\times 10}\approx 0.807\ 1$，查表得 $C\approx 36^\circ$.

$\therefore B=180^\circ-(A+C)\approx 180^\circ-(44^\circ+36^\circ)=100^\circ$.

评注　已知三边求三角，先用余弦定理的推论求出任一边所对的角. 求另外的角时可用正弦定理，亦可用余弦定理. 用余弦定理求解，可直接通过符号判断角是锐角还是钝角；用正弦定理则要判断解的个数，且一般要先计算较小角（一定为锐角）.

变式 2　在$\triangle ABC$ 中，已知 $\sin A:\sin B:\sin C=(\sqrt{3}-1):(\sqrt{3}+1):\sqrt{10}$，求最大角的度数.

例3 在△ABC中，已知$b\cos A=a\cos B$，试判断此三角形的形状.

分析 本题主要考查应用正、余弦定理判定三角形的形状．题目条件中给出的关系式既有边也有角，需利用正、余弦定理转化为角的关系或边的关系．下面用两种方法分别求解.

解法一 （利用余弦定理将角化为边）

$\because b\cos A=a\cos B$，$\therefore b\cdot\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=a\cdot\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$.

化为$b^2+c^2-a^2=a^2+c^2-b^2$，即$a^2=b^2$，$\therefore a=b$，故此三角形是等腰三角形.

解法二 （利用正弦定理将边转化为角）

$\because b\cos A=a\cos B$，

又$b=2R\sin B$，$a=2R\sin A$，$\therefore 2R\sin B\cos A=2R\sin A\cos B$.

化为$\sin A\cos B-\cos A\sin B=0$，即$\sin(A-B)=0$.

又$\because 0<A$，$B<\pi$，$\therefore -\pi<A-B<\pi$，$\therefore A-B=0$，即$A=B$.

故此三角形是等腰三角形.

评注 根据已知条件判断三角形的形状，主要有以下两条途径.

(1) 化边为角，走三角变形之路，常用的转化方式有：

①$a=2R\sin A$，$b=2R\sin B$，$c=2R\sin C$；

②$\dfrac{a}{b}=\dfrac{\sin A}{\sin B}$，$\dfrac{a}{c}=\dfrac{\sin A}{\sin C}$，$\dfrac{b}{c}=\dfrac{\sin B}{\sin C}$；

③$\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ac}=\cos C$，$\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\cos A$，$\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\cos B$.

(2) 化角为边，走代数变形之路，常用的转化方式有：

①$\sin A=\dfrac{a}{2R}$，$\sin B=\dfrac{b}{2R}$，$\sin C=\dfrac{c}{2R}$；

②$\dfrac{\sin A}{\sin B}=\dfrac{a}{b}$，$\dfrac{\sin B}{\sin C}=\dfrac{b}{c}$，$\dfrac{\sin A}{\sin C}=\dfrac{a}{c}$；

③$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，$\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$，$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$.

变式3 在△ABC中，若$(a^2+b^2)\sin(A-B)=(a^2-b^2)\sin(A+B)$，判断△$ABC$的形状.

同步练习

基础过关

1. 三角形的两边长分别为5和3，它们的夹角的余弦值是$-\dfrac{3}{5}$，则三角形的另一边长