

21世纪

高等学校应用型规划教材

大学物理 实验教程

曹贺鑫 主编



化学工业出版社

21 世纪高等学校应用型规划教材

大学物理实验教程

曹贺鑫 主编

徐 昊 王春霞 张亚民 副主编



化学工业出版社

· 北京 ·

本书主要内容共分四章：第一章主要介绍普通物理实验的一些基础性理论知识，包括误差的概念和计算以及测量结果的不确定度；第二章主要介绍测量数据的处理方法以及测量结果的表示方法；第三章介绍了普通物理实验中用到的一些基本仪器的用法以及实验中用到的一些基本测量方法与测量技术；第四章内容分别从基础性实验和综合提高性实验两个方面精选了 30 个实验。

本书具有以下特点：一是按照教育部对本科层次普通物理实验的要求编写，构建了培养普通高校本科生实验能力的基本框架。二是考虑到高校中学生动手操作能力的差异，因此在实验难度安排以及实验内容细节上努力做到严谨、详细。三是部分综合性及提高性实验是依据北京化工大学北方学院的实验室情况而创新开发的，具有独特性。

本书可作为应用型本科院校理工类专业的物理实验教学用书，也可供高职高专院校使用。

北京化工大学北方学院

主编 曹贺鑫

主审 吴昊 王春雷 郑亚男

图书在版编目 (CIP) 数据

大学物理实验教程/曹贺鑫主编. —北京：化学工业

出版社，2008.8

21 世纪高等学校应用型规划教材

ISBN 978-7-122-03016-0

I. 大… II. 曹… III. 物理学-实验-高等学校-教材
IV. 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 111406 号

责任编辑：唐旭华 叶晶磊

文字编辑：冯国庆

责任校对：宋 夏

装帧设计：人民书装

出版发行：化学工业出版社（北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011）

印 刷：北京云浩印刷有限责任公司

装 订：三河市前程装订厂

787mm×1092mm 1/16 印张 13 $\frac{3}{4}$ 字数 334 千字 2008 年 9 月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询：010-64518888（传真：010-64519686） 售后服务：010-64518899

网 址：<http://www.cip.com.cn>

凡购买本书，如有缺损质量问题，本社销售中心负责调换。

定 价：24.00 元

版权所有 违者必究

《大学物理实验教程》编写人员

主 编 曹贺鑫

副 主 编 徐 昊 王春霞 张亚民

编写人员 (以汉语拼音为序)

曹贺鑫 陈谋源 李人杰 牛铁良

王昌贵 王春霞 徐 昊 张亚民

前言

基础物理实验课是大学中理、工、医、农等各科最基本的实验课程之一，也是大学课程中一门独立的基础课程。大学物理实验的教学目的不仅仅是为了让学生能够掌握一些科学实验的基本技巧和基础的实验操作知识，更重要的是通过这些系统化的科学操作，培养学生严谨的科学态度，使学生具备独立完成科学研究的基本素质。在科学改革高度发展、高新技术不断更新的大环境的影响下，开展基础物理实验的目的就是要培养学生的基本功，提高学生的基本动手能力，并且使之具有严谨的研究精神和敏锐的观察能力。

本书是根据《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》的主要精神，结合北京化工大学北方学院（以下简称北化北方学院）近年来的物理实验教学基本情况，在原编讲义的基础上修订而成的。

本书具有以下特点。

(1) 本书是基于北化北方学院的物理实验教学而编写的，在内容上侧重培养学生基本的实验素质，培养学会使用基本实验工具、实验仪器的能力，着重介绍各种物理实验方法。在理论内容的安排上构建了由浅入深的层次，逐步提高学生处理实验数据和测量物理量的能力，了解物质的本质。

(2) 结合北化北方学院的专业培养特点，本书在内容上除了一些基础实验外，还安排了与本校专业相关的一些物理实验。在实验要求上主要针对应用型本科院校的学生培养特点和专业方向。

(3) 在编写教材的过程中，在每个实验训练内容的前部都不同程度地介绍了该实验在实际生产中的应用以及与该实验相关的知识，用来提高学生对实验的认识；原理部分着重于介绍理论知识与实验设计思路，突出理论物理知识与实验应用部分的结合点；实验装置部分根据北化北方学院所使用仪器进行介绍，对于一些其他院校采用较多，或者设计比较实用、新颖的部分仪器，本书也进行了介绍，便于学生了解；在实验内容方面，对于部分项目可以采用不同仪器进行实验的，本书分别做了详细的介绍，如转动惯量实验中，可以采用三线摆、扭摆、塔轮恒力矩法测量，本书分别针对这三种仪器讲解实验内容；在实验步骤上，考虑到应用型本科院校的培养目标和学生动手操作的实际情况，本书介绍比较详细，以避免实验中出现误用；每个实验项目后都安排了思考题，可以用作学生预习时的习题。

本书在内容安排上分为四章，其中第一章与第二章为实验的基础知识，介绍物理实验误差理论、实验数据的处理方法等；第三章主要介绍一些实验中经常用到的基本仪器、基本的

测量方法和测量技术；第四章为实验内容，在层次上分为基础实验和综合提高性实验，按照循序渐进的步骤逐步提升学生的实验操作能力。

本书是在北化北方学院曹贺鑫、陈谋源、王昌贵主编的《物理实验讲义》基础上，吸收了学校几年来的教学改革经验和其他兄弟院校的实验教学成果而修订的。本书编写委员会由曹贺鑫担任主编，徐昊、王春霞、张亚民担任副主编，由陈谋源、王昌贵、李人杰、牛铁良等老师参编。在编写过程中，北京化工大学的王警华、胡志刚和顾永茂三位教授和华北科技学院的张晓春教授对本书提出了很多宝贵意见，为此书的出版做出了很大的贡献，在此深表诚挚的敬意和衷心的感谢！

由于水平有限，不足之处在所难免，在此恳请读者和各同行专家不吝指正。

编者

2008年5月

目 录

绪论	1
第一章 误差理论基本知识	4
第一节 测量与误差	4
第二节 随机误差	5
第三节 系统误差	10
第四节 测量结果的表示	12
第五节 测量结果的不确定度	18
第二章 有效数字和实验数据处理方法	21
第一节 有效数字	21
第二节 实验数据处理方法	25
练习题	33
第三章 物理实验基本方法	35
第一节 物理实验的基本仪器	35
第二节 物理实验中的基本调整与操作技术	46
第三节 物理实验的基本测量方法	48
第四章 实验内容	50
实验 1 物体密度的测定	50
实验 2 拉伸法测量金属的弹性(杨氏)模量	54
实验 3 刚体转动惯量的测量	58
实验 4 落球法测量液体的黏滞系数	72
实验 5 空气比热容比的测定	77
实验 6 线性和非线性电阻的伏安特性曲线的测绘	81
实验 7 电桥实验	84
实验 8 电子示波器的使用	91
实验 9 电位差计的应用——校准电表和测定电阻	99
实验 10 用模拟法测绘静电场	103
实验 11 声速的测量	110
实验 12 分光计的调节和应用——测量棱镜折射率	117
实验 13 分光计测量光栅常数	124

实验 14	等厚干涉	126
实验 15	测量单缝衍射的光强分布	132
实验 16	偏振光的研究	136
实验 17	菲涅尔双棱镜测量光波波长	141
实验 18	霍尔效应实验	143
实验 19	迈克尔逊干涉实验	149
实验 20	基元电荷测定——密立根油滴实验	157
实验 21	夫兰克-赫兹实验	164
实验 22	光电效应法测量普朗克常数	168
实验 23	全息照相	170
实验 24	热电偶的标定与测温	176
实验 25	固体线胀系数的测定	180
实验 26	单摆测量重力加速度	183
实验 27	直流电桥灵敏度的研究	186
实验 28	电表的改装和校准	190
实验 29	自组电路测量电池的电动势	193
实验 30	眼镜片焦距的测量	195

附录		201
附录一	国际单位制单位	201
附录二	基本的和重要的物理常数	202
附录三	一些常用的物理数据	203

参考文献		209
------	-------	-----

02		章四第
03		1 第页
04		2 第页
05		3 第页
06		4 第页
07		5 第页
08		6 第页
09		7 第页
10		8 第页
11		9 第页
12		10 第页
13		11 第页
14		12 第页
15		13 第页

绪 论

科学实验是科学理论的源泉，是自然科学和工程技术的基础。在科学理论和科学技术的发展过程中，科学实验起着重要的作用。

物理学在本质上是一门实验科学，在物理学的发展过程中，物理实验是一个重要的、决定性的环节。在科学技术迅速发展的今天，物理实验技术和方法几乎介入自然科学的所有领域，成为工程技术的重要基础。

现代社会需要大量具有创造精神的工程技术人才。为此，要求工科大学生不仅要具有较深广的基础理论知识，而且要具有从事现代科学实验的基本素养和能力。

物理实验课是工科学生进入大学后，受到系统实验技能训练的开端，是一系列专门实验训练的重要基础。它是在教师指导下，让学生动手，通过对各种基本物理量的测定，对实验现象的观察、分析、总结，逐步掌握实验知识和方法，培养自己的实验技能和科学作风。因此，它与理论教学具有同等重要的地位。

一、物理实验课的教学目的和要求

物理实验教学应着重培养学生的实验技能、物理思想和科学作风，重视学生实验基本功的训练，而不应满足于能测出一些数据。因此，学生要在教师指导下认真预习，勤于动手，仔细观察、分析实验现象，充分发挥自己的学习主动性和积极性，逐步提高分析问题和解决问题的能力。

（一）学习并掌握物理量的基本测量方法

- （1）不同范围的长度、时间（周期）、质量、杨氏模量、黏滞系数；
- （2）温度、气压、溶解热；
- （3）电阻、电阻温度系数、电容、电动势（电池的电动势、温差电势、霍尔电势）、电流计常数、磁感应强度；
- （4）波长、波速、频率、光学元件参数等。

（二）熟悉常用仪器和器件的基本原理和性能并掌握其正确使用方法

- （1）米尺、游标尺、千分尺（螺旋测微器）、物理天平、秒表、光杠杆；
- （2）温度计、气压计、量热器；
- （3）实验室常用电源、电键（单刀单掷、单刀双掷、双刀双掷、换向电键、阻尼电键、保护电键）、电阻箱、滑线变阻器、直流电表、灵敏电流计、标准电池、电位差计、电桥、电子示波器、音频振荡器、频率计；
- （4）测量望远镜、读数显微镜、测微目镜、分光计、光具座、单色光源、光学元件等。

（三）学习和逐步掌握处理实验数据的方法

- （1）能按读数规则如实的正确记录数据，并能按有效数字的运算法则进行正确运算；
- （2）懂得多次测量的意义，学会计算平均值、标准误差、绝对误差、相对误差，了解不确定度的意义，能做出测量结果的完整表示；
- （3）学会实验结果的图示法（包括函数曲线和校正曲线），了解用最小二乘法求直线方

程参数的方法。

(四) 在实验中要有意识地培养、锻炼良好的实验习惯和作风

(1) 重视安全(人身安全, 仪器、装置的安全), 爱护实验仪器和装置, 严格遵守操作规程;

(2) 重视原始数据的采集和如实记录, 做到科学地处理数据;

(3) 注意并记录实验环境条件, 按要求写出预习报告和实验报告。

(五) 逐步提高分析实验的能力

(1) 能逐步分析影响实验结果的因素和判断实验结果的可靠性;

(2) 能够逐步提高自己排除和解决实验中出现的故障及问题的能力;

(3) 逐步了解一些制定实验方案、选配仪器的基本原则, 培养自己制定实验方案、选配仪器的能力。

二、物理实验课的一般程序

物理实验课一般包括三个环节。

(一) 预习阶段

实验前要求充分预习, 并写出预习报告。预习报告包括下列各项内容。

(1) 实验目的 扼要说明该实验所要解决的中心问题。

(2) 基本原理 说明实验所依据的主要物理定律或主要公式。电学实验中, 要求给出原理电路和实验电路; 在光学实验中, 则要画出光路图和装置的简图。对直接应用的公式, 必须说明各参数的意义和准备采用的测量方法。

(3) 仪器装置和材料 要求说明仪器的型号、规格和量程, 并列出主要参数, 如游标卡尺的精度、电表的级别和内阻, 温度计的量限和允许误差等。

(4) 实验方法和步骤 实验怎样进行? 哪些是已知的? 哪些是待给定的? 这些都必须预先了解清楚, 并拟定好观测计划。拟定实验步骤或操作程序, 必须注意先后和顺序, 合理安排。

(5) 数据表格 对一切已知的、待定的和待测定的物理量, 都必须一一列出待填。对那些需要进行多次观测或多次重复观测的待测量, 则应根据情况自己先设计好简明合理的记录表格。

在预习过程中, 应该仔细阅读实验原理, 经过分析, 了解在观测过程中应当把注意力集中在哪些关键环节上, 决定哪些量只需作单次观测, 哪些量必须进行多次重复观测。只有经过充分准备, 才能主动、积极地去进行实验, 才能很好地完成实验。

(二) 课堂实验

课堂实验是实验教学的中心环节。学生经过充分预习后, 按照拟定好的方案, 安排、布置实验环境, 连接线路, 进行实验操作、观察和测量。在实验过程中, 学生应该在教师指导下, 主动积极地去进行并完成实验。

在实验过程中如果遇到问题, 应看作是学习的良机, 冷静地进行分析和处理。仪器发生故障时, 也要在教师指导下学习排除故障的方法。总之, 要把着重点放在实验能力的培养上, 而不是测出几个数据就以为完成了任务。要严肃对待实验数据, 学生要用钢笔和圆珠笔记录原始数据。如确实记错了, 也不要涂改, 应轻轻画上一道痕迹, 在旁边写上正确值(错误多的须重新记录), 使正误数据都能清晰可辨, 以供在分析测量结果和误差时参考。实验结束时, 将实验数据交教师审阅签字, 整理还原仪器后方可离开实验室。

(三) 撰写实验报告

完成实验以后,要把观测结果和数据记录在预习报告的“数据记录”栏中,并在预习报告的基础上完成实验报告。数据处理和误差分析是实验报告的主要内容。在预习过程中,尽管做了许多工作,但是在实验过程中,还可能出现许多原来未考虑到的问题,如何分析和解决这些问题,必须在报告中有所反映。对实验结果应进行分析和讨论,总结自己的经验、心得和体会,或提出改进实验的建议等。实验报告一般包括如下几条。

(1) 实验名称 本次实验题目。

(2) 实验目的 实验主要的培养目的。

(3) 实验原理 简要叙述有关物理内容(包括电路图、光路图或实验装置示意图)及测量中依据的主要公式,式中各量的物理含义及单位,公式成立应满足的实验条件等。

(4) 实验步骤 根据实际实验的过程写明关键操作步骤和注意要点。

(5) 实验结果 表达实验结果,一般包括四个部分的内容:结果的测量值 $\bar{A}$ 、误差 ΔA (以及获得 ΔA 的计算方法)、相对误差 E 及置信概率 P 。将最终结果表示为如下形式:

$$A = \bar{A} \pm \Delta A \quad \text{单位}, (P = \dots)$$
$$E = \frac{\Delta A}{\bar{A}} \times 100\%$$

(6) 小结、讨论或者回答思考题。

这就是完整的结果表达式。如果实验是观察某一物理现象或验证某一物理定律,则需要根据误差判定出实验是否验证了定律,写出明确的结论。

三、物理实验室规则

(1) 实验之前要预习,并写出预习报告,经老师检查同意后方可进行实验。

(2) 遵守实验室纪律,不得迟到早退,不得下位、串组,保持实验室的安静和卫生。

(3) 使用电源时,务必经教师检查线路后才能接通电源。

(4) 爱护仪器,进入实验室不能擅自搬弄仪器,实验中严格按照仪器说明书操作,如有损坏,照章赔偿。公用工具用完后应立即归还原处。

(5) 做完实验,经教师审查测量数据和仪器还原情况并签字后,学生应将仪器整理还原,将桌面和凳子收拾整齐,经老师同意,在登记表中签字,方能离开实验室。

(6) 实验室由实验班分组值日。

(7) 实验报告应在实验完成后一周内交给任课老师。

第一章 误差理论基本知识

第一节 测量与误差

实验是在理论指导下,利用科学仪器设备,人为地控制或模拟自然现象,使其以比较纯粹和典型的形式表现出来,然后再通过观察与测量去探索自然界客观规律的过程。由于自然界条件千变万化,错综复杂,即使在实验室已做了充分的控制也难免不受影响。所以观察和测量的结果也就不可能完全是客观世界的真实反映,为此,在实验中除了测得应有的数据外,还需对测量结果的可靠性做出合理评价,对测量结果的误差范围做出合理的估计。否则,所测得的数据就毫无价值。

一、测量

测量可分为两大类:直接测量和间接测量。

直接测量:实验中将待测量与标准量(直接从仪器或量具中读出的量)进行比较,得到待测量的大小。例如:用米尺测量长度;用天平称质量;用秒表测时间等。

间接测量:待测量由若干直接测量的物理量经过一定的函数关系运算后获得。

例如:用单摆测量重力加速度 g ,先测出摆长 L 和周期 T ,再由公式 $g=4\pi^2 L/T^2$ 计算出 g 。 g 的测量就称为间接测量。

二、误差

由于实验的仪器不可能无限精确,测量所依据的理论和实验方法往往具有某种程度的近似,人的感觉器官也有一定的局限。所以测量的结果必定带有一定的误差。误差存在于一切测量过程之中,这已成为一条公理。

设某待测物理量 X 的客观真值为 x_0 ,测量结果为 x ,则测量误差定义为: $\Delta=x-x_0$

作为科学实验的结果,不仅要知道测量所得的结果,而且还要知道测量的误差范围。

测量值永远不是真值,那么如何才能使测量值是真值的最佳近似值呢?这就需要研究误差的规律,误差理论的基本知识包括下列内容:

- (1) 误差的性质、分类、出现的规律,对误差大小的估算方法;
- (2) 减小和消除误差的实验方法与数据处理方法;
- (3) 误差的传递方法与合成方法;
- (4) 用误差理论指导选择实验方案、搭配实验仪器等。

根据误差产生的原因及其对实验的影响,可分为三类。

(1) 系统误差:系统误差是指在多次重复测量中,其大小和正负不变或按确定规律变化的误差。例如:因天平零点不准、电表刻度不均匀,因热胀冷缩使尺子长度变化等,给测量所带来的误差就属于系统误差。关于系统误差产生的原因、性质及消除方法,将在后面加以讨论。

(2) 随机误差：它的特点是随机性。在没有系统误差的条件下，对同一物理量进行等精度重复测量，每次测量的误差时大时小，时正时负，既不可以预测又无法控制，这种误差叫做随机误差，常用 δ 表示。

随机误差的出现，从表面上看纯属偶然，但通过人们长期的实践，在重复测量很多多次时，发现偶然中存在必然，即随机误差遵从一定的统计规律。利用这种规律可以对实验结果做出随机误差的误差估算。

(3) 疏失误差：实验中有时仪器视场造成指示值不准，有时过度疲劳或因观测者疏忽大意读错数据，有时因粗心导致计算错误等，由这些原因所引入的误差就叫疏失误差。这类误差往往使实验结果远离物理规律，因此比较容易被发现。

第二节 随机误差

在测量中，系统误差和随机误差往往同时出现。为了讨论方便，假定系统误差已经消除且不存在疏失误差，当对待测物理量进行大量的重复测量时，各误差互相独立，当精密度足够大时，测量值的误差就出现随机性。

一、随机误差的性质

对一个物理量进行多次测量时，由于受到许多相互独立的、微弱的、不可控制的因素制约，各次测量值不会完全相同，它们在真值附近有起伏现象。如果只进行一次测量，则测量是不确定的，偶然的。当进行多次测量时，测量值的整体就呈现出统计规律性。

例如，对某一物理量进行 50 次等精度重复测量，得到一个测量值的数列：

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_N, \quad N=50$$

和一个对应的误差数列：

$$\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_N, \quad N=50$$

这些测量值和误差值的出现，都无显著规律可循。对误差数列作分区统计，其数据整理列于表 1-2-1。

表 1-2-1 误差数列分区统计

区间序号	测量值 x_i	误差 $\delta = x_i - x_0 (\times 10^{-2})$	误差出现的频数 n	误差出现的概率 $(n/N)/\%$
1	1.51	-5.5	1	2
2	1.52	-4.5	2	4
3	1.53	-3.5	3	6
4	1.54	-2.5	5	10
5	1.55	-1.5	7	14
6	1.56	-0.5	10	20
7	1.57	0.5	9	18
8	1.58	1.5	6	12
9	1.59	2.5	3	6
10	1.60	3.5	2	4
11	1.61	4.5	1	2
12	1.62	5.5	1	2

以概率 $=n/N$ 为纵坐标,以误差值 δ 为横坐标,作直方图,如图1-2-1所示。由图可以看出,测量总次数 $N=50$,取值在 $1.51\sim 1.62$ 之间,设真值 $x_0=1.565$,随机误差的取值范围在 $-0.055\sim 0.055$ 之间。

图1-2-1中 $P=n/N$ 用百分数表示,代表各区间中误差出现的概率。例如第三区间中误差值为 -0.035 ,一共出现了3次,占总数的 $3/50$,用百分数表示为6%,由图1-2-1可以看出,

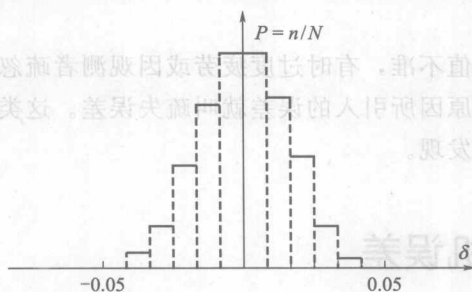


图 1-2-1 直方图

图1-2-1明显的结论是:50次测量中,误差落在 $-0.01\sim 0.01$ 误差区间中的量值有19个。更深刻的意义是,在众多的50个测量值中任取其一,该测量值的误差出现在 $-0.01\sim 0.01$ 误差区间中的概率为38%。即对于个别测量值来说,该次测量值误差的大小和正负纯属偶然,不可预知,然而该测量值出现在某个指定误差区域间的概率却是一定的。

从大量的实验中,人们通过无数次的观察发现,在一定条件下,对某一物理量进行大量的、独立的重复测量,随机误差一般遵守下面三条规律:

- (1) 绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的机会多;
- (2) 绝对值相等,符号相反的误差出现的机会相等;
- (3) 超过某一限度的误差,实际上不会出现。

测量次数越多,上述规律就遵守的越好,若测量次数趋于无穷多,随机误差是完全遵守上面三条规律的,称为随机误差的三条公理。此时,图1-2-2中的折线为光滑曲线 $f(\delta)$ 。

在图1-2-2中, $f(\delta)$ 对应的是单位误差区间内相应误差出现的概率,称为百分率(概率)密度,则数据落在 $\Delta\delta_i$ 内的百分率(概率) $n_i/N=f(\delta)\Delta\delta_i$,即 $\Delta\delta_i$ 所对应的矩形面积。故所有矩形面积之和,就等于数据落在整个区间内百分率的

总和,即应等于 $100\%=1$,表示为:
$$\sum_{i=1}^n f(\delta)\Delta\delta_i = 1$$

在图1-2-2中,把 $f(\delta)$ 称为概率密度,数据落在区间 $d\delta$ 内的概率为 P ,是 $d\delta$ 所对应的曲边梯形面积(图中阴影部分),即 $P=f(\delta)d\delta$ 数据

落在整个误差区间内的概率为 $P=\int_{-\infty}^{\infty} f(\delta)d\delta=1$,这表示数据落在全部误差区间的概率

为100%,数据落在任意误差区 $[\delta_1, \delta_2]$ 内的概率为 $P(\delta_1 < \delta < \delta_2) = \int_{\delta_1}^{\delta_2} f(\delta)d\delta$ 。

认识随机变量的统计规律,一般都可用统计直方图的方法,一条曲线就代表了一种概率分布。

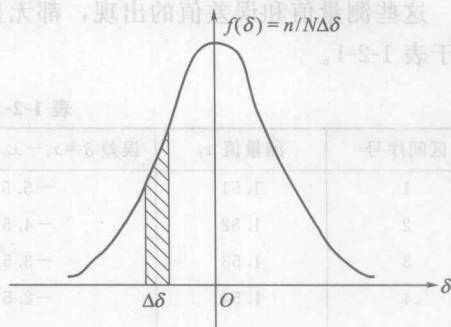


图 1-2-2 光滑曲线 $f(\delta)$

二、误差分布函数

常见的分布函数有正态分布、 t 分布、均匀分布、二项式分布以及泊松分布等。其中正态分布是最基本的分布。当随机变量受到大量的、微弱的、互相独立的因素所作用时，尽管各个因素的独立作用不一定产生正态分布，但其总和所产生的分布必定属于正态分布。许多非正态分布的随机数集合，其随机参数可以通过某些简单的途径折算为正态分布的误差参数，还有许多非正态分布在一定条件下趋向正态分布。因此说，正态分布是最主要的分布，是误差理论的重要基础。

(一) 正态分布

设某被测量 X 的真值为 x_0 ，在不存在系统误差的情况下（仅仅是一种理想情况），对 X 进行 n 次等精度测量，得到一系列测量值 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ，每个测量值的误差为 $\delta_i = x_i - x_0$ ，相应的误差数列为 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_n$ 。当随机误差具有前面介绍的误差公理的性质时，根据数理统计的基本原理，可以导出正态分布的误差概率密度分布函数，即：

$$f(\delta) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \quad (1-2-1)$$

相应的测量值的随机数列的分布函数为：

$$f(x - x_0) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (1-2-2)$$

式中 x_0 ——真值；

δ ——测量值的误差；

σ ——分布函数的重要参数，称为标准误差。

对离散型数列来说，标准误差的表达式为：

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2} \quad (1-2-3)$$

式(1-2-1)和式(1-2-2)的函数图像如图 1-2-3 和图 1-2-4 所示， $-\sigma$ 与 σ 分别与曲线左右两侧的扭拐点 Q_1 、 Q_2 相对应。阴影部分的面积为总面积的 68.3%，其含义是测量值在误差区间 $(-\sigma, \sigma)$ 中出现的概率为 68.3%。

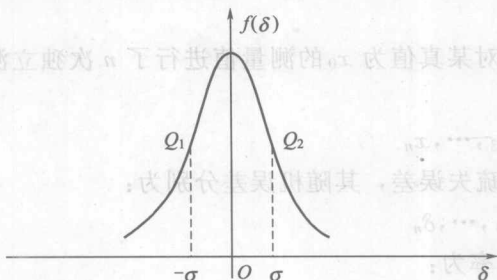


图 1-2-3 误差正态分布图

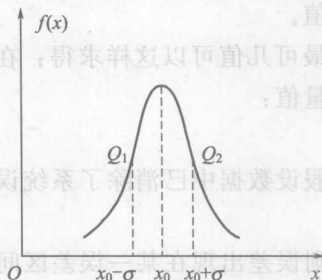


图 1-2-4 测量值分布曲线

标准误差 σ 是反映测量值数列离散程度的重要参数。 σ 越小，曲线越尖锐，表明离散程度小，测量精密度高。

分布曲线的另一个重要特征是，误差分布曲线的顶点与 $\delta=0$ 相对应，其概率含义是：零误差出现的概率最大。相应地，数列分布曲线的顶点与 $x=x_0$ 对应，表明真值的出现具有最大概率。

(二) 均匀分布

随机变量在其误差范围内, 各种误差(不同大小和符号)出现的概率都相同, 区间外则为零, 因而在误差区间内处处发生的概率为常数, 这种分布叫做均匀分布, 如图 1-2-5 所示。

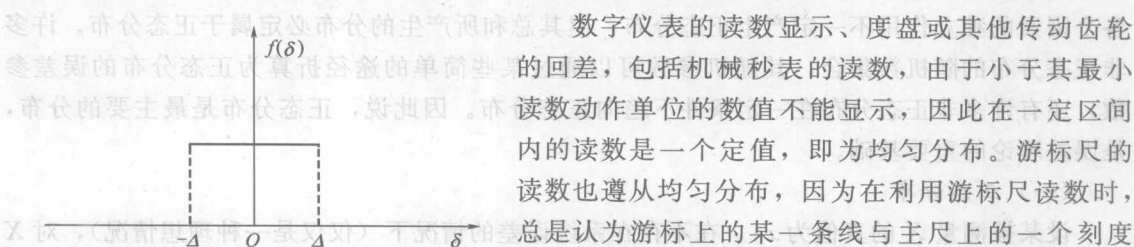


图 1-2-5 误差均匀分布函数图

数字仪表的读数显示、度盘或其他传动齿轮的回差, 包括机械秒表的读数, 由于小于其最小读数动作单位的数值不能显示, 因此在一定区间内的读数是一个定值, 即为均匀分布。游标尺的读数也遵从均匀分布, 因为在利用游标尺读数时, 总是认为游标上的某一条线与主尺上的一个刻度重合, 因此, 游标尺的分度值就是均匀分布的区间大小。还有, 对一些完全不知道其分布的误差, 也往往先假定其遵从均匀分布。因此, 在普通物理实验中, 均匀分布也是一个很重要的分布。

在均匀分布中, 由于分布函数是一个常数, 把它写作 $f(\delta) = c$, c 为常数。由归一化条件知 $\int_{-\Delta}^{\Delta} f(\delta) d\delta = \int_{-\Delta}^{\Delta} c d\delta = 1$, 得 $c = \frac{1}{2\Delta}$, $(-\Delta, \Delta)$ 为均匀分布最大误差区间。故在区间 $\pm\Delta$ 内, 误差的分布函数为:

$$f(x) = \frac{1}{2\Delta} \quad (1-2-4)$$

对照式(1-2-3)对标准误差进行计算, 得

$$\sigma^2 = \int_{-\Delta}^{\Delta} \delta^2 f(\delta) d\delta = \frac{\Delta^2}{3}, \text{ 故 } \sigma = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} \quad (1-2-5)$$

三、正态分布数列的算术平均值

前面讲了在进行无限次重复测量后得到一组数据, 可由它们的误差算出标准误差 σ , 以反映这组测量数据的离散性。既然进行了 n 次测量, 得到的 n 个数据各不一样, 把它们每一个都写出来以表示测量结果, 是没有意义的。那么应该用什么值来代表它们作为测量结果才最合适呢? 这个值显然应该是能使对应的误差分布最容易出现的那个值, 即最可几值或称为最佳值。

最可几值可以这样求得: 在同一条件下, 对某真值为 x_0 的测量值进行了 n 次独立测量, 其测量值:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$$

假设数据中已消除了系统误差, 也不存在疏失误差, 其随机误差分别为:

$$\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_n$$

则误差出现在某一误差区间 $\delta_i + d\delta$ 内的概率为:

$$P(\delta_i) = f(\delta_i) d\delta = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_i - x_0)^2}{2\sigma^2}} d\delta$$

而误差同时出现在整个误差区间的概率是它们的乘积, 即

$$P(\delta_{1 \rightarrow n}) = \left(\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \right)^n e^{-\frac{\sum (x_i - x_0)^2}{2\sigma^2}} (d\delta)^n$$

因为真值 x_0 不知道, 今以这一组测量值的最佳值 $\hat{x}$ 来代替它, 这个最佳值 $\hat{x}$ 就应该是使 $P(\delta_{1 \rightarrow n})$ 取极大值的那个值, 即:

$$P(\delta_{1 \rightarrow n}) = \left(\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \right)^n e^{-\frac{\sum (x_i - \hat{x})^2}{2\sigma^2}} (d\delta)^n = \text{极大}, \text{或使 } \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x})^2 = \text{极小}$$

将上式对 $\hat{x}$ 微分, 并取为零, 则得 $\sum_{i=1}^n -2(x_i - \hat{x}) = 0$, $n\hat{x} = \sum_{i=1}^n x_i$, 所以 $\hat{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{x}$ 。此结果表示在同一条件, 对某物理量进行 n 次独立测量的最佳值, 就是这 n 个测量值的算术平均值。用它来表示测量结果是最合适的选择。

四、有限测量次数的标准偏差

在测量值中已消除系统误差和疏失误差的情况下, 测量次数无限增多时所得平均值为真值, 当测量次数有限时, 所得平均值为最佳值, 它不等于真值。因此测量值与真值之差 (误差) 和测量值与平均值之差 (残差) 不等。在实际工作中测量次数总是有限的, 所以有必要用残差来表示误差公式, 若用残差 $(x_i - \bar{x})$ 代替误差 $(x_i - x_0)$ 来估算标准误差, 又要保持原有的概率值, 此时得到的标准误差的估计值由贝塞尔公式给出:

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-2-6)$$

为了区别于用误差 $(x_i - x_0)$ 表示的标准误差 σ , 把用残差 $(x_i - \bar{x})$ 表示的 S_x 叫做测量值的标准偏差。

五、平均值的标准偏差

算术平均值是等精度直接测量的最佳值, 但它不是真值, 当然就存在一定的误差。或者说测量 n 次得到一个平均值 $\bar{x}$, 那么当以后再重复测量 n 次, 或者说别人应用同样的方法, 测量同样多次得到的平均值是不是一定会与所给出的结果完全一样呢? 由于误差的存在, 这些平均值显然是不会一样的。因此必须对平均值的精度 (或离散性) 做出估计, 以指出实验结果的重复程度。同时, 还应看到平均值是最佳值, 因此它的精密度应高于任何一个测量值。再者, 算术平均值又是测量值的平均值, 所以它的精密度应与测量值的精密度密切相关。理论分析得出, 算术平均值的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 是测量列的标准误差 σ 的 $1/\sqrt{n}$ 倍, 即:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1-2-7)$$

在有限测量次数的情况下, 平均值的标准偏差为:

$$S_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{n}} S_x = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-2-8)$$

从表面上看, 好像只要增大 n 值, 就可以得到尽可能小的 $S_{\bar{x}}$ 。实际上由式 (1-2-8) 看, 平均值的标准偏差 $S_{\bar{x}}$ 是 S_x 的 $1/\sqrt{n}$ 倍, 当 n 增大到 10 次以后, $S_{\bar{x}}$ 的减小变得很慢。若只以增大有限的测量次数来减小 $S_{\bar{x}}$ 的值, 例如从 10 次增大到 20 次, 效果是不明显的。因此, 一般测量中 n 取 10 次就足够了。

六、极限误差——异常测量数据舍去准则

实验中, 对一个物理量进行多次测量, 有时有少数的测量数据和其余的数据相差很大, 这些相差很大的值, 如果是某些已知的外来因素或某些操作过失引起的, 则应当舍去。

通过计算有 $\int_{-3\sigma}^{3\sigma} f(\delta) d\delta = 0.997$, 则表明, 对某一物理量, 测量误差在 $\pm 3\sigma$ 范围内出现的概率为 99.7%, 即绝对值大于 3σ 的误差出现的概率仅 0.3%, 因此一般认为在测量次