

数学手册

煤炭工业出版社

数 学 手 册

北京矿业学院高等数学教研组编著

煤炭工业出版社

1273

数 学 手 册

北京矿业学院高等数学教研組編著

煤炭工业出版社出版(社址: 北京东长安街煤炭工业部)

北京市書刊出版业营业許可証出字第 084 号

京华印書局排印

新华書店发行

开本 850×1168 公厘 $\frac{1}{64}$ 印張 $5\frac{5}{32}$ 字数 200,000

1959 年 11 月北京第 1 版 1960 年 1 月北京第 2 次印刷

統一書号: 15035·942 印数: 20,001—70,000 册 定价: 1.00 元

前 言

經過偉大的雙反運動，在黨的領導下，全組同志解放了思想，發揮了干劲，在較短的時期內編出了這本數學手冊。

編寫這本手冊的目的：初期的打算是為我院的同學編寫的，考慮到同學們的学习任務很緊張，如果有這樣一本手冊隨身攜帶，用到數學公式隨時可查，可以免除查找大量書籍或計算的麻煩；後來，考慮到這樣一本手冊的使用面可以廣泛一些，它不僅可供工學院的同學使用，還可供一般的工程技術人員參考，因此，我們適當的充實了手冊的內容。

為了避免公式過分龐雜、瑣碎，在內容方面盡量簡化：大家熟悉的公式都不列入，如分配律、結合律、……；盡量減少文字的敘述；定理或公式中的條件盡量少寫或不寫；定理盡量用公式表出而不用文字敘述；積分表內簡單易求的公式，如用簡單配元就能求出的以及表面上稍有不同而本質上是一樣的，均略去，等等。

這本手冊雖是全組同志經過努力集體蒐集的，但人力究屬有限，更加時間短促，錯誤和缺點一定不少，懇請讀者多提寶貴意見，以便再版時修訂。

北京礦業學院高等數學教研組

1959年5月

目次

前 言	1
-----------	---

一、初等代数

1. 乘法及因式分解公式	1
2. 分式	1
(1)分式运算〔1〕 (2)分項分式〔2〕	
3. 比例	3
4. 不等式	4
(1)基本不等式〔4〕 (2)絕對不等式〔4〕 (3)絕對值 与不等式〔5〕	
5. 行列式	5
6. 一次方程組的解	7
7. 二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$	8
(1)根〔8〕 (2)根与系数的关系〔8〕 (3)判別式〔8〕	
8. 三次方程	8
9. 級数	9
(1)等差級数〔9〕 (2)等比級数〔9〕 (3)調和級 数〔10〕 (4)杂級数〔10〕	
10. 指数	11
11. 对数	11
12. 虛数及复数	12

- (1)虚数单位的乘方[12] (2)复数的三角函数式与代数式的关系[12] (3)复数的运算[13]
13. 排列、組合与二項式公式14
- (1)排列[14] (2)全取排列[14] (3)組合[14]
- (4)二項式公式[14] (5)多項式公式[15]

二、初等几何

1. 任意三角形15
- (1)面积[15] (2)外圓半徑[16] (3)內圓半徑[16]
2. 四边形面积(s)16
- (1)矩形[16] (2)平行四边形[16] (3)菱形[16]
- (4)梯形[17] (5)任意四边形[17]
3. 正多边形18
- (1)正三角形[18] (2)正方形[19] (3)正五边形[19]
- (4)正六边形[19] (5)正 n 边形[19]
4. 圓20
- (1)圓周长[20] (2)含 θ 的弧长[20] (3)圓面积[20]
- (4)扇形面积[20] (5)弓形[20] (6)环形面积[21]
5. 旋轉体21
- (1)圓柱[21] (2)圓錐[21] (3)圓台[22] (4)球[22]
- (5)球缺(或球冠)[22] (6)球台[23]
6. 棱柱及棱錐23
- (1)棱柱体积[24] (2)棱錐体积[24] (3)正棱錐側面积[24] (4)棱台[24]

三、平面三角

1. 弧与度的关系	24
2. 三角函数	25
(1)定义[25] (2)基本关系[27] (3)三角函数在各象限的正负[29]	
3. 任意角三角函数	30
4. 特殊角的三角函数值	30
5. 三角函数的图形	31
6. 两角和的三角函数	34
7. 倍角的三角函数	34
8. 半角的三角函数	35
9. 三角函数的和差与积的关系	36
10. 三角补充公式	36
11. 边角关系	38
(1)正弦定理[38] (2)余弦定理[38] (3)正切定理[38]	
12. 半角公式	39
13. 反三角函数	40
(1)恒等式[40] (2)图形[40]	
14. 传动皮带的长	42
(1)直传动皮带[42] (2)交叉传动皮带[42]	

四、球面三角

1. 球面三角形的基本定理	43
---------------------	----

2. 解球面直角三角形所用的公式	45
3. 解球面斜三角形所用的公式	46

五、平面解析几何

1. 三个基本問題	48
(1) 两点距离[48] (2) 定比分点[49] (3) 三角形及多角形的面积[49]	
2. 直線的斜率(或角系数) k	51
3. 直線方程	51
4. 点綫距离	52
5. 二直線的夹角	53
6. 圓	53
7. 二次曲綫	54
(1) 橢圓[54] (2) 双曲綫[55] (3) 抛物綫 $p > 0$ [56]	
(4) 一般二次曲綫方程[58]	
8. 坐标变换	59
(1) 移軸[59] (2) 轉軸[59] (3) 极坐标与直角坐标的关系[60]	
9. 极坐标的曲綫方程	60
(1) 圓的方程[60] (2) 直綫方程[61] (3) 圓錐曲綫方程[62]	
10. 曲綫的参数方程	62
11. 重要曲綫表	63

六、立体解析几何

1. 两个基本問題	72
(1) 两点距离[72] (2) 定比分点[72]	
2. 直綫的方向	72
(1) 方向角[72] (2) 方向余弦[72] (3) 方向数[73]	
3. 射影定理	73
4. 平面	73
(1) 方程[73] (2) 点面距离[74]	
5. 直綫方程	74
(1) 交面式[74] (2) 参数式[75] (3) 对称式[75]	
(4) 射影式[75] (5) 两点式[75]	
6. 綫面間相互关系	75
7. 重要曲面	76
8. 空間曲綫	80

七、矢量

1. 矢量代数	82
2. 矢量微分	85
3. 矢量积分	87

八、微分学

1. 基本初等函数	87
2. 双曲函数	91

3. 极限	92
(1)有极限变量与无穷小的关系[92] (2)极限存在准则[92] (3)极限运算定理[93] (4)几个基本极限[93] (5)几个重要极限[93]	
4. 連續	94
5. 导数	95
(1)微分法則[95] (2)导数及微分公式[96] (3)高阶导数[98]	
6. 导数的应用	99
(1)切綫方程(PT)[99] (2)法綫方程(PN)[99] (3)切距[99] (4)法距[100] (5)两綫夹角[100] (6)函数的增减性[100] (7)极值的充分条件[100] (8)曲綫的凸凹及拐点[101] (9)极坐标曲綫性态[101]	
7. 漸近綫	103
8. 微分及其应用	104
9. 曲率	105
10. 中值定理	106
(1)洛尔定理[106] (2)拉格倫日定理[106] (3)柯西定理[107] (4)台劳公式[107] (5)罗彼塔法則[108]	
11. 多变量函数	108
(1)偏导数[108] (2)偏微分[108] (3)全微分[108] (4)复合函数微分法[109] (5)全导数[109] (6)隐函数微分法[110] (7)混合偏导数的性質[110] (8)方向导数[110] (9)曲面的切平面及法綫方程[111] (10)曲綫的切綫及法平面方程[112] (11)曲率[112] (12)中值定	

理[113] (13)台劳公式[113] (14)二元函数的极
值[114] (15)多元函数的极值[115] (16)条件极值[115]

九、积分学

1. 不定积分法則	116
2. 不定积分表	118
3. 定积分概念	147
(1)定积分与不定积分的关系[148] (2)定积分性質[148]	
(3)积分中值定理[149] (4)积分不等式[149] (5)定积 分的导数[150]	
4. 定积分計算法	151
(1)配元法[151] (2)置換法[151] (3)奇偶性的利 用[151] (4)近似积分法[152]	
5. 旁义积分存在准則	152
6. 定积分表	153
7. 橢圓积分	158
8. Γ -函数	162
(1) Γ -函数[162] (2) Γ -函数的換元公式[162]	
(3) Γ -函数的性質[162]	
9. B-函数	164
(1)B-函数[164] (2)B-函数的換元公式[164]	
(3)公式[164] (4)B-函数与 Γ -函数的关系[165]	
(5)应用[165]	
10. 二重积分	166
11. 三重积分	168

(1) 直坐标計算法[168]	(2) 柱坐标計算法[169]	
(3) 球坐标計算法[170]	(4) 几何意义[170]	
12. 曲綫积分		171
(1) 对弧长的曲綫积分[171]	(2) 对坐标的曲綫积分[171]	
(3) 曲綫积分的性質[172]	(4) 格林公式[172]	
(5) 在(4)的条件下, 若 $\frac{\partial X}{\partial y} = \frac{\partial Y}{\partial x}$	則有下列两个結論[172]	
13. 曲面积分		173
(1) 对曲面面积的曲面积分[173]	(2) 对坐标的曲面积分[173]	
(3) 斯托克斯公式[174]		
14. 积分的应用		174
(1) 几何应用[174]	(2) 物理应用[181]	

十、常微分方程

1. 一阶微分方程		185
(1) 变量分离型[185]	(2) 齐次型[186]	(3) 一次(或綫性)型[186]
(4) 全微分型[186]	(5) 拉格倫日方程[189]	
(6) 克萊洛方程[189]	(7) 黎卡笛方程[189]	
2. 变系数二阶綫性方程		189
(1) 齐次型[189]	(2) 非齐次型[190]	
3. 二阶特殊型		190
(1) 缺 y 型[190]	(2) 缺 x 型[191]	
4. 其它二阶可解类型		191
5. 常系数綫性方程		192
(1) 二阶齐次方程[192]	(2) 二阶非齐次方程[193]	

- (3)常系数高阶綫性齐次方程[194] (4)用記号 D 求常系数綫性微分方程的特解[195] (5)欧拉方程[196]
6. 多变量常微分方程 197
- (1)全微分方程[197] (2)一阶一次联立微分方程[197]
- (3)二阶联立綫性常系数微分方程[198]

十一、偏微分方程

1. 偏微分方程的解 198
2. 一阶綫性方程 199
- (1)一般式[199] (2)标准式[199]
3. 二阶綫性方程 200
- (1)拋物型[200] (2)双曲型[200] (3)橢圓型[200]

十二、拉普拉斯变换

1. 定义 200
2. 簡單性質 201
3. 重要定理 201
4. 拉普拉斯变换式表 203

十三、級数

1. 級数概念 205
2. 收斂級数的基本屬性 205
3. 正項級数驗斂法 206
- (1)收斂准則[206] (2)比較法[206] (3)比項法[206]
- (4)檢根法[207] (5)柯西积分准則[207]

4. 任意項級數	207
(1)變號級數驗斂法[207] (2)交錯級數的萊布尼茲驗斂法[208]	
5. 級數的運算	208
6. 冪級數	209
(1)收斂半徑公式[209] (2)冪級數的性質[209] (3)冪級數的運算 (4)台勞級數[210] (5)常用到的函數冪級數展開式[211]	
7. 歐拉公式及其推論	216
8. 富氏級數	216
(1)任意函數[216] (2)奇函數[217] (3)偶函數[218] (4)三角級數的求和公式[218] (5)其它級數[219] (6)函數展為富氏級數的例[219] (7)參考級數[222]	

十四、誤差定理及近似公式

1. 誤差定理	223
2. 近似公式	224

十五、復變函數

1. 測地投影公式	225
2. 柯西黎曼條件	226
3. 柯西判別法	226
4. 收斂半徑的判定	226
5. 指數函數，三角函數與雙曲函數	227

6. 保角变换	228
7. 柯西积分定理	228
8. 定积分计算——用不定积分表定积分	229
9. 柯西积分公式	229
10. 柯西-台劳级数	230
11. 留数求法	230

十六、經驗方程

1. 阶差	231
2. 用阶差法判定类型	231
3. 用差商法判定类型	232
4. 方程系数的决定法	232
(1)平均法[233] (2)最小二乘法[233]	
5. 非綫性函数直綫化的方法	234

十七、場 論

1. 数量場的梯度	235
2. 矢量場的散度	235
3. 矢量場的旋度	236
4. 势量場	237
5. 管形場	237
6. 汉弥尔登算子	237

十八、变分法

1. 固定端点的极值	238
------------------	-----

- (1)二維空間[238] (2)三維空間[239]
2. 变动端点的极值 240
- (1)二維空間[240] (2)三維空間[241]

十九、差分法及內插法

1. 有限差分、差商及中心差分 242
2. 內插法公式 244
3. 数值微分公式 248
4. 数值积分公式 249

二十、附表

1. 乘方、方根表 251
2. 常用对数表 256
3. 自然对数表 262
4. 三角函数真数表 264
5. 三角函数对数表 278
6. 度徑互化表 298
7. 双曲函数表 301
8. 橢圓积分数值表 302
9. Γ -函数表 308
10. 重要常数表 310
11. 常用單位換算表 312
12. 拉丁字母及希腊字母 313

一、初等代数

1. 乘法及因式分解公式

- (1) $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab.$
- (2) $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2.$
- (3) $(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3.$
- (4) $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca.$
- (5) $a^2-b^2=(a-b)(a+b).$
- (6) $a^3\mp b^3=(a\mp b)(a^2\pm ab+b^2).$
- (7) $a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\dots+ab^{n-2}+b^{n-1}).$
- (8) $a^n-b^n=(a+b)(a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-\dots+ab^{n-2}-b^{n-1}), n=\text{偶数}.$
- (9) $a^n+b^n=(a+b)(a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-\dots-ab^{n-2}+b^{n-1}), n=\text{奇数}.$
- (10) $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca).$

2. 分式

(1) 分式运算