



sina新浪考试 特别
edu:sina.com.cn 合作

中学数学

课本大讲解

北师大版★

8 年级数学 (上)

学法指导·课本答疑
知识点详解·易错点归纳
热点题型荟萃·中考真题解析
跟踪强化训练·答案全解全析

总主编 刘强



北京出版社出版集团
BEIJING PUBLISHING HOUSE (GROUP)

北京教育出版社
BEIJING EDUCATION PUBLISHING HOUSE

中学数学

课本大讲解

北师大版★

8 年级数学 **上**

总主编 刘 强
主 编 徐勤英 王道普

ketangbanli
课堂伴侣



北京出版社出版集团
BEIJING PUBLISHING HOUSE (GROUP)



北京教育出版社
BEIJING EDUCATION PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

中学数学课本大讲解:北师大版·8 年级数学/刘强主编.

—北京:北京教育出版社,2008.4

ISBN 978-7-5303-6413-0

I. 中... II. 刘... III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 054199 号

中学数学课本大讲解

ZHONGXUE SHUXUE KEBEN DAJIANGJIE

8 年级数学(上)

8 NIANJI SHUXUE(SHANG)

北师大版

总主编 刘强

*

北京出版社出版集团 出版
北京教育出版社
(北京北三环中路 6 号)

邮政编码:100011

网址:www.bph.com.cn

北京出版社出版集团总发行

全国各地书店经销

北京拓瑞斯印务有限公司印刷

*

880×1230 32 开本 12.5 印张 310000 字

2008 年 5 月第 1 版 2008 年 5 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5303-6413-0/G·6332

定价:21.80 元

版权所有 翻印必究

如发现质量问题,请与我们联系

地址:北京市海淀区彩和坊路 8 号天创科技大厦 8 层 邮编:100080 网址:www.qqbook.cn
质量投诉电话:(010)62698883 62380997 58572393 邮购电话:(010)51286111-6986

目 录

第一章 勾股定理

问题情景导入	1
本章整体感知	1
本章学法指导	1
1.1 探索勾股定理	2
核心提示	2
学法指导	2
课本答疑	2
要点突破	3
易错点透析	5
题型荟萃	6
新课标新中考	7
强化训练题	7
答案专区	9
1.2 能得到直角三角形吗	11
核心提示	11
学法指导	11
课本答疑	11
要点突破	11
易错点透析	13
题型荟萃	14
新课标新中考	15
强化训练题	16
答案专区	17
1.3 蚂蚁怎样走最近	19
核心提示	19
学法指导	19
课本答疑	19
要点突破	20
易错点透析	22
题型荟萃	22
新课标新中考	24
强化训练题	24

答案专区	25
章末总结	27
第一章综合检测题	30

第二章 实数

问题情景导入	34
本章整体感知	34
本章学法指导	34
2.1 数怎么又不够用了	35
核心提示	35
学法指导	35
课本答疑	35
要点突破	36
易错点透析	38
题型荟萃	38
新课标新中考	39
强化训练题	40
答案专区	41
2.2 平方根	43
核心提示	43
学法指导	43
课本答疑	43
要点突破	44
易错点透析	46
题型荟萃	46
新课标新中考	47
强化训练题	48
答案专区	48
2.3 立方根	50
核心提示	50
学法指导	50
课本答疑	50
要点突破	50
易错点透析	52



题型荟萃	52
新课标新中考	53
强化训练题	54
答案专区	55
2.4 公园有多宽	56
核心提示	56
学法指导	56
课本答疑	56
要点突破	57
易错点透析	58
题型荟萃	59
新课标新中考	59
强化训练题	60
答案专区	61
2.5 用计算器开方	62
核心提示	62
学法指导	62
课本答疑	62
要点突破	62
易错点透析	64
题型荟萃	64
新课标新中考	65
强化训练题	65
答案专区	66
2.6 实数	67
核心提示	67
学法指导	67
课本答疑	67
要点突破	68
易错点透析	72
题型荟萃	73
新课标新中考	75
强化训练题	75
答案专区	76
章末总结	78
第二章综合检测题	80

第三章 图形的平移与旋转

问题情景导入	83
本章整体感知	83
本章学法指导	83
3.1 生活中的平移	84
核心提示	84
学法指导	84
课本答疑	84
要点突破	85
易错点透析	86
题型荟萃	87
新课标新中考	88
强化训练题	88
答案专区	89
3.2 简单的平移作图	90
核心提示	90
学法指导	90
课本答疑	90
要点突破	91
易错点透析	92
题型荟萃	93
新课标新中考	94
强化训练题	94
答案专区	96
3.3 生活中的旋转	97
核心提示	97
学法指导	97
课本答疑	97
要点突破	98
易错点透析	99
题型荟萃	101
新课标新中考	102
强化训练题	102
答案专区	104
3.4 简单的旋转作图	105
核心提示	105
学法指导	105

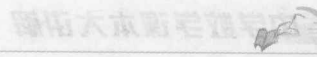


205	课本答疑	105	281	要点突破	138
206	要点突破	105	281	易错点透析	139
206	易错点透析	107	281	题型荟萃	140
206	题型荟萃	108	281	新课标新中考	141
206	新课标新中考	109	281	强化训练题	141
206	强化训练题	110	281	答案专区	143
206	答案专区	111	4.2	平行四边形的判别	144
3.5	它们是怎样变过来的	113	281	核心提示	144
113	核心提示	113	281	学法指导	144
113	学法指导	113	281	课本答疑	144
113	课本答疑	113	281	要点突破	144
113	要点突破	113	281	易错点透析	147
213	易错点透析	115	281	题型荟萃	147
213	题型荟萃	116	281	新课标新中考	148
213	新课标新中考	117	281	强化训练题	149
213	强化训练题	118	281	答案专区	150
213	答案专区	119	4.3	菱形	151
3.6	简单的图案设计	120	281	核心提示	151
120	核心提示	120	281	学法指导	151
120	学法指导	120	281	课本答疑	151
120	课本答疑	120	281	要点突破	152
120	要点突破	120	281	易错点透析	154
223	易错点透析	123	281	题型荟萃	154
223	题型荟萃	123	281	新课标新中考	156
223	新课标新中考	125	281	强化训练题	156
223	强化训练题	125	281	答案专区	158
223	答案专区	127	4.4	矩形、正方形	159
章末总结		129	281	核心提示	159
第三章综合检测题		131	281	学法指导	159
043			281	课本答疑	159
043	第四章 四边形性质探索		281	要点突破	160
043	问题情景导入	136	281	易错点透析	163
043	本章整体感知	136	281	题型荟萃	164
043	本章学法指导	136	105	新课标新中考	165
4.1	平行四边形的性质	137	105	强化训练题	166
043	核心提示	137	105	答案专区	167
043	学法指导	137	4.5	梯形	169
043	课本答疑	137	281	核心提示	169



8.1	学法指导	169
8.1	课本答疑	169
8.1	要点突破	170
1.1	易错点透析	173
8.1	题型荟萃	173
8.1	新课标新中考	176
1.1	强化训练题	176
8.1	答案专区	177
4.6 探索多边形的内角和与外角和		
8.1	核心提示	179
1.1	学法指导	179
1.1	课本答疑	179
8.1	要点突破	180
8.1	易错点透析	181
8.1	题型荟萃	181
1.1	新课标新中考	183
1.1	强化训练题	183
1.1	答案专区	184
4.7 中心对称图形		
8.1	核心提示	186
1.1	学法指导	186
1.1	课本答疑	186
8.1	要点突破	187
8.1	易错点透析	189
8.1	题型荟萃	189
1.1	新课标新中考	190
8.1	强化训练题	191
8.1	答案专区	193
章末总结		
第四章综合检测题		
第五章 位置的确定		
8.1	问题情景导入	201
8.1	本章整体感知	201
8.1	本章学法指导	201
5.1 确定位置		
8.1	核心提示	202

3.1	学法指导	202
3.1	课本答疑	202
3.1	要点突破	204
8.1	易错点透析	206
8.1	题型荟萃	206
8.1	新课标新中考	208
1.1	强化训练题	208
8.1	答案专区	210
5.2 平面直角坐标系		
8.1	核心提示	211
8.1	学法指导	211
8.1	课本答疑	211
8.1	要点突破	212
8.1	易错点透析	215
8.1	题型荟萃	216
8.1	新课标新中考	218
1.1	强化训练题	218
8.1	答案专区	219
5.3 变化的“鱼”		
8.1	核心提示	221
8.1	学法指导	221
8.1	课本答疑	221
8.1	要点突破	222
8.1	易错点透析	224
8.1	题型荟萃	225
8.1	新课标新中考	227
8.1	强化训练题	228
8.1	答案专区	229
章末总结		
第五章综合检测题		
第六章 一次函数		
8.1	问题情景导入	240
8.1	本章整体感知	240
8.1	本章学法指导	240
6.1 函 数		
8.1	核心提示	240
8.1	学法指导	241



课本答疑	241
要点突破	242
易错点透析	244
题型荟萃	244
新课标新中考	246
强化训练题	246
答案专区	248
6.2 一次函数	249
核心提示	249
学法指导	249
课本答疑	249
要点突破	249
易错点透析	251
题型荟萃	251
新课标新中考	253
强化训练题	253
答案专区	254
6.3 一次函数的图象	255
核心提示	255
学法指导	255
课本答疑	255
要点突破	256
易错点透析	259
题型荟萃	259
新课标新中考	260
强化训练题	261
答案专区	262
6.4 确定一次函数表达式	263
核心提示	263
学法指导	263
课本答疑	263
要点突破	263
易错点透析	264
题型荟萃	265
新课标新中考	266
强化训练题	267
答案专区	268

6.5 一次函数图象的应用	269
核心提示	269
学法指导	269
课本答疑	269
要点突破	269
易错点透析	272
题型荟萃	272
新课标新中考	273
强化训练题	274
答案专区	276
章末总结	278
第六章综合检测题	282
第七章 二元一次方程组	
问题情景导入	287
本章整体感知	287
本章学法指导	288
7.1 谁的包裹多	288
核心提示	288
学法指导	288
课本答疑	288
要点突破	289
易错点透析	291
题型荟萃	292
新课标新中考	294
强化训练题	294
答案专区	296
7.2 解二元一次方程组	297
核心提示	297
学法指导	297
要点突破	297
易错点透析	299
题型荟萃	300
新课标新中考	301
强化训练题	301
答案专区	303
7.3 鸡兔同笼	304
学法指导	304



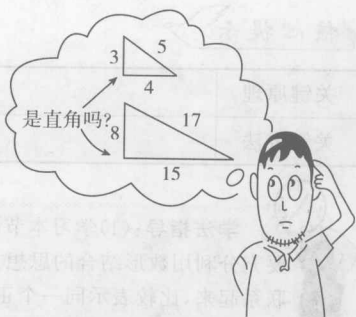
课本答疑	304
要点突破	304
易错点透析	305
题型荟萃	306
新课标新中考	307
强化训练题	307
答案专区	308
7.4 增收节支	310
学法指导	310
课本答疑	310
要点突破	310
易错点透析	311
题型荟萃	311
新课标新中考	313
强化训练题	314
答案专区	315
7.5 里程碑上的数	317
学法指导	317
课本答疑	317
要点突破	318
易错点透析	319
题型荟萃	319
新课标新中考	320
强化训练题	321
答案专区	322
7.6 二元一次方程与一次函数	324
核心提示	324
学法指导	324
课本答疑	324
要点突破	324
易错点透析	326
题型荟萃	326
新课标新中考	329
强化训练题	329
答案专区	332
章末总结	334
第七章综合检测题	339

第八章 数据的代表	
问题情景导入	344
本章整体感知	344
本章学法指导	344
8.1 平均数	345
核心提示	345
学法指导	345
课本答疑	345
要点突破	346
易错点透析	348
题型荟萃	348
新课标新中考	351
强化训练题	351
答案专区	353
8.2 中位数与众数	355
核心提示	355
学法指导	355
课本答疑	355
要点突破	355
易错点透析	357
题型荟萃	357
新课标新中考	358
强化训练题	359
答案专区	363
8.3 利用计算器求平均数	364
核心提示	364
学法指导	364
要点突破	364
易错点透析	365
题型荟萃	365
新课标新中考	367
强化训练题	368
答案专区	369
章末总结	370
第八章综合检测题	373
期末综合检测题	378
综合检测题答案	383

第一章 勾股定理

问题情景导入

小明的爸爸为了画直角三角形,找来了长度分别为 12 cm、40 cm 的两条线,利用这两条线,采用固定三边的方法,画出了如图两个图形,他画的是直角三角形吗?



本章整体感知

本章内容包括:掌握勾股定理的内容及其应用,了解利用拼图验证勾股定理,掌握判断一个三角形是直角三角形的条件.勾股定理的知识与三角形和四边形性质探索联系紧密,并为以后学习三角函数提供了依据.如果我们学习了下一章实数的内容,还可以再利用勾股定理解决一些涉及无理数运算的实际问题.总之,勾股定理知识在几何图形中的应用是我们在考卷中常见的题型,希望同学们予以重视.

在对勾股定理的探索和验证过程中,我们还将体会到数形结合的思想.我们要从代数表示联想到有关的几何图形,由几何图形联想到有关的代数表示,进一步认识数学的内在联系.

本章的重点是利用计算面积和拼图的方法探索验证勾股定理,利用勾股定理的逆定理用边的关系来判断一个三角形是否是直角三角形.但勾股定理的验证方法很多,我们只需理解其中的几种.对各种拼图法的理解是本章的难点.

本章学法指导

1. 探索勾股定理的方法

(1) 在方格纸上通过计算面积的方法.

(2) 通过拼图,用两种方法来表示同一个图形的面积的方法.这种方法非常重要,在勾股定理应用中会有所体现,所以同学们要对一些基本图形的面积公式熟练掌握.

2. 勾股定理的应用

(1) 根据勾股定理,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$,则 $a^2+b^2=c^2$.在此关系中涉及三个量,利用方程的思想,可“知二求一”.

(2) 若题中未涉及直角三角形,但出现了平方和的形式,一般需要构造直角三角形,运用勾股定理的知识来解决.

3. 熟记几组勾股数,有助于更好、更快地解题.一看到这些勾股数,马上联想到直角三角形.

4. 在对实际问题解决的过程中,首先要将其转化成数学问题,提炼其数学元素,并画出图形,然后根据图形找数量关系,将“数”和“形”结合起来,这样会使你的解题



思路更清晰,这种思想就叫做“数形结合”.

1.1 探索勾股定理

核心提示

关键原理	勾股定理
关键方法	探索勾股定理的方法



学法指导:(1)学习本节课要注意观察、归纳、猜想和验证所发现的结论;要充分利用数形结合的思想方法来解决,如将 a^2 、 b^2 、 c^2 与正方形的面积联系起来,比较表示同一个正方形面积的几种不同的代数式,探索勾股定理.

(2)探索勾股定理可以有两种方法:①通过在方格纸上计算面积的方法来探索勾股定理;②用拼图的方法验证勾股定理的内容.因此,学习本节课要多动手操作、动脑思考以发现问题.

课标答疑

问题 1:(1)在纸上作出若干个直角三角形,分别测量它们的三条边,看看三边长的平方之间有什么样的关系?与同伴交流.

(2)如图 1-1-1(1),直角三角形三边的平方分别是多少,它们满足上面所猜想的数量关系吗?你是如何计算的?与同伴交流.对于图 1-1-1(2)中的直角三角形,是否还满足这样的关系?你又是如何计算的呢?

(3)如果直角三角形的两直角边分别为 1.6 个单位长度和 2.4 个单位长度,上面所猜想的数量关系还成立吗?说明你的理由.(课本 P2)

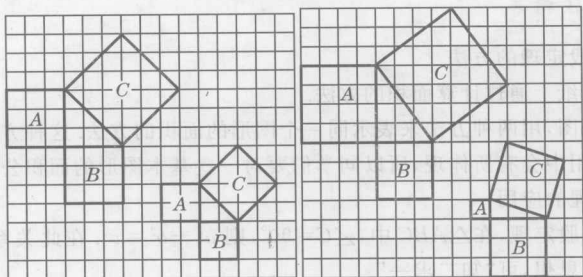


图 1-1-1(1) 图 1-1-1(2)

解答:(1)两直角边的平方和等于斜边的平方.(2)假设图中每个小方格代表一个单位面积,图 1-1-1(1)中,大正方形 A 中含有 9 个小方格,即 A 的面积是 9 个单位面积,大正方形 B 中含有 16 个小方格,即 B 的面积是 16 个单位面积,大正方形 C 中含有 25 个小方格,即 C 的面积是 25 个单位面积.所以大直角三角形满足两直角边的平方和等于斜边的平方.同理图 1-1-1(2)中小直角三角形也满足两直角边的平方和等于

斜边的平方. 同理图 1-1-1(2) 中的直角三角形也满足两直角边的平方和等于斜边的平方. (3) 由(2) 可得直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方与长度单位无关. 所以直角三角形的两直角边分别为 1.6 个单位长度和 2.4 个单位长度时, 仍然满足两直角边的平方和等于斜边的平方.

问题 2: 在课本图 1-1 的问题中, 折断之前旗杆有多高? (课本 P4)

解答: 根据勾股定理可知折断处到旗杆顶部长的平方为 $9^2 + 12^2 = 225$, 所以折断处到旗杆顶部的长为 15 米, 所以折断之前旗杆的高为 24 米.

要点突破

知识点 1: 探索勾股定理 (★★★)

【知识提炼】 探索勾股定理的方法有两种: (1) 通过在方格纸上计算面积的方法. (2) 通过拼图, 这种方法的思路是: ① 图形通过割补拼接后, 只要没重叠, 没有空隙, 面积不会改变. ② 根据同一种图形面积的不同表示方法列出等式, 推导出勾股定理.

警示: 用以上两种方法验证勾股定理时, 注意: (1) 三种不同几何图形的面积关系. (2) 由代数运算, 结合图形, 导出勾股定理.

【实例解读】 剪 4 个完全相同的直角三角形, 通过拼一拼, 摆一摆, 看看能否得到一个以斜边 c 为边长的正方形, 并利用它说明勾股定理.

答案: 如图 1-1-2 所示, 大正方形面积 $= (a+b)^2$,

小正方形面积 $= c^2$, 直角三角形面积 $= \frac{1}{2}ab$.

因为 4 个直角三角形的面积 + 小正方形面积 = 大正方形面积, 所以 $(a+b)^2 = c^2 + \frac{1}{2}ab \times 4$,

即 $a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$, 所以 $a^2 + b^2 = c^2$.

点拨: 仔细观察图形, 找准三种不同面积的组合.

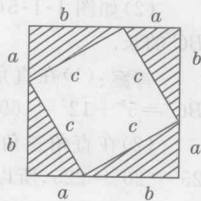


图 1-1-2

【活学活用】

1. 正方形 A、B、C 在 12×10 的正方形网格内 (如图 1-1-3), 则关于它们面积关系的结论: ① $S_A = S_B + S_C$; ② $S_A > S_B + S_C$; ③ $S_A < S_B + S_C$. 其中正确的是 _____.

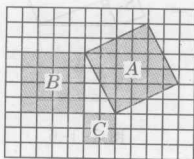


图 1-1-3

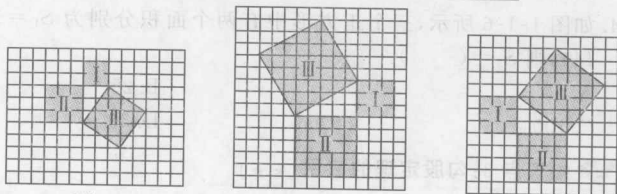


图 1-1-4

2. 在单位长度为 1 的网格中, 观察图 1-1-4, 完成下面的问题.

(1) 填写下列表格:

	I 的面积(单位面积)	II 的面积(单位面积)	III 的面积(单位面积)
图(1)			
图(2)			
图(3)			

(2) 根据图(1)中的数据,说明每个图形中三个正方形面积之间的关系.

知识点 2: 勾股定理(★★)

【知识提炼】勾股定理: 直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方.

如果直角三角形两直角边分别为 a, b , 斜边为 c , 那么 $a^2 + b^2 = c^2$.

(古代把直角三角形中较短的直角边称为“勾”, 较长的直角边称为“股”, 斜边称为“弦”).

警示: (1) 勾股定理揭示的是直角三角形三边平方关系的定理.

(2) 勾股定理只对直角三角形适用, 而不适用于锐角三角形和钝角三角形.

(3) 碰到直角三角形中的线段求值问题, 要首先想到勾股定理.

【实例解读】(1) 如图 1-1-5(1), 在直角三角形 ABC 中, $AC=5, BC=12$, 求 AB 的长.

(2) 如图 1-1-5(2), 在直角三角形 ABC 中, $AB=25, AC=20$, 求 BC 的长.

答案: (1) 在直角三角形 ABC 中, 根据勾股定理得 $AB^2 = AC^2 + BC^2 = 5^2 + 12^2 = 169$, 所以 $AB=13$.

(2) 在直角三角形 ABC 中, 根据勾股定理得 $BC^2 = AB^2 - AC^2 = 25^2 - 20^2 = 225$, 所以 $BC=15$.

点拨: 此题中两图形均为直角三角形, 又已知两边求第三边, 故用勾股定理.

【活学活用】

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, 则下列各式中不成立的是 ()

- A. $BC^2 = AB^2 + AC^2$
- B. $AB^2 = AC^2 + BC^2$
- C. $AB^2 = BC^2 - AC^2$
- D. $AC^2 = BC^2 - AB^2$

4. 如图 1-1-6 所示, 三个正方形中有两个面积分别为 $S_1=169, S_2=144$, 则 $S_3=()$

- A. 50
- B. 25
- C. 100
- D. 30

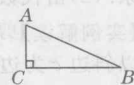


图 1-1-5(1)

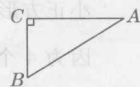


图 1-1-5(2)

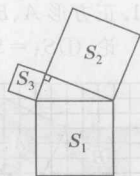


图 1-1-6

知识点 3: 勾股定理的应用(★★)

【知识提炼】(1) 已知直角三角形的两条边的长, 可求其第三边之长.

(2) 利用勾股定理的变式进行计算.

① $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ ② $a^2 = c^2 - b^2$ ③ $b^2 = c^2 - a^2$ ④ $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ ⑤ $b = \sqrt{c^2 - a^2}$

警示: 勾股定理是以直角三角形存在(或易构造)为基础的, 表示直角三角形边长的 a, b, c 并非一成不变的, c 并不一定就是斜边的长.

【实例解读】如图 1-1-7 所示,已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=10$, $BC=21$, $AC=17$. 求 BC 边上的高 AD .

答案: 设 BD 的长为 x , 则 CD 的长为 $21-x$.

由题意, 得 $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 根据勾股定理

$$AD^2 = AB^2 - BD^2 = 10^2 - x^2.$$

同理可证 $AD^2 = AC^2 - CD^2 = 17^2 - (21-x)^2$.

所以 $10^2 - x^2 = 17^2 - (21-x)^2$, 所以 $x=6$.

所以 $AD^2 = 10^2 - 6^2 = 64$, 所以 $AD=8$.

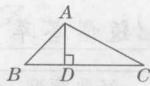


图 1-1-7

点拨: 有时某些线段不能直接解出来, 可以用数学转化思想, 构造直角三角形, 再求出答案, 也可以用勾股定理建立方程去求.

【活学活用】

5. 如图 1-1-8 所示, 强台风“麦莎”过后, 一棵大树在离地面 3.6 米处折断倒下, 倒下部分与地面的接触点 A 离树的底部 B 4.8 米. 则该树的原高度为 ()

A. 6 米

B. 8.4 米

C. 6.8 米

D. 9.6 米

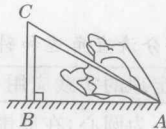


图 1-1-8

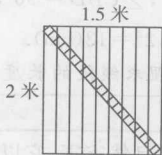


图 1-1-9

6. 某农舍的大门是一个木制的矩形栅栏, 它的高为 2 米, 宽为 1.5 米, 如图 1-1-9, 现在需要在相对的顶点间用一块木板加固, 则木板的长为 _____.

易错点透析

易错点展示: 在直角三角形 $\triangle ABC$ 中, $AC=9$, $BC=12$, 则 $AB^2=225$.

易错点破解: 审题粗心, 不能准确区分直角边和斜边, 出现这种情况的原因是由思维定势造成的. 总认为在直角三角形中, $\angle C=90^\circ$. 本题易错点在于把 $\angle C$ 看做是直角, AB 看做斜边, 忽略了定理的真正含义. 其实定理的描述很明确: “如果用 a 、 b 和 c 分别表示直角三角形的两直角边和斜边”, 意味着这种情况仅仅是一种假设, 具体问题还要依据实际情况而定.

【例】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC=7$, $AB=24$, 若第三边的边长为整数, 那么你能求出第三边 AC 的长吗?

错解: 如图 1-1-10 所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC=7$, $AB=24$, 根据勾股定理, 得 $AB^2 = BC^2 + AC^2$, 所以 $AC^2 = AB^2 - BC^2 = 24^2 - 7^2 =$

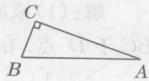


图 1-1-10

527. 而 527 没法写成一个整数的平方, 所以符合题目要求的 AC 不存在.

错解分析: 本题出错的主要原因是没有认真审题, 凭经验就认为 $\angle C$ 是直角, AB 为斜边. 实际上, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 没有告诉哪个角为直角, 故需要讨论. 因为 $AB > BC$, 所以只有 AB 或 AC 可能是斜边, 当 $AC > AB$ 时, AC 为斜边; 当 $AC < AB$ 时, AB 为斜边.

正确解法:根据题意,当 $AB > AC$ 时,解法同错解,所求 AC 不存在;当 $AC > AB$ 时,如图 1-1-11 所示,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, 根据勾股定理,得 $AC^2 = BC^2 + AB^2$, 所以 $AC^2 = 7^2 + 24^2 = 25^2$. 所以 $AC = 25$. 综上所述 AC 的长为 25.

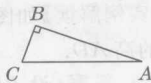


图 1-1-11

题型荟萃

经典题型一

勾股定理的综合运用

【例 1】一个零件的形状如图 1-1-12 所示,已知 $\angle A = 90^\circ$, $\angle CBD = 90^\circ$, $AC = 3 \text{ cm}$, $AB = 4 \text{ cm}$, $BD = 12 \text{ cm}$, 求 CD 的长.

分析:在直角三角形 ABC 中,由勾股定理得出 BC , 再在直角三角形 CBD 中,由勾股定理求得 CD .

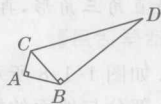


图 1-1-12

解: \because 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, \therefore 由勾股定理得 $BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{cm})$.

\because 在 $\text{Rt}\triangle CBD$ 中, $\angle CBD = 90^\circ$, \therefore 由勾股定理得 $CD = \sqrt{BC^2 + BD^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13(\text{cm})$.

点拨:利用勾股定理求线段的长度,一定要分清直角边和斜边.

经典题型二

勾股定理的实践应用

【例 2】台风是一种自然灾害,它以台风中心为圆心,在周围数十千米范围内形成气旋风暴,有极强的破坏力,据气象观测,距沿海某城市 A 的正南方向 240 千米 B 处有一台风中心,其中心风力为 12 级,每远离台风中心 25 千米,风力就会减弱一级,该台风中心现正以 20 千米/时的速度沿北偏东 30° 方向往 C 移动,如图 1-1-13 所示,且台风中心的风力不变,若城市所受风力到达或超过 4 级,则称受台风影响,

- (1)该城市是否受到台风影响? 请说明理由.
- (2)若会受到台风影响,那么台风影响该城市的持续时间有多长?
- (3)若会受到台风影响,该城市受到台风影响的最大风力为几级?

分析:(1)该城市是否受到台风影响,实质即比较该城市到台风经过的路线的最短距离与受台风影响的距离的大小;(2)要求受台风的影响时间,可设法求出受台风影响的距离;(3)受台风影响的最大风力取决于该城市到台风经过的路线的最短距离.

解:(1)该城市受到台风的影响,如图 1-1-13,过点 A 作 $AD \perp BC$ 于 D 点. 在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中, $\because \angle ABD = 30^\circ$, $AB = 240$ 千米, $\therefore AD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 240 = 120(\text{千米})$,

受到台风影响的最大距离为: $25 \times (12 - 4) = 200(\text{千米})$.

$\because 120 < 200$, \therefore 该城市受到台风的影响.

(2)设台风中心移至点 E 处时,该城市开始受到台风的影响,台风中心移至 F 处时,该城市脱离台风影响,则 $AE = AF = 200 \text{ km}$.

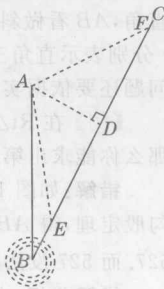


图 1-1-13

由勾股定理得 $DE^2 = AE^2 - AD^2 = 200^2 - 120^2 = 160^2$, $\therefore DE = 160$ 千米.
同理, $DF = 160$ 千米.

\therefore 该城市受台风影响的时间为 $\frac{160 \times 2}{20} = 16$ (时).

(3) 当台风中心位于 D 处时, 对城市 A 的影响最大.

$\therefore AD = 120$ 千米, 故台风从 D 到 A , 其风力将减弱 $120 \div 25 = 4.8$ (级).

$\therefore 12 - 4.8 = 7.2$ (级), \therefore 该城市受到台风影响的最大风力为 7.2 级.

点拨: 解决此题的关键是构造直角三角形, 利用直角三角形的有关性质以及勾股定理求解.

新课标新中考

(一) 中考考点击

会利用勾股定理进行综合问题的解答以及实际问题的应用, 随着学习的深入, 勾股定理与其他知识综合考查将更加突出, 且是每年中考的热点. 主要题型为选择题、填空题、解答题, 难度不大.

(二) 中考真题全解

【例】(2007·德州) 如图 1-1-14, 四边形 $ABCD$ 为矩形纸片. 把纸片 $ABCD$ 折叠, 使点 B 恰好落在 CD 边的中点 E 处, 折痕为 AF . 若 $CD = 6$, 则 AF 等于()

A. $4\sqrt{3}$

B. $3\sqrt{3}$

C. $4\sqrt{2}$

D. 8

分析: 由折叠性质知 $\triangle ABF \cong \triangle AEF$, $\therefore AB = AE = 6$.

在 $\text{Rt}\triangle AED$ 中, $AE = 6$, $DE = 3$, $\therefore AD = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$.

设 $BF = x = EF$, 则 $CF = 3\sqrt{3} - x$.

在 $\text{Rt}\triangle EFC$ 中, 由勾股定理, 得

$$EF^2 = CF^2 + EC^2, \text{ 即 } x^2 = (3\sqrt{3} - x)^2 + 3^2.$$

解得 $x = 2\sqrt{3}$.

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中,

$$AF = \sqrt{AB^2 + BF^2} = \sqrt{36 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}.$$

答案: A

评注: 折叠问题中要找全等的三角形.

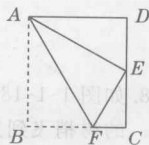


图 1-1-14

强化训练题

- 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 斜边 $BA = 1$, 则 $AB^2 + BC^2 + AC^2$ 的值是()
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
- 如图 1-1-15, 阴影部分是一个正方形, 则此正方形的面积是()
A. 8 B. 64 C. 16 D. 32
- 如图 1-1-16 中, 两个正方形面积分别为: $S_A = 9 \text{ cm}^2$, $S_B = 25 \text{ cm}^2$, 则直角三角形的面积为()



- A. 6 cm^2 B. 12 cm^2 C. 24 cm^2 D. 3 cm^2

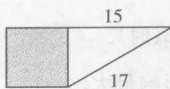


图 1-1-15

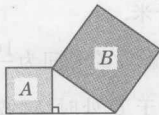


图 1-1-16

4. 直角三角形中,斜边长为 5 cm ,周长为 12 cm ,则它的面积为()
 A. 12 cm^2 B. 6 cm^2 C. 8 cm^2 D. 9 cm^2
5. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对的边分别是 $a, b, c, \angle C = 90^\circ$.
 ①若 $a = 3 \text{ cm}, b = 4 \text{ cm}$,则 $c =$ _____;
 ②若 $a = 8 \text{ cm}, c = 17 \text{ cm}$,则 $b =$ _____;
 ③若 $b = 24 \text{ cm}, c = 25 \text{ cm}$,则 $a =$ _____;
 ④若 $a : b = 3 : 4, c = 10 \text{ cm}$,则 $a =$ _____, $b =$ _____.
6. 已知直角三角形两直角边的长分别为 5 和 12 ,则斜边长为 _____,斜边上的高为 _____.
7. 如图 1-1-17,直线 l 过正方形 $ABCD$ 的顶点 B ,点 A, C 到直线 l 的距离分别是 1 和 2 ,则正方形的边长是 _____.

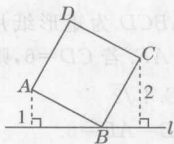


图 1-1-17

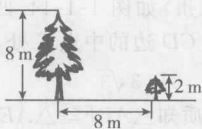


图 1-1-18

8. 如图 1-1-18,有两棵树,一棵高 8 m ,另一棵高 2 m ,两树相距 8 m ,一只鸟从一棵树的树梢飞到另一棵树的树梢,至少飞了 _____ m .
9. 如图 1-1-19, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$,沿过点 B 的一条直线 BE 折叠这个三角形,使 C 点与 AB 边上一点 D 重合,要使 D 恰好为 AB 中点,还应添加什么条件? _____.
10. 如图 1-1-20 中,图(1)是用硬纸板做成的两个全等的直角三角形,两直角边的长分别是 a 和 b ,斜边长为 c .图(2)是以 c 为直角边的等腰直角三角形.请你开动脑筋,将它们拼成一个能说明勾股定理的图形.

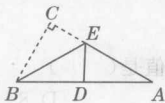


图 1-1-19

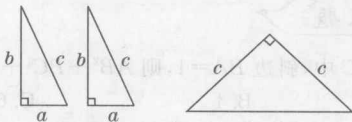


图 1-1-20

11. 如图 1-1-21,某人在 B 处通过平面镜看见在 B 正上方 3 米 处的 A 物体的像 A' ,已知物体 A 到平面镜的距离为 2 米 ,问: B 点到物体 A 的像 A' 的距离是多少?