

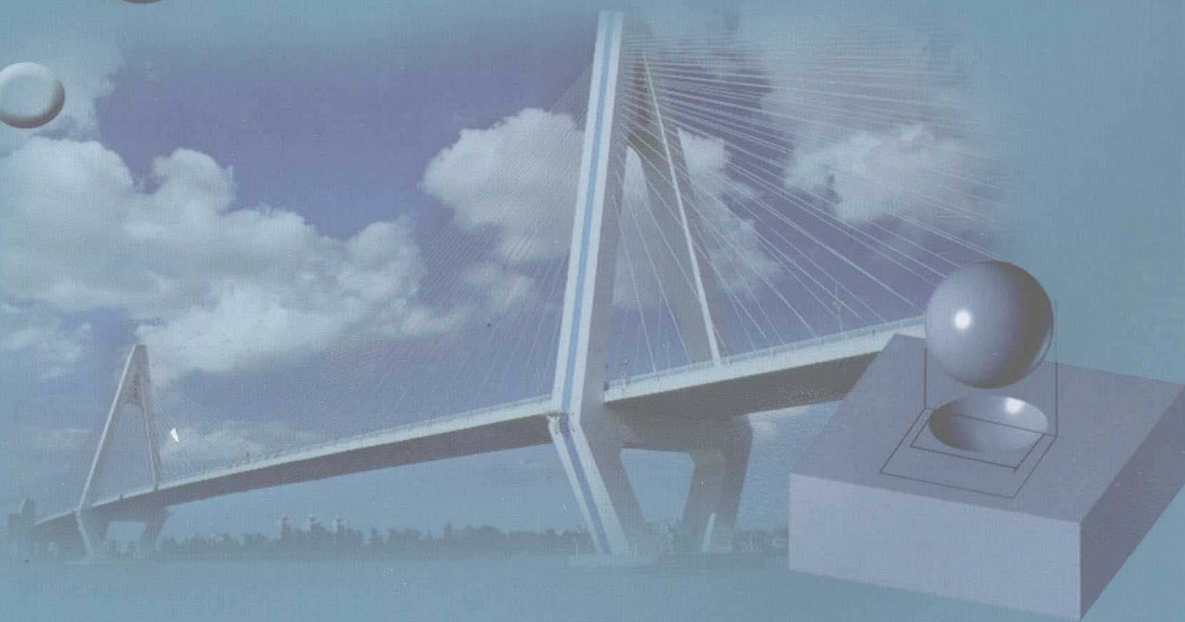
普通高等教育“十一五”精品课程建设教材

# 材料

CAILIAOLIXUE

# 力学

王正中 李平 主编



中国农业大学出版社

普通高等教育“十一五”精品课程建设教材

# 材料力学

王正中 李 平 主编

中国农业大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

材料力学/王正中,李平主编. —北京:中国农业大学出版社,2008.2  
普通高等教育“十一五”精品课程建设教材  
ISBN 978-7-81117-262-1

I. 材… II. ①王…②李… III. 材料力学-高等学校-教材 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 162075 号

**书 名** 材料力学

**作 者** 王正中 李平 主编

**策划编辑** 张秀环 **责任编辑** 李丽君 韩元凤 王艳欣

**封面设计** 郑 川 **责任校对** 陈 莹 王晓凤

**出版发行** 中国农业大学出版社

**社 址** 北京市海淀区圆明园西路 2 号 **邮政编码** 100094

**电 话** 发行部 010-62731190,2620 **读者服务部** 010-62732336

编辑部 010-62732617,2618 **出 版 部** 010-62733440

**网 址** <http://www.cau.edu.cn/caup> **e-mail:** cbsszs @ cau.edu.cn

**经 销** 新华书店

**印 刷** 涿州市星河印刷有限公司

**版 次** 2008 年 2 月第 1 版 2008 年 2 月第 1 次印刷

**规 格** 787×1 092 16 开本 16.25 印张 402 千字

**印 数** 1~3 000

**定 价** 25.00 元

图书如有质量问题本社发行部负责调换

# 前 言

材料力学是研究工程材料力学行为及构件强度、刚度、稳定性计算理论的科学,是工科专业本科教育中重要的技术基础课。本课程的知识及理论既可直接应用于工程,又为后继相关课程奠定了必需的理论基础,因而对学生的工程应用能力及科学创新能力培养具有极其重要的作用。进入 21 世纪,科技发展日新月异,要求人才必须具备宽厚的基础,灵活的知识运用能力及创新素质,为此各高等学校都本着学时要少、内容要新、水平要高、效果要好、授之以渔的总体目标,进行了各类教学内容与课程体系改革的研究。我们结合多年的教学实践经验,吸收目前最新教学成果的精华,通过精炼课程内容、重组课程体系,采取模块式编法、启发式教法,着重培养学生的综合分析能力及创新思维能力,力求使学生具有宽厚坚实的力学基础和独立灵活的分析问题、解决问题的能力及学习能力,此为本教材编写的指导思想。

基于此,本教材编写中从以下几点着手:

1. 整合基本内容与方法,打破原课程体系,重组课程新体系,不采用传统的拉、压、剪、扭、弯的罗列叙述,避免内容与方法的重复和杂乱;而根据工程综合问题的设计思路,按内力 $\rightarrow$ 应力与强度 $\rightarrow$ 变形与刚度的顺序形成新体系;针对农林院校学时少、工科基础弱的具体情况,在基本内容编排上,将同一方法、原理集中讲透教活,减少重复,一方面达到既精简内容及学时,又加强双基教学的目的;另一方面通过对该方法、原理在各类问题中的灵活运用,举一反三,达到培养学生综合分析能力的目的。例如加强应力计算及超静定的问题求解中常用的几何、物理、平衡三位一体法的建立和应用,既突出了工程力学中这一最重要最基本的分析方法,又强化了力学求解能力及思维方法的培养。

2. 将教学内容分为两大模块——基础、专题。其中,“基础篇”是课程基本内容,适应于中小学时教学基本要求;“专题篇”主要包括能量法、动荷载、超静定问题;期望通过这些内容的学习,使学生既牢固地掌握基本理论,又了解工程实践及学科前沿,拓宽知识面,激发学生求知欲和学习兴趣。

3. 在每一章内容编排上,先介绍工程背景及问题提出,次介绍模型简化,再介绍求解问题的基本原理及方法,之后是综合应用,最后是研究结论及讨论。这样既能加强基础,又能强化综合运用能力培养,同时这种撰写方式本身就对学生科研素质的培养有很大教益,特别是结论讨论及推论这种开放式表达方式为学生创新思维留出较大的空间。

4. 力求加强材料力学与相关课程间的联系,在内容取舍及选材上结合土木水利类专业特点,避免课程之间重复与矛盾。例如对超静定问题,只主要介绍清有关重要概念及基本方法,更多内容并入能量法的应用中进行介绍,更复杂详细的问题留给结构力学去介绍。又如内力计算以较小篇幅,主要介绍理论力学中静力平衡方程及截面法的灵活运用,着重介绍有关规律性结论;不必细讲连接实用计算方法,避免与后续钢结构课的重复与矛盾。

5. 力求言简意赅,内容完整,重点突出,宽厚基础,特别注意吸收国内外材料力学及力学结构系列课程教改新成果;针对工科学生以“应用为主”的特点,尽量减少不必要的数理论证(可留给学生),加强分析方法及思路介绍;力求使学生的科学素质及创新能力在潜移默化中得到

提高,着重于学生应用及创新能力培养以及学习能力、学习方法的培养。

本教材适用对象以土木、水利类各专业为主,以农业工程类有关专业为辅,也适用于园林工程、城市规划专业。总学时为 60~80 学时(各专业可根据需要灵活调整)。

参加本教材编写工作的有:闫宁霞、杨胜敏(第 1 章部分),李永、闫宁霞(第 2 章部分),乔箭(第 3 章),李平(第 4,5 章),张本华、史娇(第 6,12 章),任武刚(第 7 章),杨创创、严慕容(第 8 章),朱占元(第 9 章),钟南(第 10 章),李波(第 11 章),王正中(前言及第 1~9 章部分内容),本书由王正中、乔箭统稿,国家工程力学教学基地、西北工业大学教授薛璞、郑锡涛主审。

本书在充分吸收国内外有关教材及教改成果的基础上编写而成,但限于水平,难免有不妥及疏漏之处,欢迎读者批评指正。在本书成稿之际作者特对西北农林科技大学、内蒙古农业大学、新疆农业大学、华南农业大学、四川农业大学、沈阳农业大学有关部门及领导的支持表示衷心感谢!同时对出版社张秀环老师的关心帮助表示衷心感谢!另外大连理工大学蔡坤博士,西北农林科技大学南洪、刘军、牟声远、郭佳陇、郭利霞、朱军祚等同学也为此书付出了辛勤的劳动,在此一并表示感谢!

编 者

2006 年 12 月

# 目 录

<b>1 绪论</b> .....	1
1.1 材料力学的研究对象、任务和方法 .....	1
1.2 基本杆件的简化 .....	2
1.3 变形固体的基本假设 .....	2
1.4 杆件的基本变形 .....	3
1.5 材料力学系统表 .....	5
<b>2 知识准备</b> .....	8
2.1 力学知识 .....	8
2.2 材料的力学性质 .....	10
2.3 截面的几何性质 .....	18
2.4 叠加原理 .....	26
2.5 圣维南原理 .....	26
习题 .....	27
<b>3 杆件的内力分析</b> .....	29
3.1 内力分量 .....	29
3.2 内力方程和内力图 .....	29
3.3 荷载与内力的微分关系 .....	36
3.4 简捷法绘内力图 .....	38
3.5 杆件的组合内力 .....	41
结论与讨论 .....	42
思考题 .....	43
习题 .....	44
<b>4 杆件横截面上的正应力分析</b> .....	50
4.1 轴向拉(压)杆的正应力 .....	50
4.2 梁的弯曲正应力 .....	51
4.3 斜弯曲时的正应力 .....	57
4.4 拉(压)与弯曲组合的正应力 .....	59
4.5 偏心拉伸(压缩)的正应力 .....	60
结论与讨论 .....	64
思考题 .....	65
习题 .....	66
<b>5 杆件横截面上的切应力</b> .....	71
5.1 圆轴扭转时横截面上的切应力 .....	71
5.2 非圆截面扭转杆的切应力 .....	74

5.3 梁横截面上的切应力 .....	76
结论与讨论 .....	83
思考题 .....	83
习题 .....	84
<b>6 变形计算</b> .....	<b>86</b>
6.1 杆件的基本变形 .....	86
6.2 叠加法求变形 .....	97
结论与讨论 .....	103
思考题 .....	103
习题 .....	104
<b>7 压杆稳定</b> .....	<b>109</b>
7.1 稳定性的概念 .....	109
7.2 临界力的确定方法 .....	109
7.3 临界应力总图 .....	112
7.4 提高压杆承载力的途径 .....	114
结论与讨论 .....	116
思考题 .....	117
习题 .....	117
<b>8 应力状态及强度理论</b> .....	<b>120</b>
8.1 一点处的应力状态 .....	120
8.2 平面应力状态的应力分析——解析法 .....	121
8.3 平面应力状态分析——应力圆法 .....	123
8.4 主应力与极值切应力 .....	124
8.5 三向应力状态分析 .....	127
8.6 一般应力状态下的应力-应变关系 .....	130
8.7 一般应力状态下的应变比能 .....	132
8.8 强度理论的概念 .....	133
8.9 4种基本强度理论 .....	135
8.10 莫尔强度理论及双剪强度理论 .....	138
8.11 各种强度理论的适用范围 .....	140
结论与讨论 .....	143
思考题 .....	144
习题 .....	144
<b>9 杆件承载能力设计</b> .....	<b>150</b>
9.1 设计准则 .....	150
9.2 拉压杆的设计 .....	151
9.3 梁的设计 .....	158
9.4 轴的设计 .....	167
结论与讨论 .....	174

思考题 .....	177
习题 .....	178
<b>10 能量法</b> .....	184
10.1 概述 .....	184
10.2 弹性体应变能的计算 .....	184
10.3 虚力原理 .....	189
10.4 卡氏定理 .....	190
10.5 莫尔定理 .....	194
思考题 .....	196
习题 .....	197
<b>11 动荷问题</b> .....	199
11.1 概述 .....	199
11.2 匀加速运动构件的应力和变形 .....	199
11.3 冲击应力和变形 .....	203
11.4 交变应力下材料的疲劳破坏—疲劳极限 .....	208
习题 .....	211
<b>12 简单超静定问题的解法</b> .....	214
12.1 超静定的基本概念 .....	214
12.2 拉伸(压缩)超静定问题 .....	216
12.3 扭转超静定问题 .....	222
12.4 弯曲超静定问题 .....	223
12.5 用力法解超静定问题 .....	226
习题 .....	229
习题答案 .....	231
参考文献 .....	239
附录 I 型钢规格表 .....	240
附录 II 梁在简单荷载作用下的挠度、转角 .....	249



# 1 绪 论

## 1.1 材料力学的研究对象、任务和方法

### 1.1.1 研究对象

各种机械、设备和建筑物都是由许多构件或零件通过一定的连接方式组装而成的。建筑物工作时要受到各种外力的作用,加工零件时机床的主轴受到齿轮啮合力和切削力的作用。建筑物的梁和柱要承担相关物体传递给它们的各种外力,主动作用的外力称为荷载,被动平衡荷载的外力称为支座反力。机械和建筑物的单个组成部分称为构件,承受荷载的骨架部分称为结构。

构件按其几何特征分为杆、板、壳、体等。

杆又称为杆件,其特征是一个方向的尺度远大于另外两个方向的。

板的特征是一个方向的尺度远小于另外两个方向的尺度,且各处的曲率都为零。

壳指一个方向的尺度远小于其他两个方向的尺度,且至少有一个方向的曲率不为零的结构。

体的特征是在3个方向上具有相同量级的尺度,这种弹性体称为体。

材料力学以杆件为研究对象。杆件有两个基本的几何要素——横截面和轴线,前者是指杆沿垂直于其长度方向的截面,后者则是所有横截面形心的连线。根据轴线形状杆分为直杆和曲杆,不论直杆还是曲杆,它们的横截面和轴线都是相互垂直的,如图1-1所示。材料力学研究的

多数是等截面直杆。等截面直杆的计算原理也可近似地用于曲率很小的曲杆和横截面变化不大的变截面杆。

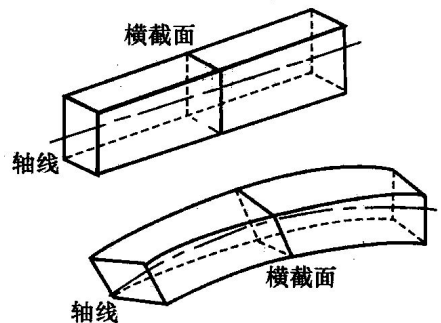


图 1-1

### 1.1.2 研究内容及任务

材料力学是研究杆件的力学行为及其安全工作设计理论的科学。

为保证这些结构物能正常安全地工作,必须对每一个构件进行设计,确定合理的截面形状及尺寸,以保证他们具有足够的承载能力。

#### (1) 强度

强度是指材料或构件抵抗破坏的能力。

#### (2) 刚度

刚度是指构件抵抗变形的能力。如楼房的梁变形过大,人在室内产生不安全感,水闸的闸墩变形过大,会卡住闸门。因此工程中根据不同的用途,对构件的变形给予一定的限制,即构件要满足刚度要求。

### (3) 稳定性

除强度和刚度外,对于一些承受压力作用的构件,还会遇到如下的问题。如一个细长的杆件,当压力不太大时,杆件轴线可以保持原来直线形状;当压力增加到一定限度时,杆件轴线就不能继续保持直线形状,而突然从原来的直线形状变成弯曲形状。这种现象称为丧失稳定或称失稳。构件失稳后将丧失继续承受原设计荷载的能力,因此,细长的受压构件必须满足稳定性要求。

设计时,构件不仅要满足上述强度、刚度和稳定性的要求,更要选择合适的材料、形状和尺寸,以最小的材料用量,达到既安全可靠又经济合理的目的。前者要求多用材料,后者要求少用材料,材料力学的任务就在合理地解决安全与经济的矛盾。

因此杆件强度、刚度及稳定性的计算方法就是材料力学的主要研究内容。

### 1.1.3 研究方法

为了确保杆件的安全和经济,就必须从理论上明确强度、刚度、稳定性计算的各种理论,同时还必须通过实验确定各种材料的力学性能及指标,并进一步检验各种理论的正确性。因而实验研究与理论分析同等重要。材料力学正是从理论和试验两方面,研究构件的内力、应力和变形,在此基础上进行强度、刚度和稳定性计算,以便合理地选择构件的尺寸和材料,使设计的构件能很好地发挥其潜力,以减少材料的消耗,达到既安全又经济。

## 1.2 基本杆件的简化

如前所述,为研究方便,以后用杆件的轴线代替杆件,为了使杆件保持静力平衡,必须给杆件提供支座约束;对平面受力体系支座约束有3种典型情况:

固定端:对梁端有3个约束,相应应有3个支反力,如图1-2(a)所示。

固定铰支座:对梁端有2个约束,相应应有2个支反力,如图1-2(b)所示。

可动铰支座:对梁端有1个约束,相应应有1个支反力,如图1-2(c)所示。

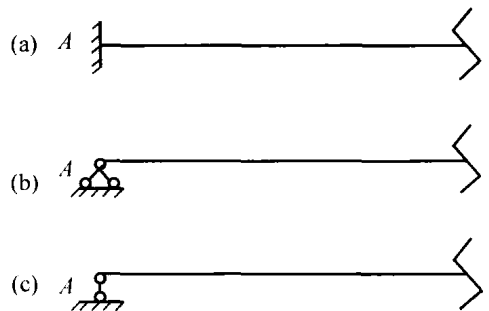


图 1-2

## 1.3 变形固体的基本假设

### 1.3.1 变形固体的概念

自然界中的任何固体在外力作用下,都要或大或小地产生变形,也就是它的形状和尺寸总会有些改变。相对于不变形的刚体而言,自然界中的一切固体均属于变形固体。

变形固体在外力作用的变形,就其变形性质可分为弹性变形和塑性变形。弹性是指变形固体当外力去掉后能恢复其原有形状和尺寸的性质。例如,一个弹簧在拉力的作用下要伸长,去掉外力后它仍能恢复原状,这表明弹簧具有弹性。弹性变形是指变形体上的外力去掉后可恢复的变形。如果去掉外力后,变形不能全部恢复的残余部分就是塑性变形,也叫残余变形。

去掉外力后能完全恢复原状的物体称为理想弹性体。实际上,自然界中并不存在理想弹性体,由实验得知,常用的工程材料如金属,木材等当外力不超过某—限度时(称弹性阶段),很接近于理想弹性体,可将它们看成是理想弹性体。材料力学所讨论的问题,将限于材料的弹性阶段,即把研究对象——构件看成理想的弹性体。

### 1.3.2 变形固体的基本假设

自然界中物体的性质是多种多样十分复杂,通常忽略对所研究问题影响不大的一些次要因素,只保留物体的主要性质,运用这种简化了的力学模型计算所得结果的精度,绝大多数情况下在工程计算的允许范围之内。在材料力学研究中,对变形固体的性质所作的基本假设有:

#### (1) 连续性假设

认为物体在其全部体积内毫无空隙的充满物质。从微观结构上看,物体内部的粒子当然不是处处连续分布的。从统计学角度看,只要物体几何尺寸足够大,物体的全部体积内材料是连续分布的。根据这一假定,物体内的应力、应变等物理量就可表示为坐标的连续函数,便于建立数学模型。在正常情况下,变形后的固体既不引起空隙,也不产生挤入现象,变形固体的变形必须满足这种几何相容条件。

#### (2) 均匀性假设

认为物体任一点处的结构及性质是相同的,同一物体中的各部分材料的性质不随位置而改变。根据这一假定,可从物体任一点取出的体积单元研究整个物体的力学性能。

#### (3) 各向同性假设

认为物体任一点的材料在各个方向上的力学性能是相同的。实际上,金属材料沿任意方向的力学性能是有差异的,但差异不大,通常认为是各向同性材料。根据这一假定,可以用一个参数描述各点在各个方向上的某种力学性能。也有一些材料如木材的力学性能随应力方向与木纹方向间倾角不同而有很大的差异,称为各向异性材料。材料力学课程研究的材料绝大部分为各向同性材料,关于各向异性材料将在后面有关章节中稍加说明。

#### (4) 小变形假设

认为物体在外力作用下产生的变形与物体本身的几何尺寸相比通常很小,可忽略不计。根据这一假定,当考察物体的平衡和内部受力时,可按构件的原始形状和尺寸进行计算,即直接应用刚体静力学的分析方法。关于大变形问题的详细讨论,则超出了本书所涉及的范围。

总之,在材料力学中,总是把构件视为连续、均匀、各向同性的可变形固体,而且将其限于弹性范围内的小变形。

## 1.4 杆件的基本变形

### 1.4.1 变形的概念

变形固体在外力的作用下形状和尺寸的改变,称为变形。物体发生变形后,物体上各点发生的空间移动和转动称为位移。变形是对整个变形固体而言的,位移是对某点而言的。有变形不一定点点有位移;有位移也不一定有变形。这是由于杆件横截面的位移不仅与变形有关,而且还与杆件所受的约束有关。

### 1.4.2 杆件的基本变形

工程实际中的杆件可能受到各式各样的外力作用,故杆件的变形也可能各种各样的。根据外力和杆轴线的关系,可将杆件变形分为以下4种基本变形。

#### (1) 轴向拉伸或轴向压缩

在沿轴线一对大小相等方向相反的外力  $P$  作用下,直杆的主变形表现为长度的改变。这种变形形式称为轴向拉伸(图 1-3a)或轴向压缩(图 1-3b)。

#### (2) 剪切

在一对相距很近大小相同、方向相反且垂直于杆轴线的横向外力  $P$  作用下,直杆的主要变形是横截面沿外力作用方向发生错动(图 1-4),这种变形形式称为剪切。

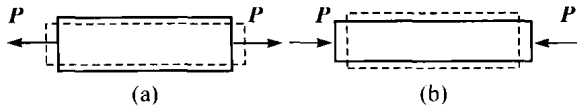


图 1-3 轴向拉伸、压缩

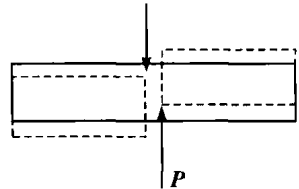


图 1-4 剪切变形

#### (3) 扭转

在一对转向相反、作用面垂直于直杆轴线的外力偶作用下,直杆的相邻横截面将绕轴线发生相对转动,而轴线仍维持直线,这种变形形式称为扭转。机械中传动轴的主要变形就是扭转(图 1-5)。

#### (4) 弯曲

在一对转向相反、作用面在杆件的纵向平面(即包含杆轴线在内的平面)内的外力偶作用下,直杆的相邻横截面将绕垂直于纵向平面的轴发生相对转动,变形后的杆轴线将弯成曲线,这种变形称为纯弯曲(图 1-6)。梁在横向力作用下的变形将是纯弯曲与剪切的组合,通常称为横力弯曲。

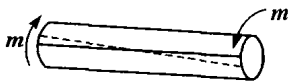


图 1-5 扭转变形图

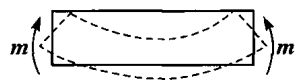


图 1-6 弯曲变形

工程中的构件在荷载作用下的变形纯属一种基本变形的构件较为少见,大多为上述几种基本变形的组合。由两种或两种以上的基本变形组合而成的变形称为组合变形。例如,由弯曲和扭转组合而成的变形称为弯扭组合变形,如图 1-7 所示传动轴  $AB$  的变形就是扭转与横力弯曲的组合。但若以某一种基本变形为主,其他属于次要变形的,则可按这一种基本变形计算。若几种变形都非次要变形,则属于组合变形问题。

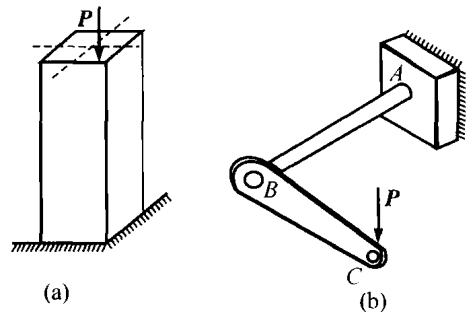
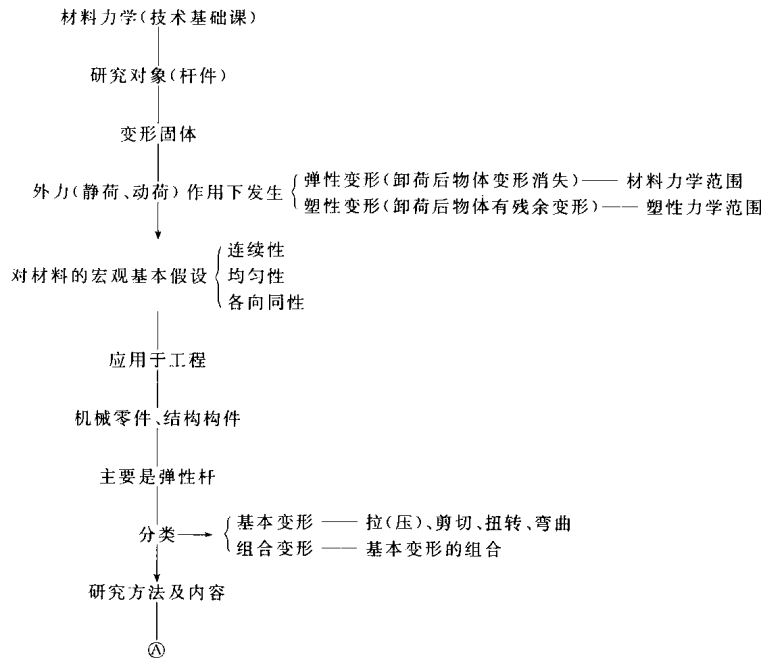
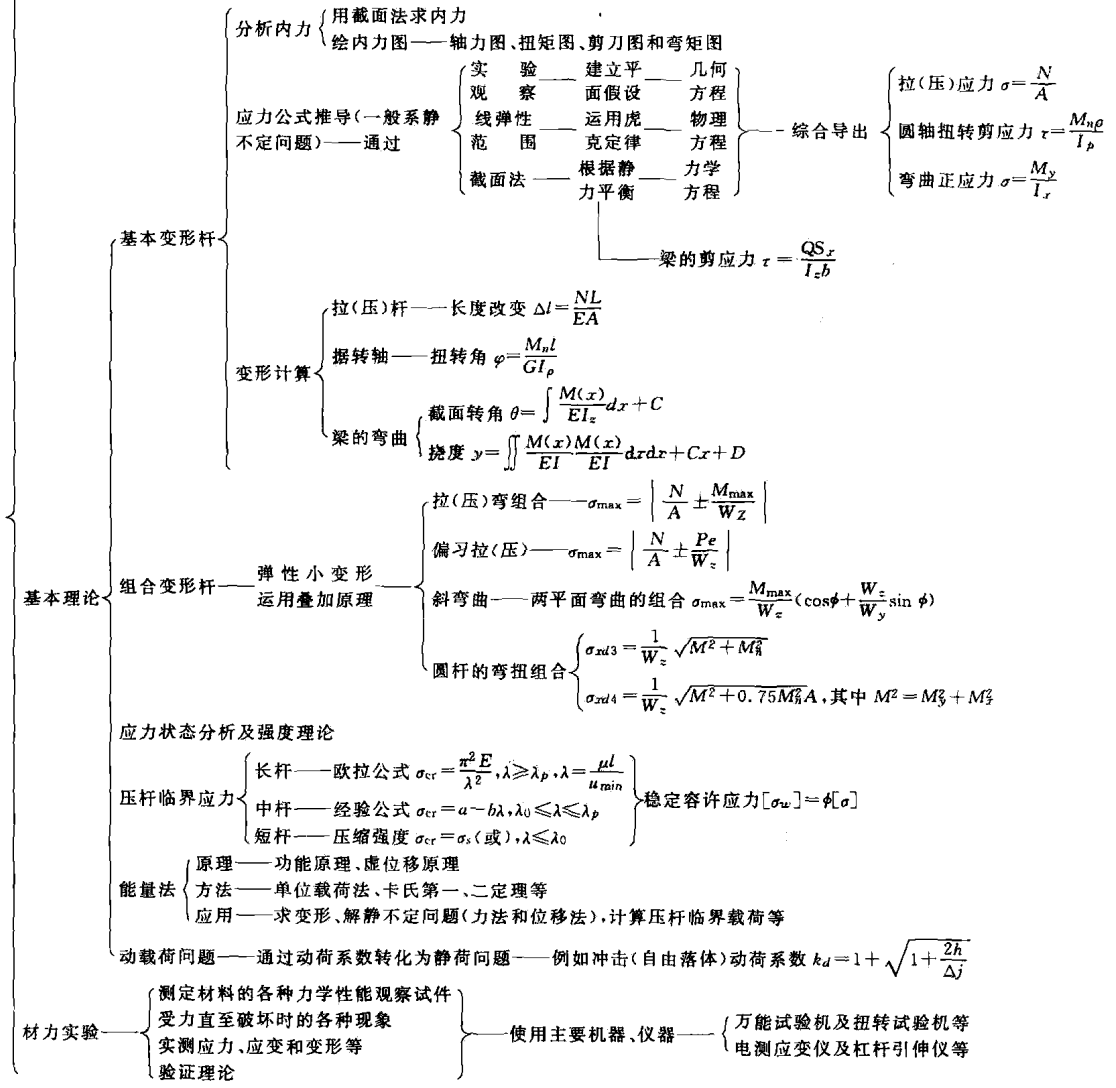


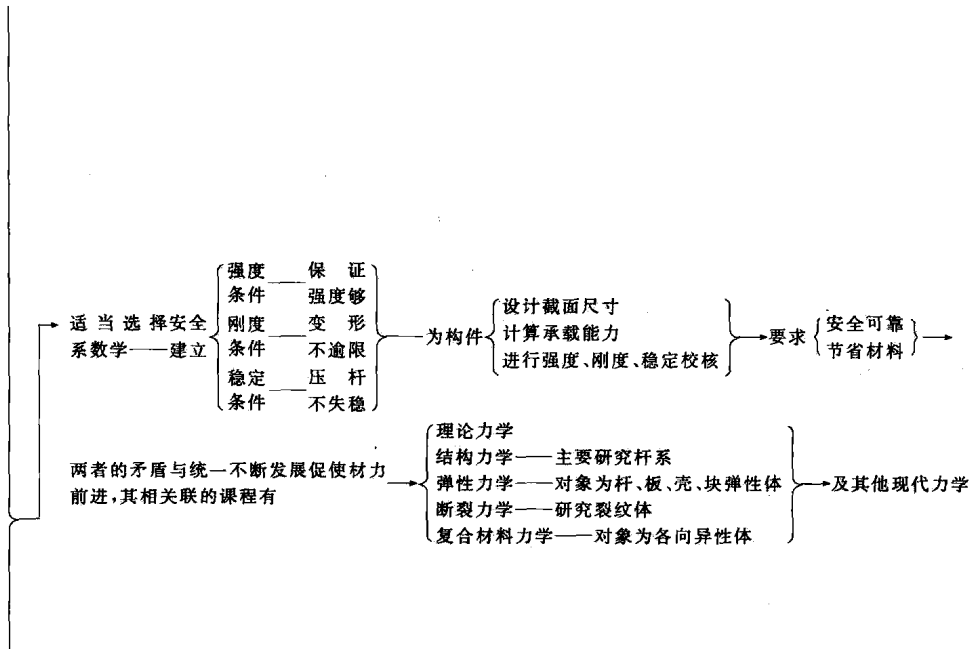
图 1-7 组合变形

## 1.5 材料力学系统表



基本原理及方法：①基本假设；②截面法；③三位一体法（几何、物理、静力）④虚功定理；⑤叠加原理；⑥圣维南原理；⑦应力分析——主应力大小方向；⑧强度理论——四个强度理论





## 2 知识准备

### 2.1 力学知识

#### 2.1.1 力的分类

按其分布方式,力可分为集中力、分布力及力偶矩;按其存在方式,力可分为外力和内力,外力包括荷载、自重与反力等,内力则是由于外力的作用而在杆件内部产生的附加力,外力撤除内力必然消失。就内力而言,按其作用所产生的变形形式可分为产生轴向拉压的轴力、产生弯曲变形的弯矩、产生扭转变形的扭矩及剪切变形的剪力。

#### 2.1.2 力平衡方程

根据理论力学,对于确定的研究对象,由静力平衡方程可得:

$$\begin{aligned} \text{空间静力平衡方程: } \sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_z = 0 \\ \sum M_x = 0, \sum M_y = 0, \sum M_z = 0 \end{aligned}$$

$$\text{平面静力平衡方程: } \sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum M_z = 0$$

#### 2.1.3 内力、应力及应变

##### (1) 内力

当物体受到外力作用,物体内部必然产生力的反应。物体被横截面分开的相邻部分之间的作用力称为该横截面的内力。由于假设物体是均匀连续的,因此物体内部相邻部分之间相互作用的内力实际上是一个连续分布的内力系,也就是说,内力是指由外力作用所引起的物体内部相邻部分之间相互作用分布力系的合力。

##### (2) 应力

截面内力是内力集度的总和,并不实际存在,而内力集度才是真实存在的。若在截面上围绕点  $M$  取一小面积  $\Delta A$ (图 2-1),因内力是连续地作用在整个截面上的,设在此小面积上作用的分布内力的合力为  $\Delta F$ ,我们把  $\frac{\Delta F}{\Delta A}$  称为在小面积  $\Delta A$  上的平均应力,并用  $p_m$  表示:

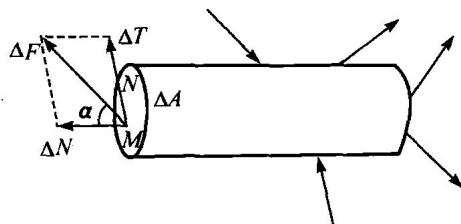


图 2-1

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (2-1)$$

这样,应力就表示内力的集度。在实际应用中也常把应力当作作用在单位面积上的内力,应力的量纲是  $\frac{[\text{力}]}{[\text{长度}]^2}$ ,在国际单位制中常用的单位是牛/米<sup>2</sup>(N/m<sup>2</sup>),也称为帕斯卡,符号为 Pa,中文符号是帕。为消除所取面积  $\Delta A$  大小的影响,可令  $\Delta A$  逐渐向点  $M$  缩小,取极限则得



点  $M$  的实际应力为

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (2-2)$$

对上式中的微面积  $dA$ , 应从数学角度上去理解, 它是一个无穷小。若将应力  $p$  分解为垂直于截面的应力  $\sigma$  和平行于截面的应力  $\tau$ , 则可得:

$$\sigma = p \cos \alpha \quad \tau = p \sin \alpha \quad (2-3)$$

我们称  $p$  为截面上点  $M$  的总应力,  $\sigma$  为点  $M$  的正应力,  $\tau$  为点  $M$  的切应力。显然, 它们之间有如下关系:

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} \quad (2-4)$$

应力是对点而言的, 杆件内各点应力的总合称为应力场。应力场是对杆件内力反应的全信息描述。这里仅把应力概念引入, 进一步的研究参见第 9 章。

### (3) 应变

设想在物体内一点  $A$  处取出一微小的立方体, 它在  $xy$  平面内的边长为  $\Delta x$  和  $\Delta y$ , 如图 2-2 所示。物体受力后,  $A$  点位移至  $A'$  点, 如边长  $\Delta x$  和  $\Delta y$  变为  $\Delta x'$  和  $\Delta y'$ , 直角变为锐角(或钝角)。从而引出下面两种表示该立方体变形的量: 线应变和切应变。

线应变: 线段长度的改变称为线变形, 见图 2-2 中的  $\Delta x - \Delta x'$ ,  $\Delta y - \Delta y'$ 。但是, 线段长度的改变显然随线段原长的不同而变化。为避免线段原长的影响, 现引入线应变(即相对变形)的概念。设线应变用  $\epsilon$  表示, 线应变定义为

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x' - \Delta x}{\Delta x} \quad \epsilon_y = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta y' - \Delta y}{\Delta y} \quad (2-5)$$

式中:  $\epsilon_x$  和  $\epsilon_y$  表示无限小立方体在  $x$  和  $y$  方向的线应变, 也就是  $A$  点处  $x$  和  $y$  的线应变。显然, 线应变是一个无量纲量。

切应变: 通过一点处的互相垂直的两线段之间所夹直角的改变量称为切应变, 用  $\gamma$  表示。例如在图 2-2 中, 当  $\Delta x \rightarrow 0$  和  $\Delta y \rightarrow 0$  时直角的改变量为

$$\gamma = \alpha + \beta \quad (2-6)$$

这就是  $A$  点处的切应变。切应变通常用弧度表示, 也是无量纲量。

线应变  $\epsilon$  和切应变  $\gamma$  是描述物体内一点处变形的两个基本量, 它们分别和正应力与切应力有关, 以后将作详细介绍。

## 2.1.4 截面法

由于内力是物体内相邻部分之间的相互作用力, 为了求得截面内力, 用一垂直于杆轴线(横截面形心的连线)的平面截取截面的任意一侧为研究对象。因为杆原是一个整体, 截开后

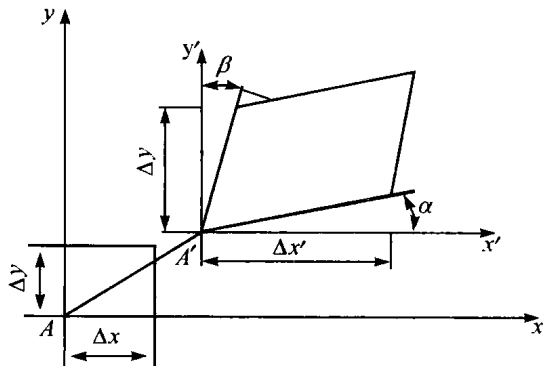


图 2-2