

依据最新考纲编写
最新教辅



高考命题专家审定

“实施研究性学习”专题研究科研成果

衡水名师新作

2009高考总复习

衡水高级中学·高三年级组

数学
[理科]



现代教育出版社



“实施研究性学习”专题研究科研成果

衡水名师新作

2009高考总复习

主 编：温群英

副主编：王记林 吴方武 嘎勇严沛

编 委：曾 桥 程卫月 张景山

杨占良 刘中贵 张玉彬

张政委

数 学

[理科]



现代教育出版社

河北衡水

【图书在版编目(CIP)数据】

衡水名师新作高考总复习. 数学/温群英主编. —北京:
现代教育出版社, 2008. 4

ISBN 978-7-80196-725-1

I. 衡... II. 温... III. 数学课—高中—升学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 046482 号

衡水名师新作

2009 高考总复习

高考命题专家审定



书 名: 衡水名师新作

责任编辑: 姜俊杰

出版发行: 现代教育出版社

社 址: 北京市朝阳区安华里 504 号 E 座

邮政编码: 100011

印 刷: 新苑印刷厂印刷

开 本: 880×1230 1/16

印 张: 22

字 数: 550 千字

版 次: 2008 年 4 月第一版

印 次: 2008 年 4 月第一次印刷

书 号: ISBN 978-7-80196-725-1

定 价: 48.00 元

本书如有破损、缺页、装订错误,请与印刷厂联系调换

版权所有★翻印必究

Hengshui
Mingshixinzuo
2009 Gaokao zongfuxi



第一章 集合与简易逻辑

第一节 集合的概念与运算	2
第二节 简易逻辑	6
单元质量评估	11

第二章 函数

第一节 函数的概念及表示法	14
第二节 函数的定义域和值域	19
第三节 函数的单调性	24
第四节 函数的奇偶性与周期性	29
第五节 反函数	34
第六节 二次函数	38
第七节 指数与对数 指数函数与对数函数	43
第八节 函数的图象	49
第九节 函数的综合应用	55
单元质量评估	60

第三章 数列

第一节 数列的概念	65
第二节 等差数列	71
第三节 等比数列	75
第四节 等差、等比数列的性质及应用	79
第五节 数列的求和	84
单元质量评估	89

第四章 三角函数

第一节 三角函数的基本概念	92
第二节 同角三角函数基本关系式及诱导公式	96
第三节 两角和与差的正弦、余弦和正切	100
第四节 三角函数的图象	104
第五节 三角函数的性质	110
第六节 三角函数的最值与综合运用	115
单元质量评估	119

第五章 平面向量

第一节 向量的概念及运算	123
第二节 平面向量的坐标运算	127
第三节 平面向量的数量积	130
第四节 线段的定比分点及平移	134
第五节 解斜三角形	137
单元质量评估	141

第六章 不等式

第一节 不等式的概念与性质	144
第二节 算术平均数与几何平均数	147
第三节 不等式的证明	151
第四节 不等式的解法	155
第五节 含绝对值的不等式	159
单元质量评估	163

第七章 直线和圆的方程

第一节 直线的方程	166
-----------	-----

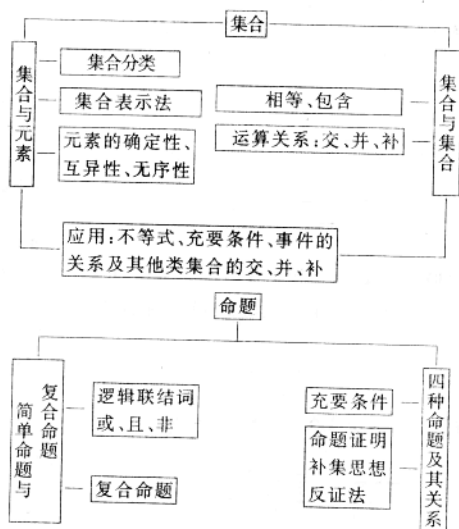
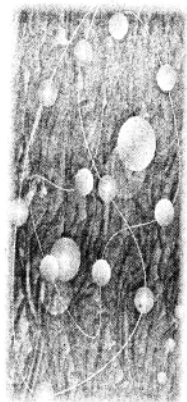
第二节 简单的线性规划	170
第三节 圆的方程、直线与圆的位置关系	174
单元质量评估	178
第八章 圆锥曲线方程	
第一节 椭圆及其几何性质	182
第二节 双曲线及其几何性质	188
第三节 抛物线及其几何性质	193
第四节 圆锥曲线的综合问题	198
单元质量评估	204
第九章 直线 平面 简单几何体	
第一节 平面与空间直线	207
第二节 平行问题	212
第三节 垂直问题	217
第四节 空间角	222
第五节 距离	226
第六节 空间向量及其应用(B)	232
第七节 棱柱与棱锥	238
第八节 多面体与球	244
单元质量评估	247
第十章 排列、组合和二项式定理	
第一节 分类计数原理与分步计数原理	252
第二节 排列组合的基本问题	256
第三节 排列组合的综合应用	260
第四节 二项式定理及其应用	264
单元质量评估	267
第十一章 概率	
第一节 随机事件与互斥事件的概率	270
第二节 相互独立事件同时发生的概率	274
单元质量评估	279
第十二章 概率与统计	
第一节 离散型随机变量的分布列	282
第二节 离散型随机变量的期望和方差	287
第三节 统计	291
单元质量评估	296
第十三章 极限	
第一节 数学归纳法	300
第二节 数列极限	305
第三节 函数的极限与连续性	309
单元质量评估	312
第十四章 导数	
单元质量评估	321
第十五章 复数	
单元质量评估	327
参考答案	329



第一章

集合与简易逻辑

知识网络



备考指南

本章内容在高考中以考查空集与全集的概念;元素与集合、集合与集合之间的关系,集合的交、并、补运算为重点,以上内容又以集合的运算为重点考查内容.逻辑联结词与充要条件这部分,以充要条件为重点考查内容.

本章内容概念性强,考题大都为难度不大的选择题,因此复习中应注意:

1. 复习集合,可以从两个方面入手,一方面是集合的概念之间的区别与联系,另一方面是对集合知识的应用.
2. 主要是把握集合与元素、集合与集合之间的关系,弄清有关的术语和符号,特别是对集合中的元素的属性要分清楚,如集合 $\{y|y=1-x^2, x \in \mathbb{R}\}$ 与集合 $\{y|y=\sqrt{1-x^2}\}$ 的区别.
3. 要注意逻辑联结词“或”“且”“非”与集合中的“并”“交”“补”是相关的,二者相互对照可加深对双方的认识和理解.
4. 复习逻辑知识时,要抓住所学的几个知识点,通过解决一些简单的问题达到理解、掌握逻辑知识的目的.
5. 集合多与函数、方程、不等式有关,集合是数学的基本语言,运用集合语言可以表述函数、方程及不等式问题,复习时要注意知识间的联系.



第一节 集合的概念与运算

考情报告

本节往年高考如何考

经验总结

本节内容在高考中每年必考,考试题型以选择题、填空题为主,多与方程、函数、不等式结合,如2007年全国卷Ⅰ理科第5题、2007年北京卷理科第1题、2007年广东第1题、2007年全国卷Ⅱ文科卷第2题等.

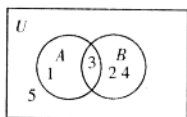
◆ 考题回放

例1 (2007·辽宁,1) 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$ 等于 ()
A. $\{1\}$ B. $\{5\}$
C. $\{2, 4\}$ D. $\{1, 2, 4, 5\}$

[命题思路] 考查集合运算.

[解析] 解法一: $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \complement_U (A \cup B) = \{5\}$.

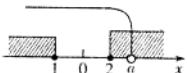
解法二: 由已知画图可知 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{5\}$, 故选 B.



[答案] B

例2 (2007·福建,3) 已知集合 $A = \{x | x < a\}$, $B = \{x | 1 < x < 2\}$, 且 $A \cup (\complement_{\mathbb{R}} B) = \mathbb{R}$, 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $a \leq 1$ B. $a < 1$
C. $a \geq 2$ D. $a > 2$

[命题思路] 本题考查集合基本概念和运算.



[解析] $\complement_{\mathbb{R}} B = (-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$,

又 $A \cup (\complement_{\mathbb{R}} B) = \mathbb{R}$, 数轴上画图可得 $a \geq 2$, 故选 C.

[答案] C

本节2009年如何考

考向预测

预测1: 集合与集合的关系

预测根据: 这一考点一直是高考重点考查的内容, 它体现了重要的数学思想, 还可以考查同学们对基本概念的理解及运用情况.

命题角度预测: 1. 给出具体集合(这些集合一般是以不等式形式给出的), 判断这些集合之间的包含关系. 2. 给出一些抽象集合的包含关系, 判断这些集合的交集、并集、补集间的关系(这些抽象集合有时会用图形给出). 3. 给出的集合里含有字母参数, 由集合间的关系求字母参数的取值范围. 4. 求集合的子集个数问题.

预测2: 集合的运算

预测根据: 这一考点高中中年年都考, 主要考查同学们的运算能力. 考查同学们解不等式及集合的交集、并集、补集的运算能力.

命题角度预测: 1. 用列举法给出集合, 直接进行集合间的交、并、补运算. 2. 用不等式给出集合, 求集合间的交、并、补运算.

预测3: 定义新的集合概念或运算

预测根据: 近几年高考命题突出创新能力的考查, 注重题目的新颖性. 主要考查同学们理解新概念, 运用新概念的思维能力. 这一能力正是高考所要考查的.

命题角度预测: 借助已有的集合知识, 定义新的集合概念或集合运算, 审题时要打破常规, 准确把握符号语言的意义.

如何复习这一节

方法归纳

理解集合中各代表元素的真正意义, 注意利用几何的直观性研究问题. 注意加强运用 Venn 图解题方法的训练, 加强两种集合表示方法的转换和化简训练, 把握集合与元素、集合与集合之间的关系, 弄清有关的术语和符号, 特别是对集合中的元素的属性要分清楚. 集合多与函数、方程、不等式等知识点结合, 要注意知识的融会贯通.

回归课本

必记知识

知识1: 集合的有关概念

(1) 子集: 对于两个集合 A 与 B , 如果集合 A 的

都是集合 B 的 _____, 那么集合 A 就是集合 B 的子集, 记作 _____ (或 _____). (2) 集合相等: 对于集合 A 、 B , 如果 _____ 且 _____, 那么集合 A 与集合 B 相等, 记作 _____. (3) 真子集: 若 $A \subseteq B$, 且存在 $x_0 \in B$, 但 $x_0 \notin A$, 则 A 是 B 的真子集, 记作 _____; 或者若 $A \subseteq B$, 且 $A \neq B$, 则 A 是 B 的真子集, 记作 _____.



_____, 则 A 是 B 的真子集. (4) 空集: _____ 的集合叫空集, 用 _____ 表示. (5) 补集: 若 $A \subseteq S$, 则由 S 中所有 _____ A 的元素组成的集合, 叫做 S 中子集 A 的补集 (或 _____), 记作 _____, 即 $\complement_S A =$ _____. (6) 全集: 若集合 S 中含有我们所要研究的各个集合的 _____ 元素, 则 S 就可以看作一个全集. (7) 交集: 由所有 _____ 集合 A _____ 属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A 与 B 的交集, 记作 _____, 即 $A \cap B =$ _____. (8) 并集: 由所有属于集合 A _____ 属于集合 B 的元素组成的集合, 叫做 A 与 B 的并集, 记作 _____, 即 $A \cup B =$ _____.

知识 2: 集合运算的有关性质.

(1) $A \subseteq B, B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$; $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$. (2) $\emptyset \subseteq A$, 若 $A \neq \emptyset$, 则 $\emptyset \subset A$. (3) $A \cap A = A$, $A \cap \emptyset = \emptyset$, $A \cap B \subseteq B \cap A$. (4) $A \cup A = A$, $A \cup \emptyset = A$, $A \cup B \supseteq B \cup A$. (5) $A \cap (A \cup B) = A$, $A \cup (A \cap B) = A$. (6) $A \cap \complement_U A = \emptyset$, $A \cup \complement_U A = U$ (U 为全集). (7) $A \subseteq B$, 则 $A \cap B = A$, $A \cup B = B$.

知识 3: 常用数学集表示符号及元素与集合、集合与集合的关系符号.

(1) 常用数集: 正整数集、自然数集、整数集、有理数集、实数集分别记作 _____, _____, _____, _____, _____.
(2) 元素与集合的关系符号为 _____, _____.
(3) 集合与集合的关系符号为 _____, _____, _____, _____.

知识 4: 子集个数的计算公式及集合的元素个数.

(1) 集合子集个数的计算公式: 若 $\text{card}(A) = n (n \in \mathbb{N}^+)$, 则集合 A 的子集个数为 _____, 非空子集个数为 _____, 真子集个数为 _____, 非空真子集个数为 _____.
(2) $\text{card}(A \cup B) =$ _____.

易错知识

1. 集合中元素的互异性:

对于 $a \in \{1, a^2\}$

由于 1 与 a^2 为不同的两个元素, 因此 a 只能等于 0 .

若 $3 \in \{1, a, a^2\}$ 求实数 a 的范围. 你会吗?

2. 元素表达方式不同, 误认为元素不同

设集合 $M = \{x | x = k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$.

$N = \{x | x = k - 2, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 M 和 N 的关系 _____.

3. 实数对的表示和实数表示混淆

(1) 已知 $M = \{y | y = x^2 - 2x - 2, x \in \mathbb{R}\}$, $N = \{y | y = -x^2 - 2x, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $M \cap N =$ _____.

(2) 已知 $M = \{(x, y) | y = x^2 - 2x - 2, x \in \mathbb{R}\}$, $N = \{(x, y) | y = -x^2 - 2x, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $M \cap N =$ _____.

4. 集合中元素的实质混淆

(1) 已知 $M = \{x | y = x^2 - 1\}$, $N = \{y | y = x^2 - 1\}$, 那么 $M \cap N =$ _____.

(2) 下列集合中恰有 2 个元素的集合是 ()

A. $\{x^2 - x = 0\}$ B. $\{y | y^2 - y = 0\}$

C. $\{x | y = x^2 - x\}$ D. $\{y | y = x^2 - x\}$

(3) 已知 $A = \{0, 1\}$, $B = \{x | x \in A\}$, 则集合 A 与 B 的关系为 ()

A. $A = B$ B. $A \subseteq B$ C. $A \supsetneq B$ D. $A \supseteq B$

5. 忽视元素的性质失误

设集合 $A = \{a^2, a + 1, -3\}$, 集合 $B = \{a - 3, 2a - 1, a^2 + 1\}$, 使 $A \cap B = \{-3\}$, 则 a 的值是 _____.

6. 忽视空集的特性失误

如 $A = \{x | x^2 - 8x + 15 = 0\}$, $B = \{x | ax - 1 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$ 求实数 a 的值. 某同学只求出了 $a = \frac{1}{3}$ 或 $\frac{1}{5}$, 还有一个值他没有求出来, 你知道是几吗?

7. 考虑不全失误

设非空集合 $A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且若 $a \in A$, 则 $6 - a \in A$, 这样的 A 共有 _____ 个.

课堂精讲

必会题型

◆题型 1 集合与集合之间的关系

【例 1】设集合 $M = \{x | x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x | x =$

$\frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 ()

A. $M = N$

B. $M \subseteq N$

C. $M \supsetneq N$

D. $M \cap N = \emptyset$

【命题思路】考查集合与集合之间的关系.

【分析】本小题应从集合的概念及整数的性质入手.

【解析】解法一: 列举法, $\because x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2k+1}{4} (k \in \mathbb{Z})$

$\therefore M = \{\dots, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}, \frac{9}{4}, \dots\}$.

$\because x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2} = \frac{k+2}{4} (k \in \mathbb{Z})$,

$N = \{\dots, -\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 1, \dots\}$.

$\therefore M \subseteq N$ 选 B.

解法二: 比较法

$M = \{x | x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbb{Z}\} = \{x | x = \frac{2k+1}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$

$N = \{x | x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbb{Z}\} = \{x | x = \frac{k+2}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$

$\because 2k+1$ 为奇数, 而 $k+2$ 为整数 $\therefore M \subseteq N$, 故选 B.

解法三: 转换法



将集合 $M = \{x | x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$.

$N = \{x | x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$.

转换为集合 $M' = \{y | y = 4x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$.

$N' = \{y | y = 4x = k + 2, k \in \mathbb{Z}\}$.

显然 $M' \subseteq N', \therefore M \subseteq N$. 选 B.

解法四: 将集合 $M = \{x | x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$.

$N = \{x | x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$.

转换为集合 $M' = \{y | y = \pi x = \frac{\pi k}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$.

$N' = \{y | y = \pi x = \frac{\pi k}{4} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$.

由三角函数的知识易知

集合 M' 表示角的终边落在直线 $y = \pm x$ 上角的集合, 而集合 N' 表示角的终边落在直线 $y = \pm x$ 及 $x = 0, y = 0$ 上角的集合.

$\therefore M \subseteq N, \therefore$ 选 B.

点悟

① 本小题加大了对集合语言的考查力度, 因而难度稍有增加, 位置后推至第 5 小题, 反映出高考对集合知识考查的新动向, 不能总认为集合试题只考第 1 小题的送分题.

② 本题直接解法应从分式结构出发, 运用整数奇偶性求解, 但由选择题的特殊结构, 用特殊值法, 如取 $k = 1, 2, 3, 4, \dots$, 即可简捷获解, 简解就是好解, 时间就是分数, 是解数学高考选择题的基本原则, 切记!

【变式训练】(2007 · 全国 I, 5) 设 $a, b \in \mathbb{R}$, 集合 $\{1, a + b, a\} = \{0, \frac{b}{a}, b\}$, 则 $b - a$ 等于

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

题型 2 集合的运算

例 2 已知 $A = \{x | x^2 \geq 9\}, B = \{x | \frac{x-7}{x+1} \leq 0\}, C = \{x | |x-2| < 4\}$.

(1) 求 $A \cap B$ 及 $A \cup C$;

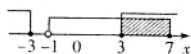
(2) 若 $U = \mathbb{R}$, 求 $A \cap \complement_U(B \cap C)$.

【命题思路】 本题考查对交、补、并集的理解以及运算.

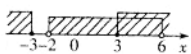
【解】 由 $x^2 \geq 9$, 得 $x \geq 3$ 或 $x \leq -3$, $\therefore A = \{x | x \geq 3$ 或 $x \leq -3\}$.

又由不等式 $\frac{x-7}{x+1} \leq 0$, 得 $-1 < x \leq 7$, $\therefore B = \{x | -1 < x \leq 7\}$.

又由 $|x-2| < 4$, 得 $-2 < x < 6$, $\therefore C = \{x | -2 < x < 6\}$.



(1) $A \cap B = \{x | 3 \leq x \leq 7\}$, 如上图所示. $A \cup C = \{x | x \leq -3$ 或 $x > -2\}$, 如下图所示.



(2) $\because U = \mathbb{R}, B \cap C = \{x | -1 < x < 6\}$,

$\therefore \complement_U(B \cap C) = \{x | x \leq -1$ 或 $x \geq 6\}$,

$\therefore A \cap \complement_U(B \cap C) = \{x | x \geq 6$ 或 $x \leq -3\}$.

点悟

先将集合化为最简形式, 然后充分利用交集、补集、并集的概念, 结合数轴求解.

【变式训练】 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 6 < 0\}, B = \{x | 0 < x - m < 9\}$.

(1) 若 $A \cup B = B$, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

题型 3 抽象集合的问题

例 3 若 A, B, C 为三个集合, $A \cup B = B \cap C$, 则一定有

- A. $A \subseteq B$ B. $C \subseteq A$
C. $A \neq C$ D. $A = \emptyset$

【命题思路】 根据三个集合之间的关系去判定 A, B, C 之间的关系, 很抽象, 可利用多种方法, 如特例法、定义法等灵活处理.

【解析】 若 $A = B = C = \emptyset$, 满足题设条件, 这样显然选 C 不正确. 任取 $x \in A$, 因为 $A \subseteq (A \cup B)$, 所以 $x \in (A \cup B)$, 又 $A \cup B = B \cap C$, 所以 $x \in B \cap C$, 又因为 $(B \cap C) \subseteq C$, 所以 $x \in C$, 所以 $A \subseteq C$, 故选 A.

【答案】 A

点悟

对于较难的集合问题, 应灵活、综合运用多种方法求解, 如本例中, 先利用特例法排除 C, 对于 A 与 B, 若凭空想象或通过画韦恩图等处理, 关系繁杂, 不易理清, 这时利用定义法, 使问题明朗、流畅, 可见直观与抽象各有利弊, 并不是抽象的方法就一定不好.

【变式训练】 设 I 为全集, S_1, S_2, S_3 是 I 的三个非空子集, $S_1 \cup S_2 \cup S_3 = I$, 则下面论断正确的是

- A. $\complement_I S_1 \cap (S_2 \cup S_3) = \emptyset$
B. $S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cap \complement_I S_3)$
C. $\complement_I S_1 \cap \complement_I S_2 \cap \complement_I S_3 = \emptyset$
D. $S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cup \complement_I S_3)$

题型 4 集合创新题

例 4 (2007 · 湖南, 10) 设集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $S_1, S_2, \dots, S_k$ 都是 M 的含两个元素的子集, 且满足: 对任意的 $S_i = \{a_i, b_i\}, S_j = \{a_j, b_j\} (i \neq j, i, j \in \{1, 2, 3, \dots, k\})$ 都有 $\min\{\frac{a_i}{b_i}, \frac{b_i}{a_i}\} \neq \min\{\frac{a_j}{b_j}, \frac{b_j}{a_j}\}$ ($\min\{x, y\}$ 表示两个数 x, y 中的较小者). 则 k 的最大值是

- A. 10 B. 11
C. 12 D. 13



【命题思路】 本题考查排列、组合部分基础知识.

【解析】 M 的含两个元素的子集的个数有 $C_6^2 = 15$ 个,但

$\{1,2\}, \{3,6\}, \{2,4\}$ 不满足 $\min\{\frac{a_i}{b_i}, \frac{b_i}{a_i}\} \neq \min\{\frac{a_j}{b_j}, \frac{b_j}{a_j}\}$, $\{1,$

$3\}, \{2,6\}$ 和 $\{2,3\}, \{4,6\}$ 亦不满足条件 $\min\{\frac{a_i}{b_i}, \frac{b_i}{a_i}\} \neq \min$

$\{\frac{a_j}{b_j}, \frac{b_j}{a_j}\}$, 故应去掉四个, 故 k 的最大值为 11. 故选 B.

【答案】 B

【变式训练】 (2007·福建,16) 中学数学中存在许多关

系, 比如“相等关系”、“平行关系”等等, 如果集合 A 中元素之间的一个关系“ $\sim$ ”满足以下三个条件:

(1) 自反性: 对于任意 $a \in A$, 都有 $a \sim a$;

(2) 对称性: 对于 $a, b \in A$, 若 $a \sim b$, 则有 $b \sim a$;

(3) 传递性: 对于 $a, b, c \in A$, 若 $a \sim b, b \sim c$, 则有 $a \sim c$, 则称“ $\sim$ ”是集合 A 的一个等价关系. 例如: “数的相等”是等价关系, 而“直线的平行”不是等价关系(自反性不成立). 请你再列出两个等价关系: _____.

课后精练

1 基础强化

一、选择题

1. (2008·北京海淀区) 设集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x \geq a\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的范围是 ()

- A. $a < 1$ B. $a \leq 1$
C. $a < 2$ D. $a \leq 2$

2. (2007·江苏,2) 已知全集 $U = \mathbb{Z}$, $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | x^2 = x\}$, 则 $A \cap \complement_U B$ 为 ()

- A. $\{-1, 2\}$ B. $\{-1, 0\}$
C. $\{0, 1\}$ D. $\{1, 2\}$

3. 若集合 $A = \{1, m^2\}$, $B = \{2, 4\}$, 则“ $m = 2$ ”是“ $A \cap B = \{4\}$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

4. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 4 = 0, x \in \mathbb{R}\}$, 集合 $N = \{(x, y) | y = x^2 - 4, x, y \in \mathbb{R}\}$. 那么当 $y = 0$ 时有 ()

- A. $M = N = \{2, -2\}$
B. $M = \{2, -2\}$, $N = \{(2, 0), (-2, 0)\}$
C. $M = N = \{(2, -2)\}$
D. $M = \{2, -2\}$, $N = \{(0, 2), (0, -2)\}$

5. 已知集合 $M = \{x | x = m + \frac{1}{6}, m \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x | x = \frac{n}{2} - \frac{1}{3}, n \in \mathbb{Z}\}$, $P = \{x | x = \frac{p}{2} + \frac{1}{6}, p \in \mathbb{Z}\}$. 则 M, N, P 满足的关系是 ()

- A. $M = N \subseteq P$ B. $N \subseteq M = P$
C. $M \subseteq N \subseteq P$ D. $M \subseteq P = N$

二、填空题

6. 用列举法表示下列集合:

(1) $A = \{x \in \mathbb{N} | \frac{6}{6-x} \in \mathbb{N}\}$ 与 $B = \{\frac{6}{6-x} \in \mathbb{N} | x \in \mathbb{N}\}$;

(2) $C = \{y | y = -x^2 + 4, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$ 与 $D = \{(x, y) | y = -x^2 + 4, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$;

(3) $E = \{x | x = \frac{p}{q}, p + q = 5, p \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{N}^*\}$.

则 $A =$ _____, $B =$ _____, $C =$ _____, $D =$ _____, $E =$ _____.

7. 若全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $M = \{x | x^2 > 4\}$, $N = \{x | \frac{3-x}{x+1} > 0\}$, 则 $M \cap (\complement_U N)$ 等于 _____.

2 能力培养

一、选择题

1. 已知集合 $A = \{x | x - 4 \leq -1, x \in \mathbb{N}^*\}$, 则集合 A 的真子集的个数为 ()

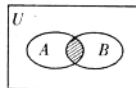
- A. 3 个 B. 6 个
C. 7 个 D. 8 个

2. (2008·安徽) 设全集 $U = \mathbb{R}$, $A = \{x | \frac{x-a}{x+b} \geq 0\}$, $\complement_U A = (-1, -a]$, 则 $a + b =$ ()

- A. -2 B. 2
C. 1 D. 0

3. (2007·安徽模拟) 设全集 $U = \mathbb{R}$, $A = \{x | \frac{x}{x+3} < 0\}$, $B = \{x | x < -1\}$, 则如图中阴影部分表示的集合为 ()

- A. $\{x | x > 0\}$
B. $\{x | -3 < x < 0\}$
C. $\{x | -3 < x < -1\}$
D. $\{x | x < -1\}$



4. 已知 $M = \{y \in \mathbb{R} | y = x^2\}$, $N = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + y^2 = 2\}$. 则 $M \cap N =$ ()

- A. $\{(-1, 1), (1, 1)\}$ B. $\{1\}$
C. $[0, 1]$ D. $[0, \sqrt{2}]$

5. (2007·陕西·12) 设集合 $S = \{A_0, A_1, A_2, A_3\}$. 在 S 上定义运算 $\oplus$ 为: $A_i \oplus A_j = A_k$, k 为 $i + j$ 被 4 除的余数, $i, j = 0, 1, 2, 3$. 则满足关系式 $(x \oplus x) \oplus A_2 = A_0$ 的 $x (x \in S)$ 的个数为 ()

- A. 4 B. 3
C. 2 D. 1

二、填空题

6. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{R} | ax^2 + 2x + 1 = 0, a \in \mathbb{R}\}$ 只有一个元素, 则 a 的值为 _____.

7. 设全集为 $\mathbb{R}$, $A = \{x | x^2 - 6x + 5 > 0\}$, $B = \{x | |x - 3| < a\}$, (a 是实数), 且 $7 \in B$, 则 $A \cup B =$ _____.

三、解答题

8. 已知非空集合 $P = \{x | a + 1 \leq x \leq 2a + 1\}$, $Q = \{x | x^2 - 3x \leq 10\}$.



- (1) 若 $a=3$, 求 $(\complement_{\mathbb{R}} P) \cap Q$;
(2) 若 $P \subseteq Q$, 求实数 a 的取值范围.

9. 已知关于 x 的不等式 $\frac{ax-5}{x^2-a} < 0$ 的解集为 M

- (1) 当 $a=4$ 时, 求集合 M ;
(2) 若 $3 \in M$, 且 $5 \notin M$, 求实数 a 的取值范围.

3 高考预测

- (2009 · 原创题) 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{2\}$, 则集合 $A \cap (\complement_U B)$ 等于 ()
A. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ B. $\{1, 4\}$
C. $\{1, 2, 4\}$ D. $\{3, 5\}$
- (2008 · 西安八校联考) 设 U 为全集, M, P 是 U 的两个子集, 且 $(\complement_U M) \cap P = P$, 则 $M \cap P$ 等于 ()
A. M B. P
C. $\complement_U P$ D. $\emptyset$
- 定义集合 A, B 的一种运算: $A+B = \{x | x = x_1 + x_2, \text{其中 } x_1 \in A, x_2 \in B\}$. 若 $A = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 10\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则 $A+B$ 中所有元素之和为 _____.
- (2008 · 湖北八校) 设 $A = \{(x, y) | y \leq -|x-3|\}$, $B = \{(x, y) | y \geq 2|x| + b, b \text{ 为常数}\}$, $A \cap B \neq \emptyset$.
(1) b 的取值范围是 _____;
(2) 设 $P(x, y) \in A \cap B$, 点 T 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$, 若 $\overrightarrow{OP}$ 在 $\overrightarrow{OT}$ 方向上投影的最小值为 $-\sqrt{3}$, 则 b 的值为 _____.

第二节 简易逻辑

考情报告

本节往年高考如何考

经验总结

近几年高考出题以充要条件为主, 如: 2007 年重庆卷理科第 2 题、2007 年山东卷理科第 5 题、2007 年陕西卷理科第 9 题 2007 年北京文科第 7 题等.

◆ 考题回放

例 1 (2007 · 重庆, 2) 命题“若 $x^2 < 1$, 则 $-1 < x < 1$ ”的逆否命题是 ()

- A. 若 $x^2 \geq 1$, 则 $x \geq 1$ 或 $x \leq -1$
B. 若 $-1 < x < 1$, 则 $x^2 < 1$
C. 若 $x > 1$ 或 $x < -1$, 则 $x^2 > 1$
D. 若 $x \geq 1$ 或 $x \leq -1$, 则 $x^2 \geq 1$

[命题思路] 考查四种命题的关系.

[解析] 原命题的逆否命题为“若 $x \geq 1$ 或 $x \leq -1$, 则 $x^2 \geq 1$ ”, 故选 D.

[答案] D

例 2 (2007 · 山东, 7) 命题“对任意的 $x \in \mathbb{R}$, $x^3 - x^2 + 1 \leq 0$ ”的否定是 ()

- A. 不存在 $x \in \mathbb{R}$, $x^3 - x^2 + 1 \leq 0$
B. 存在 $x \in \mathbb{R}$, $x^3 - x^2 + 1 \leq 0$
C. 存在 $x \in \mathbb{R}$, $x^3 - x^2 + 1 > 0$
D. 对任意的 $x \in \mathbb{R}$, $x^3 - x^2 + 1 > 0$

[命题思路] 考查命题否定的判定方法.

[解析] “对任意 $x \in \mathbb{R}$, $x^3 - x^2 + 1 \leq 0$ ”等价于关于 x 的不

等式 $x^3 - x^2 + 1 \leq 0$ 恒成立, 其否定为: $x^3 - x^2 + 1 \leq 0$ 不恒成立; 即存在 $x \in \mathbb{R}$, 使得 $x^3 - x^2 + 1 > 0$ 成立, 故选 C.

[答案] C

本节 2009 年如何考

考向预测

预测 1: 充分必要条件

预测根据: “充要条件”是高中数学的基础, 它贯穿于高中数学学习的始终, 是高考的必考内容.

命题角度预测: 考查内容有两个方面: 一是充要条件自身内容的考查, 二是以数学其他知识为载体对充要条件知识进行考查. 考查形式主要是选择题, 有时也会是填空题形式. 一般不会出大题, 若出大题, 只会是大题中的一问.

预测 2: 四种命题及命题真假的判断

预测根据: 四种命题以往高考考得有点少, 属于冷点, 但有时出题就在冷点处. 命题真假的判断也贯穿于高中数学学习的始终, 是一个常考知识点.

命题角度预测: 给出一个命题, 让判断其逆命题或否命题的真假. 命题真假的判断, 给出的命题内容可以是中学数学中的任何内容, 以不定项选择题或填空题形式出现的可能性最大.

预测 3: 反证法及复合命题的真假

预测根据: 反证法及复合命题的真假以前考得较少, 属冷点.

命题角度预测: 反证法若以选择、填空题形式出现时, 则会叙述为用反证法证明某某问题先假设什么. 若以大题出现时, 也不会直接要求用反证法证明某某问题, 而是给出的题目



需要用反证法解决.

如何复习这一节

方法归纳

1. 要注意逻辑联结词“或”“且”“非”与集合中的“并”“交”

“补”是相关的,二者相互对照可加深对双方的认识和理解.

2. 复习逻辑知识时,要注意对数学概念准确的记忆和深层次的理 解,抓住所学的几个知识点,通过解决一些简单的问题理解掌握逻辑知识.

回归课本

必记知识

知识 1: 命题及充要条件的有关概念.

(1) 命题: 可以判断 _____ 的语句叫做命题. (2) 逻辑联结词: _____、_____、_____ 这些词叫做逻辑联结词. (3) 简单命题与复合命题: 不含 _____ 的命题是简单命题, 由 _____ 与 _____ 构成的命题是复合命题. (4) 真值表: 表示命题的 _____ 的表叫真值表. (5) 四种命题: 若用 p 和 q 分别表示原命题的条件和结论, 用 $\neg p$ 和 $\neg q$ 分别表示 p 和 q 的否定, 则四种命题的形式为: 原命题: 若 p 则 q ; 逆命题: 若 _____ 则 _____; 否命题: 若 _____ 则 _____; 逆否命题: 若 _____ 则 _____. (6) 充分条件: 如果 A 成立, 那么 B 成立, 即 _____, 则 A 是 B 成立的 _____. (7) 必要条件: 如果 A 成立, 那么 B 成立, 即 $A \Rightarrow B$, 则 _____ 是 _____ 成立的必要条件. (8) 充要条件: 如果 A 既是 B 成立的 _____, 又是 B 成立的 _____, 则 A 是 B 成立的 _____.

知识 2: 复合命题的真假及充分必要条件的判定方法.

(1) 复合命题的真假的判定方法: 通过 _____ 判定. (2) 充要条件的判断方法: 常用推出符号 _____ 来判断两个命题之间的充要关系.

知识 3: 复合命题的真假与构成它的简单命题的真假的关系及四种命题的关系.

(1) 复合命题的真假与构成它的简单命题的真假关系: p 或 q , 一真即 _____; p 且 q , 一假即 _____; $\neg p$ 与 p 真假相 _____. (2) 四种命题间的真假关系: 原命题为真, 它的 _____ 命题是一定为真, 它的 _____ 和 _____ 不一定为真, 但一命题的 _____ 与 _____ 同真同假, 即互为 _____ 的两个命题是等价的.

易错知识

1. 数学中的“或”与生活中的“或”混淆

命题: 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解为 $x = \pm 2$, 使用的逻辑联结词

为 _____.

2. 已知命题 p, q 写出复合命题“ p 或 q ”, “ p 且 q ”一定要注意所写命题要符合真值表.

如: (1) 已知 p : 方程 $(x-1)(x-2) = 0$ 的根是 $x = 1$;

q : 方程 $(x-1)(x-2) = 0$ 的根是 $x = 2$.

写出“ p 或 q ”, 并判断真假.

(2) p : 四个角相等的四边形是正方形.

q : 四条边相等的四边形是正方形;

写出“ p 且 q ”, 并判断真假.

下面写法对吗? 它们与真值表相符吗?

(1) p 或 q : 方程 $(x-1)(x-2) = 0$ 的根是 $x = 1$ 或 $x = 2$;

(2) p 且 q : 四条边相等且四个角相等的四边形是正方形.

你知道应该怎样写吗?

3. 命题的否定与否命题的混淆

存在一个实数 x , 使得 $x^2 + x + 1 \leq 0$ 的否定是 _____; 否命题是 _____.

4. 反证法

反证法的第一步是否定结论, 在解决实际问题中, 需掌握以下词语的否定.

词语	是	都是	大于($>$)
词语的否定	不是	不都是	不大于($\leq$)

词语	所有的	任一个	至少一个	至多一个
词语的否定	某些	某个	一个也没有	至少两个

“我班至少有 20 名女生是团员”的否命题为 _____.

5. 必要条件与充要条件混淆

关于 x 的方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一负根的充要条件为 _____.

6. 等价命题不清使用方法混淆

已知条件 $p: x + y \neq -2$, 条件 $q: x, y$ 不都为 -1 , 则 p 是 q 的 _____.

课堂精讲

必会题型

◆ 题型 1 命题的概念及其真假判断.

【例 1】判断命题“若 $a \geq 0$, 则 $x^2 + x - a = 0$ 有实根”的逆否命题的真假.

[命题思路] 可先写出原命题的逆否命题, 再判断其真假或利用原命题与其逆否命题同真同假的关系来解决.

[解] 法一: 写出逆否命题, 再判断其真假.

原命题: 若 $a \geq 0$, 则 $x^2 + x - a = 0$ 有实根.

逆否命题: 若 $x^2 + x - a = 0$ 无实根, 则 $a < 0$.

判断如下:

$\because x^2 + x - a = 0$ 无实根,



$$\therefore \Delta = 1 + 4a < 0,$$

$$\therefore a < -\frac{1}{4} < 0,$$

∴“若 $x^2 + x - a = 0$ 无实根, 则 $a < 0$ ”为真命题.

法二: 利用命题之间的关系: 原命题与逆否命题同真同假 (即等价关系) 证明.

$$\because a \geq 0, \therefore 4a \geq 0, \therefore 4a + 1 > 0,$$

$$\therefore \text{方程 } x^2 + x - a = 0 \text{ 的判别式 } \Delta = 4a + 1 > 0,$$

$$\therefore \text{方程 } x^2 + x - a = 0 \text{ 有实根.}$$

故原命题“若 $a \geq 0$, 则 $x^2 + x - a = 0$ 有实根”为真.

又因为原命题与其逆否命题等价,

所以“若 $a \geq 0$, 则 $x^2 + x - a = 0$ 有实根”的逆否命题为真.

法三: 利用充要条件与集合的包含、相等关系.

命题 $p: a \geq 0, q: x^2 + x - a = 0$ 有实根,

$$\therefore p: A = \{a \in \mathbb{R} | a \geq 0\},$$

$$q: B = \{a \in \mathbb{R} | \text{方程 } x^2 + x - a = 0 \text{ 有实根}\} = \{a \in \mathbb{R} | a \geq -\frac{1}{4}\}.$$

∴“若 p 则 q ”为真,

∴“若 p 则 q ”的逆否命题“若 $\neg q$ 则 $\neg p$ ”为真.

∴若 $a \geq 0$, 则 $x^2 + x - a = 0$ 有实根的逆否命题为真.

法四: 设 $p: a \geq 0, q: x^2 + x - a = 0$ 有实根,

则 $\neg p: a < 0, \neg q: x^2 + x - a = 0$ 无实根,

$$\therefore \neg p: A = \{a \in \mathbb{R} | a < 0\},$$

$$\neg q: B = \{a \in \mathbb{R} | \text{方程 } x^2 + x - a = 0 \text{ 无实根}\} = \{a \in \mathbb{R} | a < -\frac{1}{4}\}.$$

$\because B \subseteq A, \therefore$ “若 $\neg q$ 则 $\neg p$ ”为真, “若方程 $x^2 + x - a = 0$ 无实根, 则 $a < 0$ ”为真.

点悟

理解“ $a < 0$ ”与“ $a < -\frac{1}{4}$ ”的关系时易出错.

判断一个命题的真假时常用以下方法:

① 依据定义直接判定 (如方法一);

② 利用原命题与其逆否命题的等价关系 (如方法二);

③ 利用集合的观点去解决, 即建立命题 p, q 相应的集合, $p: A = \{x | p(x) \text{ 成立}\}, q: B = \{x | q(x) \text{ 成立}\}.$

当 $A \subseteq B$ 时, 则“若 p 则 q ”为真;

当 $B \subseteq A$ 时, 则“若 q 则 p ”为真;

当 $A = B$ 时, p 等价于 q ;

当 $A \not\subseteq B$ 且 $B \not\subseteq A$ 时, 则“若 p 则 q ”与“若 q 则 p ”都假.

【变式训练】 设原命题是“已知 a, b, c, d 是实数, 若 $a = b, c = d$; 则 $a + c = b + d$.”写出它的逆命题、否命题、逆否命题, 并判断它们的真假.

◆题型2 充分条件与必要条件的判断.

例2 指出下列各组命题中, p 是 q 的什么条件 (在“充分而不必要条件”、“必要而不充分条件”、“充要条件”、“既不充分又不必要条件”中选出一种作答).

(1) 在 $\triangle ABC$ 中, $p: \angle A > \angle B, q: BC > AC$;

(2) 对于实数 $x, y, p: x + y = 8, q: x \neq 2$, 或 $y \neq 6$;

(3) 在 $\triangle ABC$ 中, $p: \sin A > \sin B, q: \tan A > \tan B$;

(4) 已知 $x, y \in \mathbb{R}, p: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 0, q: (x-1)(y-2) = 0$.

【解】 (1) 在 $\triangle ABC$ 中, 显然有 $\angle A > \angle B \Leftrightarrow BC > AC$,

∴ p 是 q 的充要条件.

(2) ∵ 逆否命题: $x = 2$ 且 $y = 6 \Rightarrow x + y = 8$,

∴ p 是 q 的充分不必要条件.

(3) 取 $A = 120^\circ, B = 30^\circ, p \neq q$,

又取 $A = 30^\circ, B = 120^\circ, q \neq p$,

∴ p 是 q 的既不充分又不必要条件.

(4) ∵ $p: x = 1$ 且 $y = 2, q: x = 1$ 或 $y = 2, \therefore p$ 是 q 的充分不必要条件.

点悟

① 分析 p 是 q 的什么条件时, 一定要结合命题 p 与 q 所涉及的知识, 进而全面分析, 严格按四种条件的结构和定义进行判断.

② 分析判断时, 为了得出命题 p 与 q 的准确关系, 有时需对命题 p 与 q 进行化简, 然后再分析.

③ 如果 p, q 满足: 若 $p \Rightarrow q$, 则有 $\neg q \Rightarrow \neg p$; 若 $q \Rightarrow p$, 则 $\neg p \Rightarrow \neg q$; 若 $p \Leftrightarrow q$, 则 $\neg p \Leftrightarrow \neg q$.

【变式训练1】 (2007·黄冈2月) 命题甲: “ $(\frac{1}{2})^x, 2^{1-x}, 2^{x^2}$ 成等比数列”, 命题乙: “ $\lg x, \lg(x+1), \lg(x+3)$ 成等差数列”, 则甲是乙的 ()

A. 必要不充分条件

B. 充分不必要条件

C. 充要条件

D. 既非充分又非必要条件

【变式训练2】 (2007·湖北文, 10) 已知 p 是 r 的充分条件而不是必要条件, q 是 r 的充分条件, s 是 r 的必要条件, q 是 s 的必要条件, 现有下列命题:

① s 是 q 的充要条件;

② p 是 q 的充分条件而不是必要条件;

③ r 是 q 的必要条件而不是充分条件;

④ $\neg p$ 是 $\neg s$ 的必要条件而不是充分条件;

⑤ r 是 s 的充分条件而不是必要条件.

则正确命题的序号是

A. ①④⑤

B. ①②④

C. ②③⑤

D. ②④⑤

◆题型3 反证法

例3 若 x, y, z 均为实数, 且 $a = x^2 - 2y + \frac{\pi}{2}, b = y^2 - 2z + \frac{\pi}{3}, c = z^2 - 2x + \frac{\pi}{6}$.

求证: a, b, c 中至少有一个大于 0.

【分析】 含有“至少”、“至多”、“不存在”等词语的数学命



题,常用反证法.

[证明] 假设 a, b, c 都不大于 0,

即 $a \leq 0, b \leq 0, c \leq 0$, 则 $a+b+c \leq 0$. 而:

$$a+b+c = x^2 - 2y + \frac{\pi}{2} + y^2 - 2z + \frac{\pi}{3} + z^2 - 2x + \frac{\pi}{6} = (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 + \pi - 3.$$

又因为 $\pi > 3, \pi - 3 > 0$, 且无论 x, y, z 为何实数, 都有 $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 \geq 0$.

所以 $a+b+c > 0$, 这与 $a+b+c \leq 0$ 相矛盾.

因此 a, b, c 中至少有一个大于 0.

点悟

1. 正确地作出反设(即否定结论), 是正确运用反证法的前提. 要注意一些常用的“结论否定形式”. 如“至少有一个”、“至多有一个”、“都是”的否定形式分别是“一个也没有”、“至少有两个”、“不都是”.

2. 在推理时导致的矛盾是多种多样的. 一般是: 与已知矛盾; 与公理、定理、公式矛盾; 也可以与反设矛盾或自相矛盾. 作出反设后, 可把反设也当做已知条件的一部分, 和原来的已知条件合并在一起, 用它们的全部或部分进行推理. 由于选的条件不同, 得出的矛盾也不同. 可见矛盾是在推理过程中发现的, 而不是推理之前设计或确定的.

【变式训练】 a, b, c 为实数, 且 $a = b + c + 1$, 证明: 两个一元二次方程 $x^2 + x + b = 0, x^2 + ax + c = 0$ 中至少有一个方程有两个不相等的实数根.

课后精练

1 基础强化

一、选择题

1. (2008 · 启东中学) 当命题“若 p 则 q ”为真时, 下列命题中一定正确的是 ()

- A. 若 q 则 p B. 若 $\neg p$ 则 $\neg q$
C. 若 $\neg q$ 则 $\neg p$ D. p 且 q

2. 若命题 $p: x \in A \cap B$, 则 $\neg p$: ()

- A. $x \in A$ 且 $x \notin B$ B. $x \in A$ 或 $x \notin B$
C. $x \notin A$ 且 $x \notin B$ D. $x \in A \cup B$

3. “ $x > 1$ ”是“ $x^2 > x$ ”的 ()

- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件

4. 下列各组命题中, 满足“ p 或 q 为真”, 且“非 p 为真”的是 ()

- A. $p: 0 = \emptyset; q: 0 \in \emptyset$
B. p : 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\cos 2A = \cos 2B$, 则 $A = B; q: y = \sin x$ 在第一象限是增函数
C. $p: a + b \geq 2\sqrt{ab} (a, b \in \mathbf{R}); q$: 不等式 $|x| > x$ 的解集为 $(-\infty, 0)$
D. p : 圆 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 的面积被直线 $x=1$ 平分;
 q : 椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的一条准线方程是 $x=4$

5. 有限集合 S 中元素的个数记作 $\text{card}(S)$. 设 A, B 都为有限集合, 给出下列命题:

① $A \cap B = \emptyset$ 的充要条件是 $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B)$;

② $A \subseteq B$ 的必要条件是 $\text{card}(A) \leq \text{card}(B)$;

③ $A \not\subseteq B$ 的充分条件是 $\text{card}(A) \leq \text{card}(B)$;

④ $A = B$ 的充要条件是 $\text{card}(A) = \text{card}(B)$.

其中真命题的序号是 ()

- A. ③④ B. ①②
C. ①④ D. ②③

二、填空题

6. 已知真命题“ $a \geq b \Rightarrow c > d$ ”和“ $a < b \Rightarrow e \leq f$ ”, 则“ $c \leq d$ ”是“ $e \leq f$ ”的 _____ 条件.

7. 若命题 p : 不等式 $ax + b > 0$ 的解集为 $\{x | x > -\frac{b}{a}\}$, 命题 q : 关于 x 的不等式 $(x-a)(x-b) < 0$ 的解集为 $\{x | a < x < b\}$, 则“ p 且 q ”“ p 或 q ”及“非 p ”形式的复合命题中的真命题是 _____.

2 能力培养

一、选择题

1. 设原命题为“ $A \cap B = B$, 则 $A \subseteq B$ ”, 则原命题、逆命题、否命题和逆否命题中为真命题的个数是 ()

- A. 0 个 B. 1 个
C. 2 个 D. 4 个

2. (2008 · 北京市东城区) “ $a = \frac{4\pi}{3}$ ”是“ $\sin a = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ”的 ()

- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件



- C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
3. 用反证法证明命题: 若整数系数一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 有有理根, 那么 a, b, c 中至少有一个是偶数. 下列假设中正确的是 ()
- A. 假设 a, b, c 都是偶数
B. 假设 a, b, c 都不是偶数
C. 假设 a, b, c 中至多有一个是偶数
D. 假设 a, b, c 中至多有两个是偶数
4. 对任意实数 a, b, c , 给出下列命题:
- ① " $a < b$ " 是 " $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ " 的必要条件;
② " $|a+b| > 5$ " 是 " $|a| + |b| > 5$ " 的充要条件;
③ " $a < 0$ " 是 "二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 恒小于 0" 的必要条件;
④ " $ac^2 > bc^2$ " 是 " $a < b$ " 的充分条件;
- 其中真命题的个数是 ()
- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4
5. " p 或 q 是假命题" 是 "非 p 为真命题" 的 ()
- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

二、填空题

6. 已知下列四个命题:
① a 是正数; ② b 是负数; ③ $a+b$ 是负数; ④ ab 是非正数.
选择其中两个作为题设, 一个作为结论, 写出一个逆否命题是真命题的复合命题 _____.
7. 已知命题 $p: |x-2| < a$ ($a > 0$), 命题 $q: |x^2-4| < 1$, 若 p 是 q 的充分不必要条件, 则实数 a 的取值范围是 _____.

三、解答题

8. 已知 $c > 0$. 设命题 p : 函数 $y = c^x$ 为减函数.
命题 q : 当 $x \in [\frac{1}{2}, 2]$ 时, 函数 $f(x) = x + \frac{1}{x} > \frac{1}{c}$ 恒成立.
如果 p 或 q 为真命题, p 且 q 为假命题, 求 c 的取值范围.

9. 求证方程 $x^2+ax+1=0$ ($a \in \mathbf{R}$) 的两实根的平方和大于 3 的必要条件是 $|a| > \sqrt{3}$. 这个条件是其充分条件吗? 为什么?

10. 已知函数 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的增函数, $a, b \in \mathbf{R}$, 对命题 "若 $a+b \geq 0$, 则 $f(a)+f(b) \geq f(-a)+f(-b)$ ".
(1) 写出逆命题, 判断其真假, 并证明你的结论.
(2) 写出其逆否命题, 并证明你的结论.

3 高考预测

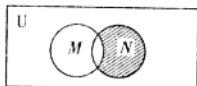
1. (2009 · 原创题) 有关命题的说法错误的是 ()
- A. 命题 "若 $x^2-3x+2=0$, 则 $x=1$ " 的逆否命题为: "若 $x \neq 1$, 则 $x^2-3x+2 \neq 0$ ".
B. " $x=1$ " 是 " $x^2-3x+2=0$ " 的充分不必要条件.
C. 若 p 且 q 为假命题, 则 p, q 均为假命题.
D. 对于命题 p : 存在 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2+x+1 < 0$, 则 $\neg p$ 为: 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 均有 $x^2+x+1 \geq 0$.
2. (2008 · 福州模拟) A, B, C 是三个集合, 那么 " $A=B$ " 是 " $A \cap C = B \cap C$ " 成立的 ()
- A. 充分非必要条件
B. 必要非充分条件
C. 充要条件
D. 既非充分也非必要条件
3. (2009 · 原创题) 对于实数 x , 规定 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 那么不等式 $4[x]^2 - 36[x] + 45 < 0$ 成立的充分不必要条件是 ()
- A. $x \in (\frac{3}{2}, \frac{15}{2})$
B. $x \in [2, 8)$
C. $x \in [2, 8]$
D. $x \in [2, 7]$

单元质量评估

(考试时间 120 分钟, 总分 150 分)

一、选择题(本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. (2008·北京市西城区) 已知集合 $A=\{a,b\}$, $B=\{a,b,c\}$, $C=\{b,c,d\}$, 那么集合 $(A \cap B) \cup C$ 等于 ()
 A. $\{a,b,c\}$ B. $\{a,b,d\}$
 C. $\{b,c,d\}$ D. $\{a,b,c,d\}$
2. (2008·惠州模拟) 设全集 U 是实数集 $\mathbf{R}$, $M=\{x|x^2>4\}$, $N=\{x|1<x<3\}$, 则图中阴影部分所表示的集合是 ()



- A. $\{x|-2 \leq x < 1\}$ B. $\{x|-2 \leq x \leq 2\}$
 C. $\{x|1 < x \leq 2\}$ D. $\{x|x < 2\}$
3. 如果命题“非 p 或非 q ”是假命题, 则在下列各结论中, 正确的为 ()
 ①命题“ p 且 q ”是真命题
 ②命题“ p 且 q ”是假命题
 ③命题“ p 或 q ”是真命题
 ④命题“ p 或 q ”是假命题
 A. ②③ B. ②④
 C. ①③ D. ①④
4. 设 A, B 是 C 的必要条件, D 是 C 的充分条件, B 是 D 的充分条件, 则在 A, C, D 中是 B 的充要条件的是 ()
 A. A B. C
 C. D D. C 或 D
5. 若全集为 U , 集合 $M \cup P = U$, 则下列关系一定正确的是 ()
 A. $P \subseteq \complement_U M$ B. $M \cap P = \emptyset$
 C. $P \supseteq \complement_U M$ D. $\complement_U M \cap \complement_U P = U$
6. (2009·原创题) 条件 $p: |x|=x$, 条件 $q: x^2 \geq -x$, 则 p 是 q 是 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
7. 若全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|1-x<0\}$, $B=\{x|x^2-2x \leq 0\}$, $\complement_U(A \cap B) =$ ()
 A. $\{x|1 < x < 2\}$ B. $\{x|1 < x \leq 2\}$
 C. $\{x|x < 1 \text{ 或 } x \geq 2\}$ D. $\{x|x \leq 1 \text{ 或 } x > 2\}$
8. 设集合 $A=\{1,2\}$, 则满足 $A \cup B = \{1,2,3\}$ 的集合 B 的个数是 ()
 A. 1 B. 3
 C. 4 D. 8
9. (2009·原创题) 设集合 $A=\{x||x-2| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$, $B=\{y|y=-x^2, -1 \leq x \leq 2\}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}}(A \cap B)$ 等于 ()
 A. $\mathbf{R}$ B. $\{x|x \in \mathbf{R}, x \neq 0\}$
 C. $\{0\}$ D. $\emptyset$

10. 已知非空集合 $A=\{x|2a+1 \leq x \leq 3a-5\}$, $B=\{x|3 \leq x \leq 22\}$, 则能使 $A \subseteq B$ 成立的 a 的取值范围是 ()
 A. $\{a|1 \leq a \leq 9\}$ B. $\{a|6 \leq a \leq 9\}$
 C. $\{a|a \leq 9\}$ D. $\emptyset$
11. 命题 p : 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $|a|+|b|>1$ 是 $|a+b|>1$ 的充要条件. 命题 q : 函数 $y=\sqrt{|x-1|-2}$ 的定义域是 $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$, 则 ()
 A. “ p 或 q ”为假 B. “ p 且 q ”为真
 C. p 真 q 假 D. p 假 q 真

12. 设 $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ 均为非零实数, 不等式 $a_1x^2+b_1x+c_1>0$ 和 $a_2x^2+b_2x+c_2>0$ 的解集分别为集合 M 和 N ,

那么 $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ 是 “ $M=N$ ” 的 ()

- A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分又不必要条件

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中的横线上)

13. 若集合 $M=\{y|y=2^{-x}\}$, $P=\{x|y=\sqrt{x-1}\}$, 则 $M \cap P =$ _____.

14. 已知 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{1,2\}$, 定义集合 A, B 之间的运算 “ $*$ ”, $A * B = \{x|x=x_1+x_2, x_1 \in A, x_2 \in B\}$, 则集合 $A * B$ 的最大的元素是 _____, 集合 $A * B$ 的所有子集的个数为 _____.

15. 关于 x 的方程 $x^2-2x-a+2=0$ 有实数根的一个必要不充分条件是 _____.

16. 已知条件 A 是 “ $x \neq 3$ 且 $y \neq 2$ ”, 条件 B 是 “ $x+y \neq 5$ ”, 则 A 是 B 的 _____ 条件.

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 10 分) 设集合 $A=\{x|x^2+ax-12=0\}$, $B=\{x|x^2+bx+c=0\}$, 且 $A \neq B$, $A \cup B = \{-3, 4\}$, $A \cap B = \{-3\}$, 求 a, b, c 的值.



18. (本小题满分12分)记函数 $f(x) = \sqrt{2 - \frac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 A , $g(x) = \lg[(x-a-1)(2a-x)]$ ($a < 1$) 的定义域为 R .
- (1) 求 A ;
- (2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.
19. (本小题满分12分)求关于 x 的方程: $x^2 - (2a-1)x + a^2 - 2 = 0$ 至少有一个非负实根的充要条件.
20. (本小题满分12分)已知 a, b, c 是互不相等的非零实数. 求证: 三个方程 $ax^2 + 2bx + c = 0$, $bx^2 + 2cx + a = 0$, $cx^2 + 2ax + b = 0$ 至少有一个方程有两个相异实根.
21. (本小题满分12分)(1)是否存在实数 m , 使得 $2x+m < 0$ 是 $x^2 - 2x - 3 > 0$ 的充分条件?
- (2)是否存在实数 m , 使得 $2x+m < 0$ 是 $x^2 - 2x - 3 > 0$ 的必要条件?
22. (本小题满分12分)设 $f(x) = x^2 + px + q$, $A = \{x | x = f(x)\}$, $B = \{x | f[f(x)] = x\}$.
- (1) 求证 $A \subseteq B$; (2) 如果 $A = \{-1, 3\}$, 求 B .