

ZOU XIANG
WAI YU
XUE XIAO

朱 晓 肖东升 彭新春 吴昌全 舒矾萍 编著

走向外语学校

——小学数学复习与提高

(第四版)

走向外校的捷径

- 名校名师指点
- 提炼考点实质
- 注重能力培养
- 开阔知识视野



中国地质大学出版社

走向外语学校

——小学数学复习与提高

(第四版)

朱 晓 肖东升 彭新春

编著

吴昌全 舒砚萍

中国地质大学出版社

内 容 简 介

该丛书是由武汉外国语学校有丰富教学经验的一线教师编写的,主要用于小学毕业生进行第二轮复习时使用。该书对小学升初中的要点、难点进行了详细精确的阐述,并对考点进行了精析,所有例题和习题都经过精心挑选、安排,书末附有答案或提示。该丛书具有如下特点:注重基础,强调提高;帮助读者拓展知识视野,着重介绍升学考试中的内容、思路分析和方法技巧;激发学生学习兴趣,提高学习水平,促进其全面发展。

该丛书可作为小学升重点初中的毕业生复习应试书籍,也可作为教师、家长指导复习时的用书。

图书在版编目(CIP)数据

小学数学复习与提高/朱晓等编著. —4版. —武汉:中国地质大学出版社,2008.3
(走向外语学校)

ISBN 978-7-5625-2248-5

I. 小…

II. 朱…

III. 数学课—小学—升学参考资料

IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 039678 号

走向外语学校
——小学数学复习与提高

朱 晓 肖东升 彭新春 编著
吴昌全 舒砚萍

责任编辑:方 菊

责任校对:张咏梅

出版发行:中国地质大学出版社(武汉市洪山区鲁磨路 388 号)

邮政编码:430074

电话:(027)67883580 传真:67883580

E-mail:cbb@cug.edu.cn

经 销:全国新华书店

<http://www.cugp.cn>

开本:787 毫米×1092 毫米 1/16

字数:320 千字 印张:12.5

版次:1999 年 4 月第 1 版 2008 年 3 月第 4 版

印次:2008 年 3 月第 20 次印刷

印刷:武汉市教文印刷厂

印数:101 001—106 000 册

ISBN 978-7-5625-2248-5

定价:20.00 元

如有印装质量问题请与印刷厂联系调换

第四版前言

《走向外语学校》一书面世以来,历时八年,修订四版。一直受到广大小学师生和家长的关注。为了不辜负读者的厚爱,也为了能提供更为及时的信息,本次出版作了较大的修订。

近年来,随着教育改革的逐步深入,中、高考的形式和内容的变化,小考招生的方式、命题的思路和形式也都有了不小的变化。针对这些变化,本书作了相应的调整。

在专题讲座部分,删去了较为复杂的数值计算的内容;删减、合并了图形计算部分的内容以及应用问题和数的基础知识中一些比较复杂生僻的内容。同时参照近四年的考题,增设了一些考查数学素质、数学能力方面的智巧性问题的专题,如空间想象、图形的拼接、生活中的数学问题等,并增加了考题选讲专题。所选例题和练习题大部分选自近年考题,具有较强的参考价值。

模拟试卷部分则完全按照近年试卷的结构作了全面的调整。对于考生用作考前的热身训练具有较好的实用性。

希望本书能够为大家提供及时有效的信息,继续成为广大读者的好帮手。

作 者

2008年2月

前 言

子女进入一所名校学习是每位家长的希冀。招生人数的限制使得残酷的竞争无法避免,为在这场竞争中取胜,于是乎竞相投师的、扎入资料堆的以及沉入题海而不能自拔的学生比比皆是。面对一个个沉重的书包,一张张困倦的小脸和一个个深陷题海而所获不多的小学生,我们几位同志深感忧虑,时时在思考着如何从提高小学生数学能力,培养数学素养的角度出发,开拓视野,启迪智慧,提高效率,使小学生们能在一个较短的时间内对小学数学知识有一个系统的了解和认识,掌握大纲所要求的思维方法,达到一个合格小学毕业生的能力水平,使他们在激烈的竞争中能够脱颖而出,同时也为今后进入中学学习打下坚实的基础。这一想法与中国地质大学出版社的领导和编辑同志不谋而合,使得我们的这一想法终于得以实现。

在本书的编写过程中,我们始终把握不超出《小学数学课程标准》范围,不给学生加重知识学习的负担,而坚持以加强学生的思维能力,提高学生的数学素质为目标,以小学数学知识的体系为线索,分类讲授,循序渐进。本书在例题的选编和讲解上注重思维过程的训练及分析和思考,不要求学生背题型、记套路。

此版写作提纲由朱晓拟定。第一部分由吴昌全撰写,第二部分由朱晓撰写,第三部分由彭新春撰写。

本书面世后,受到广大读者的关心和支持,不断收到广大教师及学生提出的许多意见与建议,在此深表谢意。本次修订,正是在接受了广大师生各种意见,总结了本书在使用过程中的得失,重新加工、整理,以便于不同层次、不同要求的学生使用。最后,热切希望广大读者一如既往地关心支持我们,并对书中存在的问题不吝赐教。

编 者

2002年5月

目 录

第一部分 基础知识

第一章 知识复习	(1)
§ 1.1 分数四则运算	(1)
§ 1.2 分数应用题	(4)
§ 1.3 圆	(9)
§ 1.4 百分数(一)	(13)
§ 1.5 百分数(二)	(17)
§ 1.6 比和比例	(21)
§ 1.7 圆柱和圆锥	(24)

第二部分 专题讲座

第二章 计 算	(29)
§ 2.1 计算策略	(29)
§ 2.2 计算方法	(32)
§ 2.3 分数的计算	(37)
第三章 应用题	(41)
§ 3.1 基础应用题	(41)
§ 3.2 工程问题	(46)
§ 3.3 行程问题(一)	(53)
§ 3.4 行程问题(二)	(61)
§ 3.5 生活中的数学	(67)
第四章 图形问题	(74)
§ 4.1 几何基础	(74)
§ 4.2 化整为零求面积	(79)
§ 4.3 拼拼凑凑求面积	(86)
§ 4.4 重重叠叠求面积	(93)
§ 4.5 等积变换	(98)
§ 4.6 立体图形的表面积	(107)
§ 4.7 立体图形的体积	(112)
§ 4.8 最新考题选讲	(117)
第五章 数的基础知识	(123)
§ 5.1 数位及数的表示	(123)

§ 5.2 数的整除	(126)
§ 5.3 约数与倍数	(130)
§ 5.4 周期·乘方	(134)
§ 5.5 循环与近似	(138)
§ 5.6 分数问题	(141)
§ 5.7 点击新试题(一)	(148)
§ 5.8 点击新试题(二)	(154)

(I) 第三部分 模拟试卷

模拟试卷(一)	(161)
模拟试卷(二)	(163)
模拟试卷(三)	(165)
模拟试卷(四)	(167)
模拟试卷(五)	(169)
模拟试卷(六)	(171)
模拟试卷(七)	(173)
模拟试卷(八)	(175)
模拟试卷(九)	(177)
模拟试卷(十)	(179)

答案与提示	(181)
-------------	-------

(181)	
(182)	
(183)	
(184)	
(185)	
(186)	
(187)	
(188)	
(189)	
(190)	
(191)	
(192)	
(193)	
(194)	
(195)	
(196)	
(197)	
(198)	
(199)	
(200)	
(201)	
(202)	
(203)	
(204)	
(205)	
(206)	
(207)	
(208)	
(209)	
(210)	
(211)	
(212)	
(213)	
(214)	
(215)	
(216)	
(217)	
(218)	
(219)	
(220)	
(221)	
(222)	
(223)	
(224)	
(225)	
(226)	
(227)	
(228)	
(229)	
(230)	
(231)	
(232)	
(233)	
(234)	
(235)	
(236)	
(237)	
(238)	
(239)	
(240)	
(241)	
(242)	
(243)	
(244)	
(245)	
(246)	
(247)	
(248)	
(249)	
(250)	
(251)	
(252)	
(253)	
(254)	
(255)	
(256)	
(257)	
(258)	
(259)	
(260)	
(261)	
(262)	
(263)	
(264)	
(265)	
(266)	
(267)	
(268)	
(269)	
(270)	
(271)	
(272)	
(273)	
(274)	
(275)	
(276)	
(277)	
(278)	
(279)	
(280)	
(281)	
(282)	
(283)	
(284)	
(285)	
(286)	
(287)	
(288)	
(289)	
(290)	
(291)	
(292)	
(293)	
(294)	
(295)	
(296)	
(297)	
(298)	
(299)	
(300)	

第一部分 基础知识

第一章 知识复习

§ 1.1 分数四则运算

【基础知识】

1. 运算法则.

(1) 分数加减法的运算法则: 同分母分数相加减, 只需要把分子相加减, 分母不变; 异分母分数相加减, 要先通分, 再按照同分母分数加减法的运算法则进行计算.

(2) 分数乘法的运算法则: 分数乘以分数, 用分子相乘的积作分子, 分母相乘的积作分母. 为了计算简便, 也可以先约分再相乘.

(3) 分数除法的运算法则: 甲数除以乙数(零除外), 等于甲数乘以乙数的倒数.

2. 分数的运算定律和性质与整数的运算定律和性质完全相同.

3. 分数四则混合运算的顺序与整数四则混合运算的顺序完全相同.

在没有括号的算式里, 应先算乘、除法, 再算加、减法; 在有括号的算式里, 要先算小括号里面的, 再算中括号里面的, 最后算括号外面的.

【例题选讲】

例 1 计算 $(6.3 \times \frac{5}{6} - 3\frac{9}{10}) \div 2\frac{1}{4}$

【讲解】 小数和分数相乘时, 如果能用同一个不等于零的数去除以这个小数和分数的分母, 使计算简便, 可以先约分, 再计算.

【解答】 原式 = $(6.3 \times \frac{5}{6} - 3\frac{9}{10}) \div 2\frac{1}{4}$

$$= (5.25 - 3.9) \div \frac{9}{4}$$

$$= 1.35 \times \frac{4}{9}$$

$$= 0.6.$$

【点评】 分数、小数加减混合运算, 如果分数能化成有限小数, 一般把分数化成小数进行计算比较简便; 分数不能化成有限小数时, 就把小数化成分数进行计算. 分数、小数乘除混合运算, 可以直接进行乘除运算, 也可以将小数化成分数再进行计算.

例 2 计算 $4\frac{2}{7} \times (\frac{7}{15} - \frac{3}{20}) - \frac{5}{14}$

【讲解】 运用乘法分配律和减法运算性质,可以使计算简便.

【解答】 原式 $= \frac{30}{7} \times \frac{1}{15} - \frac{30}{7} \times \frac{3}{20} - \frac{5}{14}$

$$= 2 - \frac{9}{14} - \frac{5}{14}$$

$$= 2 - (\frac{9}{14} + \frac{5}{14})$$

$$= 2 - 1$$

$$= 1.$$

【点评】 这道题如果按运算顺序计算,比较复杂.如果仔细观察分子、分母中各数的特点,就会发现这道题可以运用运算定律和性质进行简算.乘法分配律: $(a \pm b) \times c = a \times c \pm b \times c$,以及减法运算性质: $a - b - c = a - (b + c)$,这在四则混合运算中应用非常广泛.

例 3 计算 $\frac{23}{40} \times 210 \div [(1.625 - \frac{2}{3}) \times 5.25]$

【讲解】 因为 $1.625 = 1\frac{5}{8}$, 而 $1\frac{5}{8} - \frac{2}{3} = \frac{23}{24}$, $5.25 = \frac{21}{4}$, 所以运用 $a \div (b \times c) = a \div b \div c$ 的性质与分数乘法和分数除法的关系进行计算.

【解答】 原式 $= \frac{23}{40} \times 210 \div [(1\frac{5}{8} - \frac{2}{3}) \times 5.25]$

$$= \frac{23}{40} \times 210 \times \frac{24}{23} \times \frac{4}{21}$$

$$= 24.$$

【点评】 在分数与小数的混合运算中,常常需要进行分数与小数的互化,所以熟练掌握常用分数与小数的互化,是进行准确、迅速运算的基础.

例 4 计算 $1 - (\frac{101010}{202020})^2 \times (\frac{202202}{303303})^2 \times (\frac{333033}{555055})^2 \times (\frac{555555}{777777})^2$

【讲解】 根据减数中各个因数的分子与分母结构特点,分别用 101010, 101101, 111011 和 111111 约分,化简为 $(\frac{1}{2})^2 \times (\frac{2}{3})^2 \times (\frac{3}{5})^2 \times (\frac{5}{7})^2$ 进行计算.

【解答】 原式 $= 1 - (\frac{1}{2})^2 \times (\frac{2}{3})^2 \times (\frac{3}{5})^2 \times (\frac{5}{7})^2$

$$= 1 - \frac{1}{4} \times \frac{4}{9} \times \frac{9}{25} \times \frac{25}{49}$$

$$= 1 - \frac{1}{49}$$

$$= \frac{48}{49}.$$

【点评】 当同学们学习初中代数有关知识后,可根据性质 $a^2 \times b^2 = (a \times b)^2$ 计算 $(\frac{1}{2})^2 \times$

$(\frac{2}{3})^2 \times (\frac{3}{5})^2 \times (\frac{5}{7})^2 = (\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{7})^2 = (\frac{1}{7})^2 = \frac{1}{49}$, 就更加简便了.

§ 1.1 练习

1. 在方框里填上适当的数, 并完成余下的计算.

① $8\frac{16}{17} \div 4 = \square \div 4 + \square \div 4 =$

② $37\frac{5}{13} \times \frac{1}{6} = (36 + \frac{\square}{13}) \times \frac{1}{6} =$

2. 直接写得数.

① $8 \times 5\frac{1}{8} =$

② $\frac{34}{91} \times \frac{7}{17} =$

③ $10 - 3\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4} =$

④ $22\frac{1}{27} \div 7 =$

⑤ $\frac{10101}{131313} \times 91 =$

⑥ $112\frac{14}{23} \times \frac{1}{37} =$

⑦ $(1.6 + 3\frac{1}{5}) \times \frac{1}{8} =$

⑧ $0.125 \times \frac{32}{49} \times 8 =$

⑨ $\frac{3}{14} \times 13 + \frac{3}{14} =$

⑩ $54 \times \frac{52}{53} =$

⑪ $98 \div 98\frac{98}{99} =$

⑫ $\frac{3}{5} + 9\frac{3}{5} + 99\frac{3}{5} + 999\frac{3}{5} =$

3. 下面各题怎样计算简便就怎样计算.

① $15\frac{13}{24} - (11\frac{1}{24} - 3\frac{1}{2})$

② $1\frac{1}{18} \times 3\frac{1}{4} + 2.75 \div \frac{18}{19}$

③ $5\frac{3}{8} - 3.52 - 1\frac{12}{25} + 4.625$

④ $(31 \times 3\frac{2}{7} + 4\frac{5}{7} \div \frac{1}{31}) \times 0.125$

⑤ $(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8}) \div \frac{1}{48}$

⑥ $(\frac{23}{44} + \frac{46}{55}) \times \frac{11}{23}$

⑦ $7 \times 13 \times (1\frac{1}{7} - 1\frac{1}{13})$

⑧ $9\frac{2000}{2001} \times 1949$

⑨ $2000 \div \frac{2001}{2002}$

⑩ $5.4 \times \frac{3}{5} + 3.6 \div 1\frac{2}{3} + 0.6$

4. 计算下面各题.

① $(6\frac{8}{15} - 1.35) \div (2\frac{4}{5} + 0.31)$

② $6\frac{1}{6} + 3.5 \times \frac{5}{7} - 1.35 \div 1\frac{4}{5}$

③ $(4\frac{5}{18} - 3\frac{1}{3}) \times 10\frac{4}{5} - 9\frac{2}{5}$

④ $8\frac{9}{20} - (0.25 + \frac{1}{3}) \times 7.2$

⑤ $(1\frac{3}{5} - \frac{2}{3}) \times \frac{2}{7} \div (3 + \frac{3}{5})$

⑥ $2.47 \times [(8.1 \times 2\frac{1}{3} - \frac{9}{10}) \div 3.6]$

⑦ $7\frac{1}{3} \div [1.25 \div (4\frac{2}{3} - \frac{1}{2})]$

$$\textcircled{8} 8\frac{4}{5} \div [7.8 + \frac{1}{4} \times (2.75 + 1.25)] = \frac{41}{5} \div (\frac{78}{10} + \frac{1}{4} \times \frac{11}{2}) = \frac{41}{5} \div (\frac{78}{10} + \frac{11}{8}) = \frac{41}{5} \div \frac{311}{40} = \frac{41}{5} \times \frac{40}{311} = \frac{164}{311}$$

$$\textcircled{9} [5 - 3\frac{7}{8} \div (1\frac{5}{6} + \frac{3}{4})] \div 0.125$$

$$\textcircled{10} (\frac{1010}{2020})^2 \times (\frac{2202}{3303})^2 \times (\frac{3003}{4004})^2 \times (\frac{4444}{5555})^2$$

5. 列式计算.

① 1.2 的 $\frac{3}{8}$ 加上 $\frac{5}{8}$ 除以 $\frac{5}{6}$ 的商, 和是多少?

② $1\frac{2}{5}$ 与 $4\frac{4}{5}$ 的和除以 2 减去 $\frac{3}{5}$ 的差, 商是多少?

③ $1\frac{1}{2}$ 的 $\frac{1}{3}$ 加上 $\frac{1}{4}$, 所得的和除以 $5\frac{1}{4}$, 结果是多少?

④ $\frac{8}{9}$ 的倒数加上 2.4 乘以 0.8 的积, 和是多少?

⑤ $\frac{7}{12}$ 与它的倒数的积减去 0.125 所得的差除以 $\frac{3}{8}$, 商是多少?

⑥ 一个数的 $\frac{3}{4}$ 是 3.6, 这个数的 $\frac{5}{6}$ 是多少?

⑦ 一个数的 $\frac{3}{20}$ 是 $\frac{1}{18}$ 的倒数, 这个数是多少?

⑧ 一个数的 $2\frac{1}{2}$ 倍加上 1.2 等于 2.4 的 $\frac{7}{8}$, 求这个数.

⑨ 55 的 $\frac{3}{11}$ 比一个数的 2 倍少 4, 这个数是多少?

⑩ 一个数增加它的 $\frac{1}{4}$ 后等于 120 的 $\frac{2}{5}$, 求这个数.

§ 1.2 分数应用题

【基础知识】

(1) 解答分数应用题, 首先要找准单位“1”以及与分率相对应的数量, 根据题目要求确定解答方法. 我们一般将分数应用题分为三大类, 但在解题时不可死记硬背, 一定要结合具体问题来理解, 始终注意“与量相对应的分率”、“与分率相对应的量”. 对于稍复杂的求一个数的几分之几是多少的应用题, 往往所求数量的对应分率没有直接告诉我们, 因此, 在分析数量关系时, 一定要注意找准所求数量的对应分率, 做到一一对应. 在解答已知一个数的几分之几是多少求这个数的应用题时, 可将单位“1”的量设为 x , 用求一个数的几分之几是多少的关系列出方程进行解答, 也可用“对应”数量除以对应分率得单位“1”的关系式用算术方法解答.

(2) 解答工程问题时, 除了必须掌握工程问题的结构特点和基本关系式外, 对工作状态的分析和转化尤为重要, 如谁先工作, 谁与谁合作, 还剩下多少等等. 同时根据需要, 灵活地转化工作状态, 例如: “甲先工作 3 小时后, 乙接替甲工作 5 小时”, 可以转化为“甲、乙先合作 3 小时后, 乙再工作 2 小时”.

【例题选讲】

例 1 甲、乙两个油桶共装油 120 千克,若从甲桶里取出 $\frac{1}{6}$ 倒入乙桶,则两桶油的重量正好相等.原来每个桶各装油多少千克?

【讲解】 根据题意画出线段图 1-1.

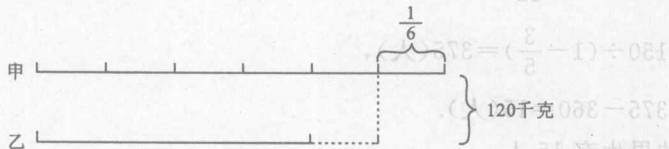


图 1-1

从图中可以看出,原来乙桶的油相当于甲桶的 $(1 - \frac{1}{6} \times 2)$,所以 120 的对应分率是 $[1 + (1 - \frac{1}{6} \times 2)]$.

【解答】 $120 \div [1 + (1 - \frac{1}{6} \times 2)] = 120 \div \frac{5}{3} = 72$ (千克),
 $120 - 72 = 48$ (千克).

答:原来甲桶装油 72 千克,乙桶装油 48 千克.

变式 将例 1 中第二个已知条件改为“若甲桶里倒出 $\frac{1}{8}$,乙桶里倒进 15 千克,则两桶油的重量正好相等”.再列式解答.

【讲解】 根据题意画出线段图 1-2.

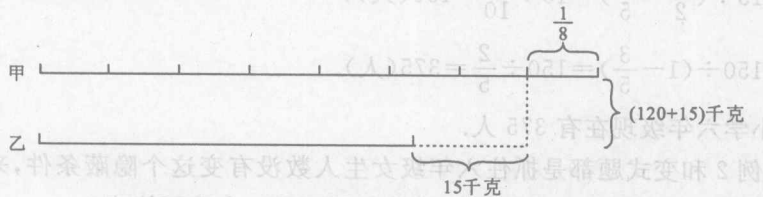


图 1-2

从图中可以看出,乙桶增加 15 千克后相当于甲桶原来的 $(1 - \frac{1}{8})$,所以 $(120 + 15)$ 的对应分率是 $(1 + 1 - \frac{1}{8})$.

【解答】 $(120 + 15) \div (1 + 1 - \frac{1}{8}) = 135 \div \frac{15}{8} = 72$ (千克),
 $120 - 72 = 48$ (千克).

答:原来甲桶装油 72 千克,乙桶装油 48 千克.

【点评】 有些分数应用题设置的情景比较复杂,或者条件不太明显,我们可以利用线段图帮助分析数量关系,找准已知数量的对应分率.线段图是我们解题的好帮手,在解每道题前,不妨尝试着依题意画出线段图.

例 2 育才小学六年级有学生 360 人,其中男生占 $\frac{7}{12}$,后来又转来了几名男生,这样男生

占六年级总人数的 $\frac{3}{5}$.问转来的男生有多少人?

【讲解】在本题中,男生人数、六年级总人数都发生了变化,但女生人数却没有变化,因此可根据女生人数这个不变量求出后来六年级的总人数,进而算出转来的男生人数.

【解答】 $360 \times (1 - \frac{7}{12}) = 150(\text{人}),$

$$150 \div (1 - \frac{3}{5}) = 375(\text{人}),$$

$$375 - 360 = 15(\text{人}).$$

答:转来的男生有 15 人.

变式 育才小学六年级学生中男生占 $\frac{7}{12}$,后来又转来了 15 名男生,这样男生占六年级总人数的 $\frac{3}{5}$.育才小学六年级现在有多少人?

【讲解】因为本题中女生人数没有变化,因此可以把女生人数看作单位“1”,那么原来男生人数相当于女生的 $\frac{7}{12} \div (1 - \frac{7}{12})$,现在男生人数相当于女生的 $\frac{3}{5} \div (1 - \frac{3}{5})$,再根据男生增加 15 人,先求出女生人数,最后求六年级现有总人数.

【解答】 $\frac{7}{12} \div (1 - \frac{7}{12}) = \frac{7}{5},$

$$\frac{3}{5} \div (1 - \frac{3}{5}) = \frac{3}{2},$$

$$15 \div (\frac{3}{2} - \frac{7}{5}) = 15 \div \frac{1}{10} = 150(\text{人}),$$

$$150 \div (1 - \frac{3}{5}) = 150 \div \frac{2}{5} = 375(\text{人}).$$

答:育才小学六年级现在有 375 人.

【点评】例 2 和变式题都是抓住六年级女生人数没有变这个隐蔽条件,来解答题中所求的问题.利用不变的量求变化的量是解答分数应用题的一个重要策略.

例 3 一项工程,甲、乙、丙三队单独完成分别需要 20 天、24 天、30 天.现在三队合作,但甲队因中途另有任务提前撤走,结果用 12 天完成.甲队只工作了多少天?

【讲解】乙、丙两队工作 12 天,完成了全部工程的 $(\frac{1}{24} + \frac{1}{30}) \times 12 = \frac{9}{10}$,甲队完成了这项工程的 $1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$,甲队工作时间可以求出.

【解答】 $[1 - (\frac{1}{24} + \frac{1}{30}) \times 12] \div \frac{1}{20}$

$$= \frac{1}{10} \div \frac{1}{20} \\ = 2(\text{天}).$$

答:甲队只工作了 2 天.

【点评】如果在合作过程中,有人中途休息,我们在解题时可以先考虑没有休息的人所完成的工作量,然后推算出休息者的工作量和工作时间.

变式 一项工程,甲、乙、丙三队单独完成分别需要 20 天、24 天、30 天.现在由三队合作完成,在工作过程中,甲队休息了 5 天,乙队休息了 3 天,丙队没有休息,最后完成了全部工程.问完成这项工程前后一共用了多少天?

【讲解】 本题实际上就是求丙队一共工作的天数.如果我们假设甲、乙两队也同丙队那样一直干到底,那么完成的工作总量应是 $(1 + \frac{1}{20} \times 5 + \frac{1}{24} \times 3)$,用工作总量除以三队工效的和,就可求出工作的时间.

$$\begin{aligned} \text{【解答】} & (1 + \frac{1}{20} \times 5 + \frac{1}{24} \times 3) \div (\frac{1}{20} + \frac{1}{24} + \frac{1}{30}) \\ &= 1 \frac{3}{8} \div \frac{1}{8} \\ &= 11(\text{天}). \end{aligned}$$

答:完成这项工程前后一共用了 11 天.

【点评】 本题通过假设甲乙都不休息,仍在工作,将原题转化成已知总工作量、三队工效和,求工作时间的问題,较易求解.当然,本题也可以用方程解.设丙队工作了 x 天,可列出方程: $\frac{1}{20} \times (x-5) + \frac{1}{24} \times (x-3) + \frac{1}{30}x = 1$,解方程可得出丙队工作的天数.

例 4 A、B 两队合作完成一项工程需 48 天.该项工程由 A 队单独做了 60 天后,交给 B 队, B 队需要再做 32 天才能完成全部工程. B 队单独完成全部工程需要多少天?

【讲解】 A、B 的工效和是 $\frac{1}{48}$, A 队单独做 60 天后,再由 B 队单独做 32 天,可以理解为 A、B 合作 32 天后, A 队再单独做 $(60-32)$ 天.先求出 A 队的工效,再求 B 队的工效.

$$\begin{aligned} \text{【解答】} & (1 - \frac{1}{48} \times 32) \div (60 - 32) \\ &= \frac{1}{3} \div 28 \\ &= \frac{1}{84}. \end{aligned}$$

$$1 \div (\frac{1}{48} - \frac{1}{84}) = 112(\text{天}).$$

答: B 队单独完成全部工程需要 112 天.

【点评】 解答这道题的关键是将题中条件“A 队单独做 60 天后, B 队再做 32 天”转化成“A、B 两队合作 32 天, A 队再单独做 28 天”.这种转化解题的方法在工程问題中,应用较为广泛.

§ 1.2 练习

1. 筑路队修筑一段公路,已修 450 米,还剩 600 米未修.

①已修的与未修的比是();②未修的是已修的()倍;③已修的占全长的($\frac{\quad}{\quad}$);

④未修的与全长的比是($\frac{\quad}{\quad}$);⑤已修的比未修的少($\frac{\quad}{\quad}$);⑥未修的比已修的多($\frac{\quad}{\quad}$).

2. 完成下面各题,并分析比较各题之间的联系与区别.

①修一幢教学楼,原计划投资 48 万元,实际节约投资 $\frac{1}{4}$,节约投资_____万元.

②修一幢教学楼,原计划投资 48 万元,实际节约投资 $\frac{1}{4}$,实际投资_____万元.

③修一幢教学楼,实际投资 36 万元,比原计划节约投资 $\frac{1}{4}$,原计划投资_____万元.

④修一幢教学楼,实际投资 36 万元,比原计划节约投资 $\frac{1}{4}$,节约了_____万元.

3. 秦奋同学看一本书,每小时看全书的 $\frac{1}{20}$,上午看 3 小时,下午看 2 小时,还剩下 120 页未看,这本书共有多少页?

4. 一批化肥,两天运完.第一天运走 60 吨,第二天运走这批化肥的 $\frac{1}{3}$ 多 2 吨.这批化肥共有多少吨?

5. 东方小学五年级有三个班,一班和二班人数相等,三班的人数占全年级的 $\frac{7}{20}$,并且比一班多 3 人.问:五年级共有学生多少人?

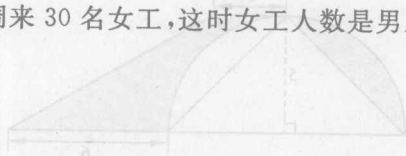
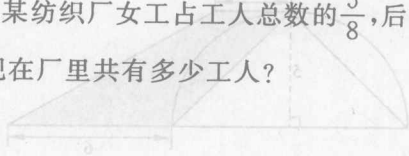
6. 甲乙两个养鸡专业户共养鸡 2000 只,如果甲卖掉他养鸡总数的 $\frac{1}{4}$,乙卖掉 110 只鸡,则甲乙两户剩余鸡的只数相等.问甲乙两户原来各养鸡多少只?

7. 有两个桶共装油 44 千克,如果从第一桶倒出 $\frac{1}{5}$,给第二桶倒进 2.8 千克,则两桶油正好相等,原来每只桶各装油多少千克?

8. 操场上有 108 名同学在锻炼身体,其中女生占 $\frac{2}{9}$,后来又来了几名女生,使女生人数达到男生人数的 $\frac{3}{7}$.问:后来又来了几名女生?

9. 袋里有若干个球,其中红球占 $\frac{5}{12}$,后来又往袋里放了 6 个红球,这时红球占总数的 $\frac{1}{2}$.问:现在袋里有多少个球?

10. 某纺织厂女工占工人总数的 $\frac{5}{8}$,后来又调来 30 名女工,这时女工人数是男工人数的 2 倍.问:现在厂里共有多少工人?



§ 1.3 圆

【基础知识】

(1) 圆是平面上的曲线型图形.

圆的周长与直径的比是一个固定的值,这个值称为圆周率.用字母 π 表示.

圆的周长公式: $C = \pi d$ 或 $C = 2\pi r$ (C 为圆周长, d 为直径, r 为半径).

圆的面积公式: $S = \pi r^2$.

当 r 由于知识局限不能求出时,可把 r^2 作为整体求解.

(2) 有关圆的计算中的几个常数.

① 正方形中的最大圆的面积占正方形面积的 78.5%.

② 圆中最大的正方形的面积占圆面积的 $\frac{100}{157}$.

(3) 扇形是圆的一部分,它是由圆心角的两条半径和圆心角所对的弧围成的图形,它的面积计算公式是 $S_{\text{扇形}} = \frac{\pi r^2}{360} \cdot n$. 这是一个常用的公式,记忆的方法是:先把面积为 πr^2 的圆平均分成 360 份,圆心角是 1° 的扇形的面积是 $\frac{\pi r^2}{360}$,所以圆心角为 n° 的扇形的面积为 $\frac{\pi r^2}{360} \cdot n$.

【例题选讲】

例 1 图 1-3 是三个半圆(单位:厘米),其阴影部分的周长是多少?

【讲解】 由图可知,阴影部分是由三个直径不同的半圆周所围成的.

【解答】 $3.14 \times (9+4) \times \frac{1}{2} + 3.14 \times 9 \times \frac{1}{2} + 3.14 \times 4 \times \frac{1}{2}$
 $= 3.14 \times \frac{1}{2} \times (9+4+9+4) = 40.82$ (厘米).

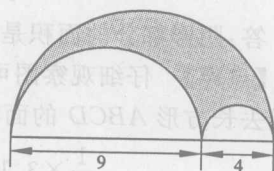


图 1-3

答:阴影部分的周长是 40.82 厘米.

【点评】 实际上,该图形中两个小半圆的直径之和等于大半圆的直径,因而它们的周长也正好等于大半圆的半圆周.

推而广之,若 n 个小圆的直径之和等于大圆的直径,即

$$d_1 + d_2 + d_3 + \cdots + d_n = D,$$

那么这些小圆的周长之和也等于大圆的周长,即

$$\begin{aligned} \pi d_1 + \pi d_2 + \pi d_3 + \cdots + \pi d_n &= \pi(d_1 + d_2 + d_3 + \cdots + d_n) = \pi D. \end{aligned}$$

例 2 求图 1-4 中阴影部分的面积.(单位:厘米)

【讲解】 本题可以采用一般方法,也就是分别计算两块阴影部分面积,再加起来,但不如

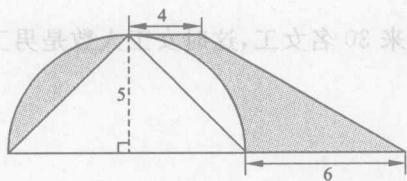


图 1-4

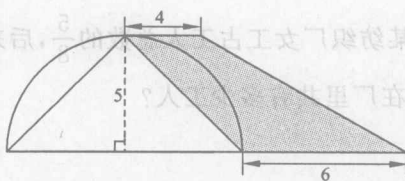


图 1-5

整体考虑好. 我们可以运用翻折的方法, 将左上角一块阴影部分(弓形)翻折到半圆的右上角(以图中叠线为折痕), 把两块阴影部分合在一起, 组成一个梯形(图 1-5), 这样计算就很容易了.

【解答】 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{梯形}} = (4+6) \times 5 \div 2 = 25$ (平方厘米).

答: 阴影部分的面积是 25 平方厘米.

本题也可以看做将左上角的弓形绕圆心旋转 90° , 到达右上角, 得到同样的一个梯形.

【点评】 当某些图形的面积不易直接计算时, 可以把这个图形的各个部分适当拼接成一个易于直接计算的图形. 也就是说, 可以化零为整. 上述解法运用翻折(或旋转)的方法达到了化零为整的目的.

例 3 图 1-6 中长方形 $ABCD$ 的 $AB=6$ 厘米, $BC=4$ 厘米. 求阴影部分的面积.

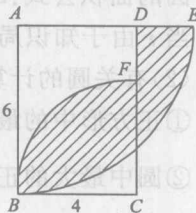


图 1-6

【讲解】 从图中可以看出: 阴影部分面积等于扇形 ABE 的面积减去空白部分 $ABFD$ 的面积. $ABFD$ 是一个不规则的图形, 它的面积无法直接求出, 可以用长方形 $ABCD$ 的面积减去扇形 BCF 的面积求出.

【解答】 $ABFD$ 的面积为: $6 \times 4 - \frac{1}{4} \times 3.14 \times 4^2 = 24 - 12.56 = 11.44$ (平方厘米).

阴影部分的面积为: $\frac{1}{4} \times 3.14 \times 6^2 - 11.44 = 28.26 - 11.44 = 16.82$ (平方厘米).

答: 阴影部分的面积是 16.82 平方厘米.

【点评】 仔细观察图可以发现, 阴影部分面积等于扇形 ABE 的面积加上扇形 BCF 的面积减去长方形 $ABCD$ 的面积. 因此, 阴影部分面积还可以用如下方法求.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \times 3.14 \times 6^2 + \frac{1}{4} \times 3.14 \times 4^2 - 6 \times 4 \\ &= \frac{1}{4} \times 3.14 \times (6^2 + 4^2) - 6 \times 4 \\ &= 40.82 - 24 \\ &= 16.82 \text{ (平方厘米)}. \end{aligned}$$

§ 1.3 练习

1. 一个半圆的周长是 10.28 分米, 它的半径是多少分米? 面积是多少平方分米?