

中央电视台教育节目用书

统计学基础知识 辅导材料



中国统计出版社

中国电视教材编写系列丛书

统计学基础知识

电视教材



中国电视出版社

目 录

第一章	一些必要的初等代数知识	(1)
	单元小结 习题解答	
第二章	函数与图形	(18)
	单元小结 习题解答	
第三章	极限与连续	(37)
	单元小结 习题解答	
第四章	微分学	(49)
	单元小结 习题解答	
第五章	积分学	(73)
	单元小结 习题解答	
第六章	多元函数	(89)
	单元小结 习题解答	
计算公式汇编		(98)

第一章 一些必要的初等代数知识

单元小结

在这一章里，主要介绍了一些与学习高等数学有关的预备知识：数的概念，指数与根式，对数，整式方程解法，绝对值及直线的倾角与斜率。

第一节的主要内容是数的概念及实数分类。

第二节介绍正整数指数的定义，指数概念的推广，指数运算法则及根式。

1. 正整数指数的定义可以推广到有理数范围。

零指数 $a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$

负指数 $a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0, n \text{ 是正整数})$

分数指数 $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad (a > 0; m, n \text{ 都是整数}, n \neq 0)$

指数的概念还可以推广到实数范围，并且有理数指数幂的性质同样适用于无理数指数幂（这部分本书略而未讲）。

2. 开方与乘方互为逆运算。在实数范围内，一个正数的 n 次方根都有意义，一个负数的奇次方根有意义，偶次方根无意义。

正数的正平方根是算术平方根。

一般来说，简单的根式乘、除、乘方运算可用根式运算做，复杂的根式运算则用指数运算做，这样计算比较简便。

第三节的主要内容是对数的意义、性质、运算及常用对

数与自然对数。其中：

1. 指数式与对数式的关系 2. 对数运算法则：

$$\log_a (N_1 N_2) = \log_a N_1 + \log_a N_2$$

$$\log_a \frac{N_1}{N_2} = \log_a N_1 - \log_a N_2 \quad \log_a (N)^n = n \log_a N$$

$$\log_a \sqrt[n]{N} = \frac{1}{n} \log_a N$$

利用对数可以把乘、除运算化为加、减运算，把乘方、开方运算化为乘、除运算。

式 子	名 称			意 义
	a ($a > 0$, 且 $a \neq 1$)	b	N ($N > 0$)	
指 数 式 $a^b = N$	底 数	指 数	幂	a 的 b 次幂等于 N
对 数 式 $\log_a N = b$	底 数	对 数	真 数	以 a 为底 N 的对数等于 b

3. 换底公式

$$1^\circ \log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b} \quad 2^\circ \ln N = \frac{\lg N}{\lg e}$$

第四节的主要内容是线性方程组、一元二次方程及二元二次方程组的解法。在线性方程组的解法中，主要讲了用行列式解线性方程组的方法。其中：

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$$

三阶行列式的定义是：

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 - a_3 b_2 c_1 - a_2 b_1 c_3 - a_1 b_3 c_2$$

用对角线法则很容易记住这些定义。对角线法则仅适用于二、三阶行列式。按一行（或一列）的展开法适用于三阶或三阶以上的行列式。

2. 二元线性方程组的解可用二阶行列式来表示：

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}; \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$$

其中 Δ 是方程组 x, y 的系数按原位置排列而组成的行列式， Δ_x, Δ_y 是用常数项依次代替 Δ 中第一、第二列元素所得出的行列式。在 $\Delta \neq 0$ 时，方程组有唯一解；在 $\Delta = 0, \Delta_x \neq 0, \Delta_y \neq 0$ 的条件下，方程组无解；在 $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = 0$ 的条件下，方程组有无穷多组解。

三元一次方程组的解同样可用三阶行列式表示。

第五节的主要内容是绝对值。

1. 在数轴上，绝对值就是线段的长度。正数的绝对值是这个正数的本身；负数的绝对值是这个负数的相反的数。

2. 当 $a > 0$ 时， $|x| < a, |x| > a$ 型不等式的解集分别是 $-a < x < a$ 和 $x > a$ 及 $x < -a$ 。

第六节的主要内容是直线的倾角及斜率，直线方程的求法。

1. 直线方程是二元一次方程，反之，二元一次方程 $Ax + By + C = 0$ 表示一条直线。

2. 直线有下列三种特殊形式的方程：

1° 点斜式： $y - y_0 = k(x - x_0)$ ， k 是斜率， (x_0, y_0) 为直线上一点的坐标值。

2° 斜截式： $y = kx + b$ ， k 为斜率， b 是直线在 y 轴上的截距。

3° 两点式： $\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}$ ， (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2)

是直线上两点的坐标值。

它们之间可以互相转化,其中点斜式是最基本的。对于一条直线,若已知其斜率和其上一点,就可确定这直线的方程。

习 题 解 答

习 题 1--2

1. 计算下列各题:

$$1^{\circ} \quad (a^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}} = a^{\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}} = a$$

$$2^{\circ} \quad a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{3}{2}} = a^{\frac{2}{3} + \frac{3}{2}} = a^{\frac{13}{6}} = a^2 \sqrt[6]{a}$$

$$3^{\circ} \quad x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{-\frac{2}{3}} = x^{\frac{2}{3} - \frac{2}{3}} = 1$$

$$4^{\circ} \quad (x^{-\frac{1}{2}})^2 = x^{-\frac{1}{2} \cdot 2} = \frac{1}{x}$$

$$5^{\circ} \quad (a+b)^{-2} = \frac{1}{(a+b)^2} = \frac{1}{a^2 + 2ab + b^2}$$

$$6^{\circ} \quad \left(\frac{bc}{a}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{bc}{a}\right)^3} = \frac{a^3}{b^3 c^3} \text{ 或 } = \left(\frac{a}{bc}\right)^3 = \frac{a^3}{b^3 c^3}$$

$$7^{\circ} \quad \left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + (-4.3)^0 + 0.1^{-2}$$

$$= \left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} + 1 + \frac{1}{\left(\frac{1}{10}\right)^2} = \frac{3}{2} + 1 + 100 = 102\frac{1}{2}$$

$$8^{\circ} \quad 125^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 343^{\frac{1}{3}}$$

$$= (5^3)^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} - (7^3)^{\frac{1}{3}} = 25 + 4 - 7 = 22$$

2. 计算下列各题:

$$1^\circ \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{5}} = x^{1+\frac{1}{5}} = x^{\frac{6}{5}} = \sqrt[5]{x^6}$$

$$2^\circ \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[6]{a^5} = a^{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{5}{6}} = a^{\frac{27}{12}} = a^{\frac{9}{4}} = a^2 \sqrt[4]{a}$$

$$3^\circ \sqrt[3]{\sqrt{3}} = 3^{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{3}$$

$$4^\circ \sqrt[3]{xy^2 \sqrt{xy^{-1}}} = [xy^2(x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}})]^{\frac{1}{3}} = [x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{3}{2}}]^{\frac{1}{3}} \\ = x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} = \sqrt{xy}$$

习 题 1—3

1. 把下列指数式写成对数式:

$$1^\circ 3^6=729, \log_3 729=6 \quad 2^\circ 4^5=1024, \log_4 1024=5$$

$$3^\circ 10^4=10,000, \log_{10} 10,000=4$$

$$4^\circ \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}, \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{32} = 5$$

$$5^\circ y=3^x, \log_3 y=x \quad 6^\circ y=3^{-x}, \log_3 y=-x$$

2. 把下列各对数式写成指数式:

$$1^\circ \log_2 64=6, \quad 2^6=64 \quad 2^\circ \log_3 81=4, 3^4=81$$

$$3^\circ \log_{10} 0.01=-2, \quad 10^{-2}=0.01$$

$$4^\circ \log_{\frac{4}{3}} \frac{27}{64}=-3, \quad \left(\frac{4}{3}\right)^{-3}=\frac{27}{64}$$

$$5^\circ \log_3 \frac{1}{81}=-4, \quad 3^{-4}=\frac{1}{81}$$

$$6^\circ y=\log_{\frac{1}{4}} x, \quad \left(\frac{1}{4}\right)^y=x$$

3. 已知 $\lg 2=0.3010, \lg 3=0.4771$, 求:

$$1^\circ \lg 5 = \lg \frac{10}{2} = \lg 10 - \lg 2 = 1 - 0.3010 = 0.6990$$

$$\begin{aligned}
 2^{\circ} \quad \lg \sqrt{0.12} &= \frac{1}{2} \lg \frac{12}{100} = \frac{1}{2} \lg \frac{2^2 \cdot 3}{100} \\
 &= \frac{1}{2} (\lg 2^2 + \lg 3 - \lg 100) \\
 &= \lg 2 + \frac{1}{2} \lg 3 - \frac{1}{2} \lg 100 \\
 &= 0.3010 + \frac{1}{2} \cdot 0.4771 - \frac{1}{2} \cdot 2 = -0.4605
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3^{\circ} \quad \lg 0.003 &= \lg \frac{3}{1000} = \lg 3 - \lg 1000 = 0.4771 - 3 \\
 &= -2.5229
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4^{\circ} \quad \lg 7.2 &= \lg \frac{72}{10} = \lg \frac{2^3 \cdot 3^2}{10} = \lg 2^3 + \lg 3^2 - \lg 10 \\
 &= 3 \lg 2 + 2 \lg 3 - 1 = 3 \times 0.3010 + 2 \times 0.4771 - 1 \\
 &= 0.8572
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5^{\circ} \quad \lg 4800 &= \lg (48 \cdot 100) = \lg 48 + \lg 100 = \lg (2^4 \cdot 3) \\
 &\quad + \lg 100 = \lg 2^4 + \lg 3 + \lg 100 = 4 \lg 2 + \lg 3 + \lg 100 \\
 &= 4 \times 0.3010 + 0.4771 + 2 = 3.6811
 \end{aligned}$$

$$6^{\circ} \quad \lg x = \bar{8}.4771, x = 0.00000003$$

4. 化简下列各题:

$$\begin{aligned}
 1^{\circ} \quad \lg \frac{300}{7} + \lg \frac{100}{3} + \lg 1 &= \lg 300 - \lg 7 + \lg 100 - \lg 3 \\
 &= \lg 3 + \lg 100 - \lg 7 + \lg 100 - \lg 3 = 4 - \lg 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2^{\circ} \quad &\frac{\frac{1}{2} \lg 243 + \lg 8 - \lg \sqrt{30,000}}{\lg 0.72} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} \lg 3^5 + \lg 2^3 - \frac{1}{2} \lg (3 \times 10,000)}{\lg \frac{72}{100}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\frac{5}{2}\lg 3 + 3\lg 2 - \frac{1}{2}\lg 3 - \frac{1}{2}\lg 10000}{\lg 72 - \lg 100} \\
 &= \frac{2\lg 3 + 3\lg 2 - 2}{\lg 72 - 2} = \frac{\lg 3^2 + \lg 2^3 - 2}{\lg 72 - 2} \\
 &= \frac{\lg(3^2 \times 2^3) - 2}{\lg 72 - 2} = \frac{\lg 72 - 2}{\lg 72 - 2} = 1
 \end{aligned}$$

5. 计算下列各题:

$$1^\circ \quad 2\log_5 25 + 3\log_2 64 - 8\log_{10} 1 = 2 \times 2 + 3 \times 6 = 22$$

$$\begin{aligned}
 2^\circ \quad &\lg 25 + \lg 2 \cdot \lg 50 + \lg^2 2 = \lg 25 + \lg 2(\lg 50 + \lg 2) \\
 &= \lg 5^2 + \lg 2(\lg 50 \times 2) = 2\lg 5 + \lg 2 \cdot \lg 100 \\
 &= 2\lg 5 + 2\lg 2 = 2(\lg 5 + \lg 2) = 2\lg 10 = 2
 \end{aligned}$$

$$3^\circ \quad 1$$

$$4^\circ \quad \log_2(\log_2 16) = \log_2(\log_2 2^4) = \log_2 4 = 2$$

6. 利用对数计算下列各式的值:

$$1^\circ \quad x = 144.6 \times 0.0256 \times 0.75^3$$

$$\therefore \lg x = \lg 144.6 + \lg 0.0256 + 3\lg 0.75 = 0.1937$$

$$\therefore x = 1.562$$

$$2^\circ \quad x = \frac{120.4 \times 1.44}{300.1}$$

$$\therefore \lg x = \lg 120.4 + \lg 1.44 - \lg 300.1 = \bar{1}.7618$$

$$\therefore x = 0.578$$

$$3^\circ \quad x = \sqrt[5]{17.32}$$

$$\therefore \lg x = \frac{1}{5}\lg 17.32 = 0.2477 \quad \therefore x = 1.769$$

习题 1-4

1. 用加减消元法解下列方程组:

$$1^\circ \quad 3x + 7y = -20 \quad \textcircled{1}$$

$$3x - 5y = 16 \quad ②$$

$$② - ①, \text{得} \quad -12y = 36, \quad y = -3$$

将 $y = -3$ 代入①, 得 $3x - 21 = -20, \quad x = 1/3$

$$\therefore x = 1/3, \quad y = -3$$

$$2^\circ \quad 3x + 4y = 16 \quad ① \qquad 5x - 6y = 33 \quad ②$$

$$① \times 3 + ② \times 2 \quad \text{得} \quad 19x = 114, \quad x = 6$$

将 $x = 6$ 代入①得 $18 + 4y = 16, \quad y = -1/2$

$$\therefore x = 6 \quad y = -1/2$$

2. 计算下列二阶行列式的值:

$$1^\circ \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = 2 \times (-4) - 3 \times 1 = -8 - 3 = -11$$

$$2^\circ \quad \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 2 \times 0 - 2 \times 0 = 0$$

$$3^\circ \quad \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 0 \times 3 - 0 \times 3 = 0$$

$$4^\circ \quad \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 \times 2 - 3 \times 3 = 4 - 9 = -5$$

3. 用行列式法解下列方程组:

$$1^\circ \quad \begin{cases} x + y = 1 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases} \quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -1 \neq 0, \text{方程组有唯一解。}$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = -3 \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 2$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-3}{-1} = 3 \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{2}{-1} = -2$$

$$2^\circ \quad \begin{cases} 2x - 7y = 8 \\ 3x - 8y = 10 \end{cases} \quad \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ 3 & -8 \end{vmatrix} = 5 \neq 0, \text{方程组}$$

有唯一解;

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 8 & -7 \\ 10 & -8 \end{vmatrix} = 6, \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 3 & 10 \end{vmatrix} = -4$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-4}{5} = -\frac{4}{5}$$

$$3^\circ \begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ 6x + 8y = 2 \end{cases} \quad \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 8 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} = 0, \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = 0,$$

$\therefore \Delta = \Delta_x = \Delta_y = 0, \therefore$ 方程组有无穷多组解。

$$4^\circ \begin{cases} 3x + 5y = 4 \\ 6x + 10y = 2 \end{cases} \quad \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 10 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 10 \end{vmatrix} = 30, \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = -18$$

$\therefore \Delta = 0$, 且 $\Delta_x \neq 0, \Delta_y \neq 0, \therefore$ 方程组无解。

4. 利用对角线法则, 计算下列三阶行列式的值。

$$1^\circ \begin{vmatrix} 6 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 6 \\ 8 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 6 \times 2 \times 2 + 1 \times 1 \times 7 + 8 \times 6 \times 5 \\ - (7 \times 2 \times 8 + 6 \times 1 \times 6 + 2 \times 5 \times 1) = 113$$

$$2^\circ \begin{vmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 5 & 6 & 7 \end{vmatrix} = 7 \times 0 \times 7 + 0 \times 6 \times 2 + 5 \times 0 \times 1 \\ - (2 \times 0 \times 5 + 0 \times 6 \times 7 + 7 \times 0 \times 1) = 0$$

$$3^\circ \begin{vmatrix} 15 & 1 & 7 \\ 6 & 1 & 5 \\ 7 & 1 & 6 \end{vmatrix} = 15 \times 1 \times 6 + 6 \times 1 \times 7 + 7 \times 5 \times 1 \\ - (7 \times 1 \times 7 + 5 \times 1 \times 15 + 6 \times 6 \times 1) = 7$$

$$4^{\circ} \begin{vmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 7 & 2 & 9 \\ 4 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 1 \times 2 \times 3 + 7 \times 0 \times 6 + 4 \times 9 \times 4 \\ - (6 \times 2 \times 4 + 9 \times 0 \times 1 + 3 \times 7 \times 4) \\ = 18$$

5. 将下列行列式按任意一行或一列展开, 并求值。

$$1^{\circ} \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 6 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{按第二列展开}$$

$$\Delta = 1 \times (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + 1 \times (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} \\ = - \begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} \\ = -(6 \times 1 - 4 \times 0) - (3 \times 4 - 6 \times 2) = -6$$

$$2^{\circ} \begin{vmatrix} 5 & 3 & 6 \\ 3 & 5 & 5 \\ 5 & 1 & 6 \end{vmatrix} \quad \text{按第三行展开}$$

$$\Delta = 5 \times (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 5 & 5 \end{vmatrix} + 1 \times (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} \\ + 6 \times (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} \\ = 5 \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 5 & 5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} + 6 \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} \\ = 5 \times (15 - 30) - (25 - 18) + 6(25 - 9) = 14$$

$$3^{\circ} \begin{vmatrix} 1 & 7 & 3 \\ 4 & 9 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{按第三列展开}$$

$$\Delta = 3 \times (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 4 & 9 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 4 & 9 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3(8-9) = -3$$

$$4^{\circ} \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix} \quad \text{按第一行展开}$$

$$\begin{aligned} \Delta &= 3 \times (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 1 \times (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} \\ &\quad + 2 \times (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 3 \times \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} \\ &\quad + 2 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 3 \times 8 - 2 \times 8 = 8 \end{aligned}$$

6. 用行列式解下列方程组:

$$1^{\circ} \begin{cases} 3x + 2y + z = 13 \\ x + y + 2z = 7 \\ 2x + 3y - z = 12 \end{cases} \quad \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -10$$

$\because \Delta \neq 0, \therefore$ 方程组有唯一解

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 13 & 2 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 12 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -20 \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 13 & 1 \\ 1 & 7 & 2 \\ 2 & 12 & -1 \end{vmatrix} = -30$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 13 \\ 1 & 1 & 7 \\ 2 & 3 & 12 \end{vmatrix} = -10 \quad \therefore \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$2^{\circ} \begin{cases} 3x + 4z = 7 \\ 2x + 3y + z = 9 \\ 5x - 9y + 7z = 8 \end{cases} \quad \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \\ 5 & -9 & 7 \end{vmatrix} = -42$$

$\because \Delta \neq 0, \therefore$ 方程组有唯一解

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & 0 & 4 \\ 9 & 3 & 1 \\ 8 & -9 & 7 \end{vmatrix} = -210 \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 2 & 9 & 1 \\ 5 & 8 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= -14$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 7 \\ 2 & 3 & 9 \\ 5 & -9 & 8 \end{vmatrix} = 84$$

$$\therefore \begin{cases} x=5 \\ y=1/3 \\ z=-2 \end{cases}$$

7. 计算下列四阶行列式的值:

$$1. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 4 \\ 2 & -3 & -1 & -5 \\ 3 & 1 & 2 & 11 \end{vmatrix} \quad \text{按第一行展开}$$

$$\Delta = 1 \times (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -1 & -5 \\ 1 & 2 & 11 \end{vmatrix} + 1 \times (-1)^{1+2}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 2 & -1 & -5 \\ 3 & 2 & 11 \end{vmatrix} + 1 \times (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & -3 & -5 \\ 3 & 1 & 11 \end{vmatrix}$$

$$+ 1 \times (-1)^{1+4} \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & -1 & -5 \\ 1 & 2 & 11 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 2 & -1 & -5 \\ 3 & 2 & 11 \end{vmatrix}$$

$$+ \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & -3 & -5 \\ 3 & 1 & 11 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= -50 - 64 - 58 + 30 = -142$$

$$2^{\circ} \begin{vmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & -5 & -3 & 5 \end{vmatrix} \quad \text{按第一行展开}$$

$$\Delta = -3 \times (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ -5 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= -3 \times (-2) \times (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = 6 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= 6 \times 5 = 30$$

8. 解方程组:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = -2 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 - 5x_4 = -2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 11x_4 = 0 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 4 \\ 2 & -3 & -1 & -5 \\ 3 & 1 & 2 & 11 \end{vmatrix} = -142 \neq 0$$

方程组有唯一解。

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 5 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & -1 & 4 \\ -2 & -3 & -1 & -5 \\ 0 & 1 & 2 & 11 \end{vmatrix} = -142$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 4 \\ 2 & -2 & -1 & -5 \\ 3 & 0 & 2 & 11 \end{vmatrix} = -284$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & -3 & -2 & -5 \\ 3 & 1 & 0 & 11 \end{vmatrix} = -426$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & -3 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 142$$

$$\therefore x_1=1 \quad x_2=2 \quad x_3=3 \quad x_4=-1$$

9. 用因式分解法解下列方程:

$$1^\circ \quad x^2 + 7x + 6 = 0$$

$$(x+6)(x+1)=0 \quad x_1=-6, \quad x_2=-1$$

$$2^\circ \quad x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$(x-6)(x-1)=0 \quad x_1=6, \quad x_2=1$$

$$3^\circ \quad x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x-6)(x+1)=0 \quad x_1=6, \quad x_2=-1$$

$$4^\circ \quad (x-1)(x+2)=70, \text{ 将方程化成一般形式:}$$

$$x^2 + x - 72 = 0,$$

$$(x-8)(x+9)=0 \quad x_1=8, \quad x_2=-9$$

10. 用公式法解下列方程:

$$1^\circ \quad 2x^2 + 5x - 3 = 0 \quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-5 \pm 7}{4}$$

$$x_1 = 1/2 \quad x_2 = -3$$

$$2^\circ \quad 3x^2 + 11x + 6 = 0$$