機械構造力學

關谷 壯・齊藤 渥 共著

賴耿陽 編譯

復文書局

機械構造力學

關谷　壯
齋藤　涯　共著
賴耿陽　編譯

復文書局

機械構造力學

著作權執照台內著字第　　號

中華民國六十九年四月初版發行

上册	元	全册平裝118元	
下册	元	全册精裝158元	

共著者：關谷壯　齊藤渥

編譯者：賴　耿　陽

發行者：吳　主　和

發行所：復文書局

地址：臺南市東門路421巷28號

電話：(062)370003號

郵政劃撥帳戶32104號

No.28. LANE421 DONG-MEN
ROAD TAINAN TAIWAN REPUBLIC
OF CHINA
TEL:(062) 370003

本書局經行政院新聞局核准登記發給
出版事業登記證局版台業字第0370號

序

構造力學在土木、建築方面爲非常重要的基礎科目，坊間已有甚多版本。在機械方面，材料力學爲非常重要的科目，但構造力學也很重要。機械技術者面對機械或車輛等構造物的強度問題，不只是材料力學，也將靜力學原理應用於各種素材組合而成的構造，常須靠構造力學解決，但是，目前以機械工學方面的學生或機械技術者爲對象，而編輯的構造力學教科書或參考書，在中文版實如鳳毛麟角，令人痛感需要平易執筆的入門書。

本書從此觀點，以學習機械工學的學生、現場參與實務的機械技術者爲對象，着重例題，淺易解說解析各種機械或車輛等構造物強度或變形的基礎事項。對與搬運用機械等承受移動荷重的構造設計有重要關連的影響線，盡量詳細說明。話題不限於一般構造力學書常見的骨架構造問題，也述及各種機械、車輛、構造物輕量化、高性能化、經濟化所必要的薄板構造、塑性挫曲、極限解析等。更以具體的數值計算爲中心詳述便於解析高次不靜定構造的力矩分配法或撓角法。書末附錄有關Cremona 應力圖的雜題，以便讀者充分練習。若用本書爲教科書，盡量對學生分派不同的問題，養成獨立解題的實力。對較難瞭解的事項都盡量詳加腳註，從各種角度說明，以助觀念清楚。

本書大致以學過材料力學的人爲對象，不過，只需要材料力學的初級知識即可，對各事項即使無預備知識，也可獨立讀通。

最後，著者雖力求完備，但總難免有疏忽不當之處，有待讀者不吝指正，以便再版時改正。本書若有助於學生、技術者研習構造力學，實屬至幸！

1979年7月

編者

機械構造力學　　目　錄

第一章　靜力學的基本事項

1.1　力的合成及分解

(A)　力的作用線

一般作用於物體的力對該物體的影響取決於力的大小及方向、力的作用點（ point of action ）（力的大小、方向、施力點稱爲力的3要素（ three elements of force ）），通過作用點而表示力之方向的直線稱爲作用線（ line of action ），在圖上表示力時，一般用有箭頭的一定長度之直線——亦卽線段。因而，用直線和箭頭表示力的方向，以長度表示力的大小（圖1.1）。

就彈性體而言，同一作用線上等大小的力若作用點不同，也會造成不同的變形。但剛體不必考慮變形，所以同一作用線上力相等的話，卽可得相同的效果，因而，作用於剛體的力可視移到作用線上的任意位置，此稱作用線的定理。

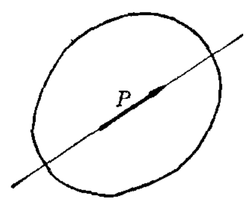

圖1.1

(B)　力的合成

(1)　2力之合成　多力同時作用時，可得與這些力同效果的一力稱爲合力（ resultant force，resultant ），求此合力之事謂力之合成（ composition of forces ），將力視爲向量（ vector ）（同時表示大小、方向的量）時，合力稱爲向量和（ vector sum ）或合成向量（ composite vector ），力的合成有時稱爲向量的加法。

同一平面上的2力P_1，P_2之作用線會合於1點O時，其合力R可用力的平行四邊形方法求得，亦卽如圖1.2(a)所示，將2力P_1，P_2的作用點沿作用線移到交點O，以表示P_1，P_2之大小的2邊

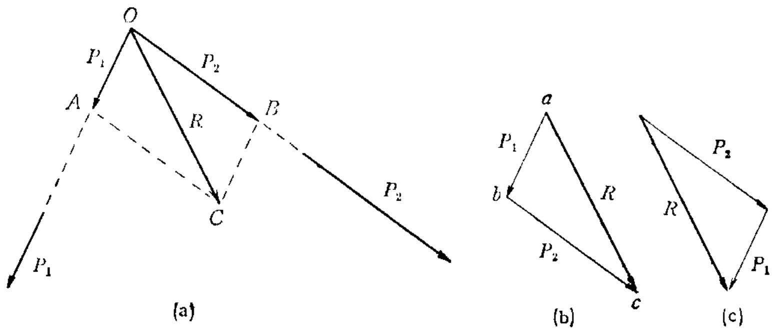

圖1.2

OA，OB作成平行四邊形$OACB$，對角線OC 表示所求合力R之大小與方向及作用線，此種平行四邊形稱爲力之平行四邊形（parallelogram of forces）。

但只要知合力R的大小與方向時，未必要畫力的平行四邊形，如圖 1.2 (b)所示，由任一點a取等於P_1向量的$\overrightarrow{ab}$，由b取等於P_2向量的$\overrightarrow{bc}$，則連接起點a與終點c的向量$\overrightarrow{ac}$ 表示合力R的大小和方向，此種三角形abc稱爲力之三角形（triangle of forces），此時，如圖(c)所示，即使先取P_2，結果也相同（在向量的加法中，即使改變加法的順序，結果也相同）。

(2) 多力的合成

多個紛散的力——例如圖 1.3 的P_1，P_2，P_3，P_4 的合力R用前述的平行四邊形方法求時，求P_1，P_2的合力R_{12}，其次求R_{12}與P_3 的合力R_{123}，最後由R_{123}與P_4 得所求的合力

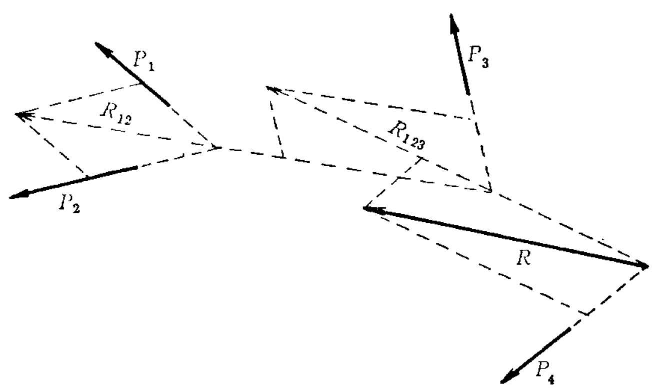

圖1.3

R。此時，組合的力之順序不拘。

圖 1.3 所示的方法在散存的力 P_1，P_2……增多時，作圖頗趨複雜，故用下示方法較簡單（此稱向量加法的結合法則）。

例如有與圖 1.3 相同的四力 P_1，P_2，P_3，P_4 散存時，求合力 R。

【作圖】①如圖 1.4 (b)所示，從任一點 a 出發，如下依序畫向量

$$\overrightarrow{ab}=P_1,\quad \overrightarrow{bc}=P_2,\quad \overrightarrow{cd}=P_3,\quad \overrightarrow{de}=P_4$$

②從起點 a 連接終點 e，則線段 ae 表示合力 R 的向量——亦即 R 的大小與方向。

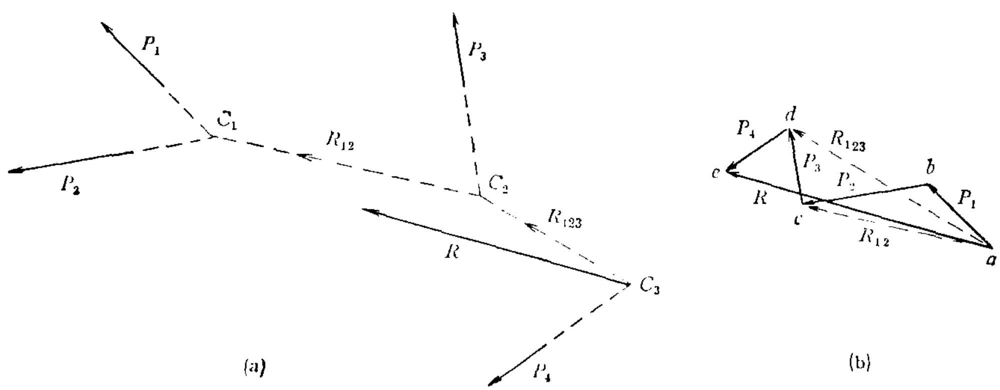

圖 1.4

③求合力 R 的作用線時，在圖 1.4 (a)中，從 P_1 與 P_2 的作用線交點 C_1，引平行 ac 的直線，與 P_3 作用線的交點爲 C_2。

④通過 C_2 引平行 ad 的直線，交 P_4 的作用線於點 C_3，則通過 C_3 而平行 ae 的直線成爲合力 R 的作用線。

【證明】P_1，P_2 的合力 R_{12} 爲圖 1.4 (b)力之三角形 abc 的 ac，作用於通過 C_1 而平行 ac 的直線 C_1C_2 上，R_{12} 與 P_3 的合力 R_{123} 爲力之三角形 acd 的 ad，作用於平行 ad 的直線 C_2C_3，R_{123} 與 P_4 的合力即爲所求的合力 R，其大小和方向用力的三角形 ade 的 ae 表示，

作用線通過R_{123}作用線C_2C_3與P_4作用線的交點C_3。

圖 1.4 (b)的多角形 $abcde$ 稱爲力的多角形 (force polygon) ，從起點 a 連結終點 e 的線段 ae 稱爲閉合線或閉鎖線 (closing line)，力的多角形只表示力之大小和方向關係，稱爲力線圖 (force diagram) 。

(c) 力的分解

將一力R分爲有同效果的一組力時，分成的各力稱爲R的分力 (component)，求分力之事稱爲力之分解 (decomposition of forces)，例如圖 1.2 中，一力R可分爲二力P_1與P_2，力之分解爲力之合成的反面，但力的合成只有一解，力的分解却不只一解，例如可分解爲會合於 1 點的三分力，也可分解爲 4 個以上的分力。

現如圖 1.5 (a)所示，已知一力R與分力P_1的作用線I及其他分力P_2的作用點C時，試求R的分力P_1，P_2。

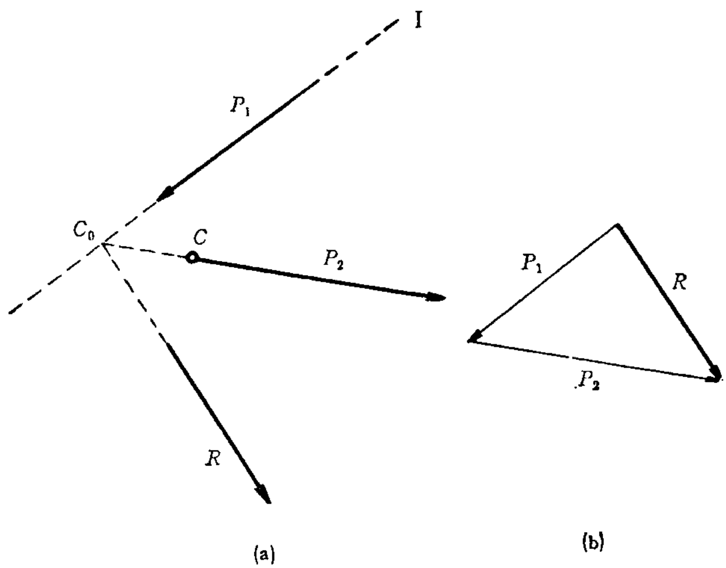

圖 1.5

【作圖】①求R的作用線與P_1作用線I的交點C_0。

②連結C_0與已知的作用點C時，此直線成爲P_2的作用線。

③如圖 1.5 (b)所示，以力線圖將R分解為P_1，P_2。

其次如圖 1.6 (a)所示，將已知的一力R分為作用於已知三作用線Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ上的三分力P_1，P_2，P_3時，方法如下。

【作圖】①求作用線Ⅰ與R作用線的交點C_1。

②求作用線Ⅱ與Ⅲ的交點C_2。

③用圖 1.6 (b)的力線圖，將R分解為直線Ⅰ與C_1C_2的方向，求各分力P_1，S，P_1為所求的一分力。

④用圖 1.6 (b)的力線圖將S分解為直線Ⅱ，Ⅲ的方向，則這些分力為所求的分力P_2，P_3。

由圖可知以上二分解例的作圖正確。

在圖 1.5 (a)或圖 1.6 (a)中，R與P_1兩作用線稍傾斜時或彼此平行時，無法求兩作用線的交點C_0或C_1，此時的適用方法解 1.3。

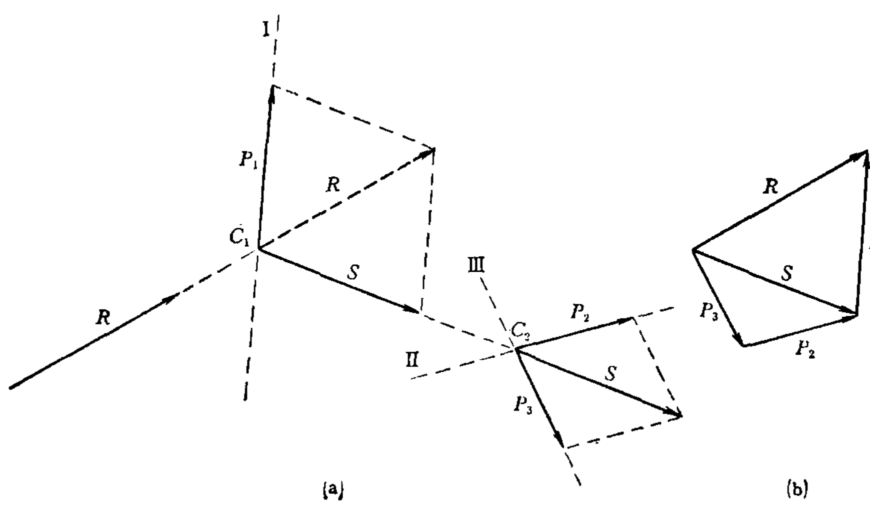

圖 1.6

1.2 力之平衡

很多力同時作用於物體時，該物體不移動、也不旋轉，而保持靜止狀態時，表示這許多力保持平衡 (equilibrium)。

(A) 作用於一點的多力之平衡

(1) 平面力系的場合　如圖 1.7 所示，作用於同一平面上之力（平面力）P_1，…P_4 之合力可當成力之多角形的閉合線而求，現在任意位置取直交座標系 O-xy，P_i（$i=1$，2，3，4）的 x，y 成分（component）分別爲 P_{ix}，P_{iy}，合力 R 的 x，y 分別爲 R_x，R_y 時，由圖 1.7 可知。

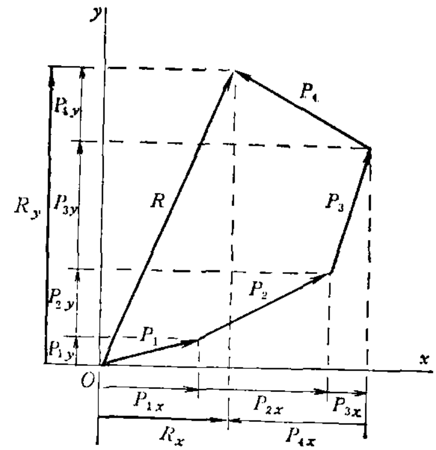

圖 1.7

$$\left.\begin{aligned} R_x &= \Sigma P_{ix} = P_{1x} + P_{2x} + \cdots \\ R_y &= \Sigma P_{iy} = P_{1y} + P_{2y} + \cdots \end{aligned}\right\} \qquad (1\cdot1)$$

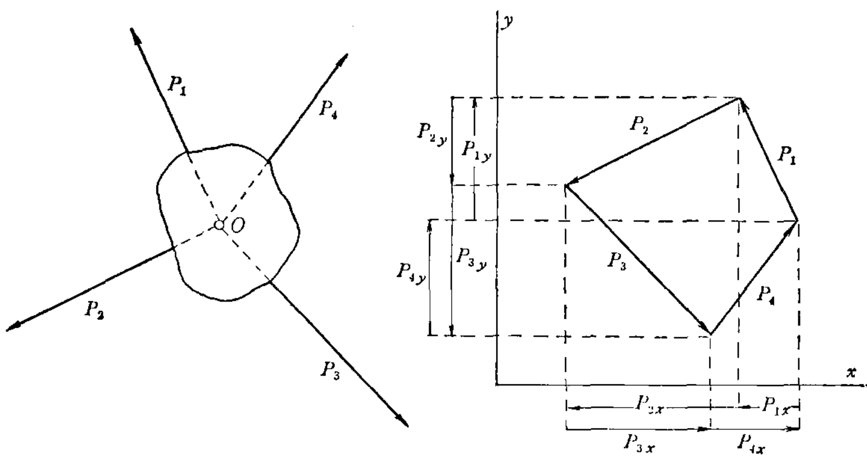

圖 1.8

如圖 1.8 (a)所示，會合於 1 點的平面力 P_1，…P_4 作用於一物體時，它們保持平衡的話，它們的合力須爲 0，亦即如圖 1.8 (b)所示，P_1，…P_4 的多角形須閉合，若力的多角形不閉合，會發生連結起點

與終點的合力，其合力作用於會合點O，使物體移動，因而，爲了使物體保持靜止狀態，這些力形成的力之多角形須閉合，反之，力之多角形閉合時，作用於1點的很多力保持平衡，其次在閉合力的多角形中，式(1.1)中，合力R的x，y成分R_x，R_y當然爲0，所以

$$\Sigma P_{ix}=P_{1x}+P_{2x}+\cdots\cdots=0$$
$$\Sigma P_{iy}=P_{1y}+P_{2y}+\cdots\cdots=0$$

爲了簡單起見，將P_{ix}，P_{iy}分別寫成H，V，則上式成爲

$$\Sigma H=0\ ,\quad \Sigma V=0 \qquad (1.2)$$

此式爲作用於1點的平面力之靜平衡條件式。

(2)　一般力系的場合　以上爲作用於同一平面上的力，其次研討一般空間的多力作用於1點的場合，設這些力的合力爲R，爲了使這些力保持平衡，其合力R須爲0，因而如圖1.9所示，取直交座標軸x，y，z，合力R的x，y，z成分分別爲R_x，R_y，R_z，則須成

$$R_x=0\ ,R_y=0\ ,R_z=0 \quad (1.3)$$

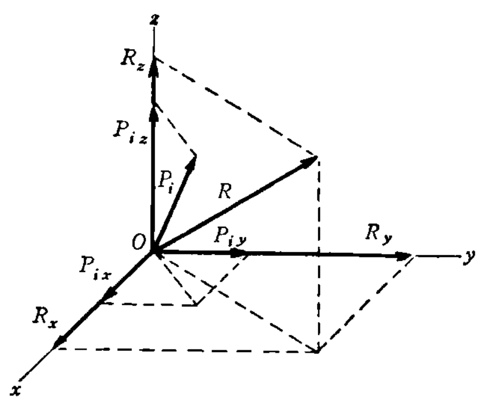

圖1.9

現設作用於空間內的力P_i($i=1,2,\cdots$)的x，y，z成分爲P_{ix}，P_{iy}，P_{iz}，則

$$\left.\begin{aligned}R_x&=P_{1x}+P_{2x}+\cdots\cdots\\R_y&=P_{1y}+P_{2y}+\cdots\cdots\\R_z&=P_{1z}+P_{2z}+\cdots\cdots\end{aligned}\right\} \qquad (1.4)$$

所以式(1.3)成爲

$$\left.\begin{aligned}\Sigma P_x &\equiv P_{1x}+P_{2x}+\cdots\cdots=0\\ \Sigma P_y &\equiv P_{1y}+P_{2y}+\cdots\cdots=0\\ \Sigma P_z &\equiv P_{1z}+P_{2z}+\cdots\cdots=0\end{aligned}\right\} \qquad (1.5)$$

亦即作用於1點的空間之力在平衡狀態時，它們的 x，y，z 成分之代數和成為0 。

【注】 下以向量證明式 (1.4)，現如圖 1.10 所示，在 x，y，z 方向分別取單位向量 (大小為1 的向量) ——亦即基礎向量 $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$，設合力的向量 $\boldsymbol{R}$ 在 x，y，z 方向的成分分別為 R_x，R_y，R_z，則分向量分別為 $R_x\boldsymbol{i}$，$R_y\boldsymbol{j}$，$R_z\boldsymbol{k}$，因而

$$\boldsymbol{R}=R_x\boldsymbol{i}+R_y\boldsymbol{j}+R_z\boldsymbol{k} \qquad \text{(a)}$$

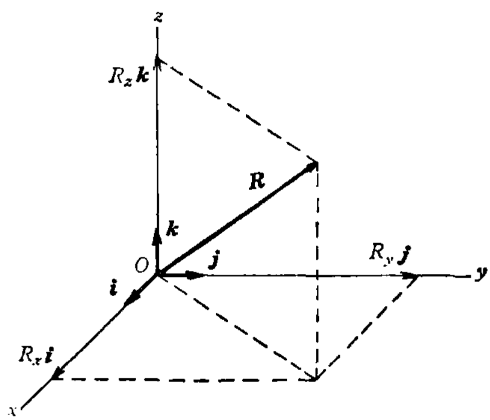

圖 1.10

設合力之向量 $\boldsymbol{R}$ 為通過原點 O 之力 $\boldsymbol{P}_i$ 的合成向量，則

$$\boldsymbol{R}=\Sigma\boldsymbol{P}_i \qquad \text{(b)}$$

設向量 $\boldsymbol{P}_i$ 在 x，y，z 方向的成分為 P_{ix}，P_{iy}，P_{iz}，則

$$\boldsymbol{P}_i=P_{ix}\boldsymbol{i}+P_{iy}\boldsymbol{j}+P_{iz}\boldsymbol{k} \qquad \text{(c)}$$

將式(c)代入式(b)，則

$$\begin{aligned}R_x\boldsymbol{i}+R_y\boldsymbol{j}+R_z\boldsymbol{k}&=\Sigma\,(P_{ix}\boldsymbol{i}+P_{iy}\boldsymbol{j}+P_{iz}\boldsymbol{k})\\&=(\Sigma P_{ix})\boldsymbol{i}+(\Sigma P_{iy})\boldsymbol{j}+(\Sigma P_{iz})\boldsymbol{k}\end{aligned}$$

因而

$$R_x=\Sigma P_{ix}=P_{1x}+P_{2x}+\cdots\cdots$$

$$R_y = \Sigma P_{iy} = P_{1y} + P_{2y} + \cdots\cdots$$
$$R_z = \Sigma P_{iz} = P_{1z} + P_{2z} + \cdots\cdots$$

(B)　力偶

大小相等、方向相反的二平行力作用於物體時，物體承受旋轉作用，此1對平行力稱爲力偶（couple）。

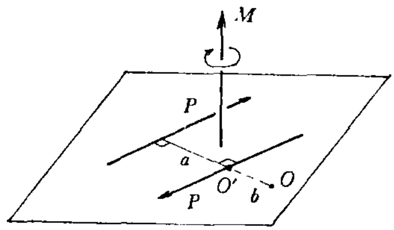

圖 1.11

現如圖 1.11 所示，平面上有1對平行力P時，設平行力間的距離（力偶臂）爲a，則Pa稱爲力偶矩（moment of couple）或力偶之大小，此時，規定使物體順時針方向旋轉（右旋）的力偶爲正，逆時針方向旋轉時的力偶爲負（左旋）（也有人採用相反的規定）。

現求對任一點O的力矩M（moment），則由圖 1.11 得

$$M = P(a+b) - Pb = Pa \tag{1.6}$$

但力矩的符號也以順時針方向旋轉（右旋）爲正，逆時針方向旋轉（左旋）爲負，式(1.6) 表示力矩M一定，與點O的位置無關，其大小等於力偶矩。因而，物體因力偶而受旋轉作用時，可只考慮力矩，不必考慮力偶的位置或一方力的大小。

表示力偶的方法如同圖所示，以垂直立於平面上的線段和箭頭表成向量，亦即力偶的向量之大小爲力偶矩，其方向垂直力偶存在的平面，對力偶的旋轉成左旋前進的方向（有人設爲右旋）。

(C)　不作用於1點的多力之平衡