

“希望杯”数学竞赛系列丛书 主编 周国镇



希望杯

数学能力培训教程

张海英 骆华 王墨森 等编著

小学四年级

登上更高境界

学会创新思考

掌握美的数学

数学能力测评的高水准资料

为千千万万的青少年播种希望

气象出版社

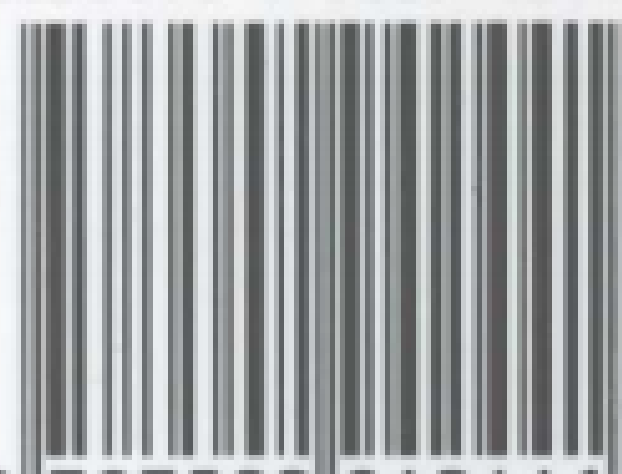


- ★ 圆形，表示广阔的天空。
- ★ 英文 hope（希望）形如一只展翅飞翔的鸟。喻义：“希望杯”全国数学邀请赛为广大的青少年在科学思维能力上的健康发展开辟了一个广阔的空间，任他们自由翱翔。
- ★ “since 1990”字样表示：“希望杯”全国数学邀请赛是从1990年开始创办的。



XIWANGBEI SHUXUE NENGLI PEIXUN JIAOCHENG

ISBN 978-7-5029-4244-1



9 787502 942441 >

定价：10.00元

“希望杯”数学竞赛系列丛书 主编 周国镇

“希望杯”数学能力 培 训 教 程

小学四年级

张海英 骆 华 王墨森 等编著

气象出版社

“希望杯”全国数学邀请赛 组织委员会

顾 问

龚 昇 著名数学家
华罗庚数学奖获得者
中国科学技术大学原副校长

梅向明 著名数学家
北京师范学院原院长

徐利治 著名数学家
大连理工大学数学研究所原所长

常务委员

陈德泉 应用数学家
曾任中国优选法统筹法与经济数学研究会理事长
现任副理事长
华罗庚实验室主任
曾任第一、二届“希望杯”组委会主任,其他各届副主任

计 雷 应用数学家
曾任中国优选法统筹法与经济数学研究会理事长
现任副理事长
华罗庚实验室副主任
曾任三届“希望杯”组委会主任,其他各届副主任

徐伟宣 应用数学家

中国科学院科技政策与管理科学研究所原所长
中国优选法统筹法与经济数学研究会理事长
华罗庚实验室副主任
曾任六届“希望杯”组委会主任,其他各届副主任

周国镇

数学教育专家

《数理天地》杂志社社长、总编

历届“希望杯”组委会秘书长、命题委员会主任

刘学红

《中国青年报》名记者、中青在线网总裁

周春荔

数学教育专家

首都师范大学教授

吕伟泉

广东省教研室副主任

汪江松

数学教育专家

《中学数学》主编

湖北大学教授

顾宏达

数学教育专家

上海黄浦教育学院原院长

黄建弘

数学教育专家

上海师资培训中心实验基地主任

欧益生

浙江嘉兴市教研室主任

龙开奋

数学教育专家

广西师范大学数学系副教授

委 员

北 京	牛玉石						
天 津	王成维	闫 毅					
上 海	杨家政	熊 斌	王 镇	周祖康	张 波	毛育才	
重 庆	吴挽蓉						
河 北	邵魁军	胡天顺	石瑞贞	张丽晨	耿昌敏		
山 西	王 光	白 枫					
内 蒙 古	张志仁	王 荣	包 虎	步海英	刘彦彰	南 丁	
	张根宝	高秀恩	杨 莉	敖特根			
辽 宁	赵素艳	孙家逊	张顺清	岳慧思	舒凤杰	魏丽敏	
	陈玉华	王闽东	方广彦				
吉 林	张胜利	祝承亮					
黑 龙 江	熊晓青	于 辉	李修福	刘志臣	习全中	金贵泉	
	金绍先	李冶军	邹 辉	孙继侠			
江 苏	许云峰	刘 健	陆 韧				
浙 江	吴明华	李世杰	应建军				
福 建	林金钟	薛玮纳	苏杰民	温晓丹	陈少平		
江 西	熊以情	徐源可	倪直明	肖连奇	李锦成	董乐华	
安 徽	李富彩						
山 东	赵水祥	侯加明	吕庆艳	王太忠			
河 南	马国军	陈宝亭					
湖 北	刘统菊						

湖 广	南 东	谢细华 徐山洪 殷切文 石永生 张光浓	肖国瑞 周署冠 梁秉建 卢建川	潘迪光 黄文毓 梁小贱 付冠流	曾晓牛 劳兆喜 邓志云 钟明	李西龙 陈文生 林国忠 陶冬来	康锡成 郑俊盛 郑喜中
海 四 贵 云	南 川 州 南	李黎明 王荣方 张文英 罗红 李丹	赵颖钧 胡朝双 李爱丽 徐云贵 王秋科 杨志杰 李红	王兴华 欧群 吴晓英	张涤初 张浩仁 吕咏格	汪锐 张爱萍	龚灵 徐周让
陕 甘 宁 青 新 澳	西 肃 夏 海 疆 门	胡学让 杨燕 闫翊德 杨卫平 吕晓白	黄志清	台来提·阿	赵兰泉		

前 言

这套教程(含四、五、六年级各一册)是为小学四、五、六年级师生开展数学科普活动或参加“希望杯”数学能力测试而专门编写的培训教材。在编写过程中,作者们**充分注意了**新的小学数学教学大纲,**认真研究了**欧美国家小学数学教育的先进经验,**力求充分体现**“希望杯”的特色,为广大的小学师生提供系统、全面、实用的数学内容、思想和方法,以“鼓励学好课本知识,适当拓宽知识面,激发学习数学的兴趣和热情,培养科学的思维能力、创新能力和实践能力”。

本教程中所有原始的素材都来源于历届小学“希望杯”全国数学邀请赛的试题和培训题,这些题目中的**绝大多数**是由“希望杯”全国数学邀请赛命题委员会的专家们命题,其余则是由全国各地数学命题的研究人员编拟。这些题目,贴近现行的小学数学课本,很有启发性、思考性和趣味性,寓科学于趣味之中,寓知识、能力的考查于数学的美育之中。学习和研究这些题目不仅能使学习者加深对数学课本的理解、掌握和应用,并且能实实在在地提高科学思维素质,而这种素质对于有效地学习任何别的功课都是必需的。正因为如此,历届小学“希望杯”全国数学邀请赛的试题和培训题被多方人士看好:小学数学各类考试命题人员经常从中吸取营养;有远见的数学教师大量地从中选取资料,以充实和丰富自己的教学内容;众多的数学教学和培训机构则用来作为主要教材。最有

说服力的是千千万万的小学生,正是经过对“希望杯”试题的学习、研究,提高了水平,大大提升了学数学的兴趣和信心,他们的数学素养明显地高于没有接触过“希望杯”的学生们。

考虑到大部分小学生只是希望能够很好地掌握学校里数学课本上的内容,另一方面也的确有不少小学生并不满足于此,他们对课本以外的数学也有强烈的求知欲,所以我们的教程既包含了能充分体现小学数学主要内容的部分,也包含了小学数学课本中没有而小学生也能理解和掌握的一些有价值的内容。前者占教程的大部分,后者只占小部分。

考虑到小学生年龄小,阅读和理解能力不是很强,本教程在行文上力求简明易懂。

教程的作者不仅是“希望杯”全国数学邀请赛命题委员会的成员,而且还是著名的《数理天地》杂志的编辑,他们不仅有很好的数学功底,而且每个人都有丰富的教学经验,相信本教材的问世对于小学生数学学习水平的提高会有实际帮助。当然,书中定会有不妥不当之处,真诚地欢迎读者批评指正。

周国镇

2006年11月1日

注:周国镇 《数理天地》杂志社社长兼总编;中国优选法统筹法与经济数学研究会常务理事,数学教育委员会主任;“希望杯”全国数学邀请赛组委会秘书长,命题委员会主任。

目 录

“希望杯”全国数学邀请赛组织委员会

前 言

第 1 讲	巧算	(1)
第 2 讲	数与数位	(10)
第 3 讲	字母表示数	(28)
第 4 讲	简易方程	(39)
第 5 讲	应用题	(51)
第 6 讲	行程问题	(76)
第 7 讲	整除与带余除法	(92)
第 8 讲	生活数学	(109)
第 9 讲	几何初步	(122)
第10讲	简单推理	(148)



第1讲 巧算

一、知识提要

同学们,你们从开始接触数学,就要学习加减乘除.

给出一个算式,根据运算法则一步步地计算,大多数同学都能得出正确结果.但是有些算式不一定要按部就班地计算,只要利用一些速算的技巧,就可以提高解题效率,又快又准地得出结果.

要学会巧算,必须先打好基础.首先,我们必须能够熟练应用以下五个基本运算定律和五个运算性质.

1. 五个基本运算定律

- (1) 加法交换律: $a + b = b + a$
- (2) 加法结合律: $(a + b) + c = a + (b + c)$
- (3) 乘法交换律: $a \times b = b \times a$
- (4) 乘法结合律: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
- (5) 乘法分配律: $(a \pm b) \times c = a \times c \pm b \times c$

2. 五个运算性质

- (1) 除法分配性质:



$$(a \pm b) \div c = a \div c \pm b \div c$$

(2) 商不变的性质:

$$a \div b = (a \times c) \div (b \times c) = (a \div c) \div (b \div c) \quad (b, c \neq 0)$$

(3) 加减法的运算性质:

$$a + b - c = a - c + b$$

$$a - b - c = a - c - b = a - (b + c)$$

(4) 乘除法的运算性质:

$$a \times b \div c = a \div c \times b$$

$$a \div b \div c = a \div c \div b = a \div (b \times c)$$

(5) 去括号:

$$a + (b - c) = a + b - c$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

$$a \times (b \div c) = a \times b \div c$$

$$a \div (b \div c) = a \div b \times c$$

利用上面的运算定律和运算性质,可以灵活改变运算顺序,使计算变得简便.

此外,还可以运用**凑整**、**找基准数**等运算技巧.

每道题都有自己的特点.刚看到题时,不要急于动手算,要观察它有什么特点,想想有没有适合它的简单方法.

二、例题

例 1 $20.05 \times 39 + 200.5 \times 4.1 + 40 \times 10.025 = \underline{\hspace{2cm}}.$

第 3 届(2005 年)四年级培训题



分析·解 20.05、200.5和10.025分别是20.05的1倍、10倍和一半.而且此题的形式是“ $\times + \times + \times$ ”,可想到乘法分配律的逆应用.

$$\begin{aligned}& 20.05 \times 39 + 200.5 \times 4.1 + 40 \times 10.025 \\&= 20.05 \times 39 + 20.05 \times 41 + 20.05 \times 20 \\&= 20.05 \times (39 + 41 + 20) \\&= 20.05 \times 100 \\&= 2005.\end{aligned}$$

例2 $1 + 2 + \cdots + 8 + 9 + 10 + 9 + 8 + \cdots + 2 + 1 =$ _____.

第3届(2005年)四年级第2试

分析·解 这个算式的第一个特点是对称,可以先算出一半后再乘以2;第二个特点是连续的自然数相加,可用凑整的方法计算.

$$\begin{aligned}& 1 + 2 + \cdots + 8 + 9 + 10 + 9 + 8 + \cdots + 2 + 1 \\&= 2 \times [(1 + 9) + (2 + 8) + (3 + 7) + (4 + 6) + 5] + 10 \\&= 2 \times 45 + 10 \\&= 100.\end{aligned}$$

例3 $31 \div 5 + 32 \div 5 + 33 \div 5 + 34 \div 5 =$ _____.

第2届(2004年)四年级第2试

分析·解 显然可以用除法的分配性质来计算.

$$\begin{aligned}& 31 \div 5 + 32 \div 5 + 33 \div 5 + 34 \div 5 \\&= (31 + 32 + 33 + 34) \div 5 \\&= 130 \div 5 \\&= 26.\end{aligned}$$

例4 $20052005 \times 2004 - 20042004 \times 2005 =$ _____.



第3届(2005年)四年级培训题

分析·解 这个算式中的数很大,可以先逐个拆分,写成两个较小的数的乘积.

$$\begin{aligned} & 20052005 \times 2004 - 20042004 \times 2005 \\ &= 10001 \times 2005 \times 2004 - 10001 \times 2004 \times 2005 \\ &= 0. \end{aligned}$$

例5 $1 \div (2 \div 3) \div (3 \div 4) \div \cdots \div (99 \div 100) = \underline{\hspace{2cm}}$

第2届(2004年)四年级培训题

分析·解 先将括号去掉,再重新组合.这里要注意,不要用错乘除法的运算性质.

$$\begin{aligned} & 1 \div (2 \div 3) \div (3 \div 4) \div \cdots \div (99 \div 100) \\ &= 1 \div 2 \times 3 \div 3 \times 4 \div \cdots \div 99 \times 100 \\ &= 1 \div 2 \times 100 \\ &= 50. \end{aligned}$$

例6 写出下面等式右边空白处的数,使等式能够成立:

$$0.6 + 0.06 + 0.006 + \cdots = 2002 \div \underline{\hspace{2cm}}.$$

第1届(2003年)四年级第1试

分析·解 等式左边相加后得到一个无限循环小数,先用除式表示它,再应用乘法和除法的性质,即可解出.

因为 $0.6 + 0.06 + 0.006 + \cdots = 0.666\cdots = 0.\dot{6} = 2 \div 3$,
所以空白处的数应为

$$2002 \div (2 \div 3) = 2002 \div 2 \times 3 = 3003.$$

例7 如果 $A = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times \cdots \times 3 \times 3}_{30\text{个}3}$,

$$B = \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times \cdots \times 5 \times 5}_{20\text{个}5},$$



那么 A _____ B (填“>”、“<”或“=”).

第3届(2005年)四年级培训题

分析·解 比较 A, B 的大小并不一定要知道 A, B 的具体数值, 可将它们分别分解, 将问题转化为比较乘数的大小.

$$\begin{aligned} A &= \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times \cdots \times 3 \times 3}_{30 \text{ 个 } 3} \\ &= \underbrace{(3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3) \times \cdots \times (3 \times 3 \times 3)}_{10 \text{ 个 } (3 \times 3 \times 3)} \\ &= \underbrace{27 \times 27 \times 27 \times \cdots \times 27}_{10 \text{ 个 } 27}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times \cdots \times 5 \times 5}_{20 \text{ 个 } 5} \\ &= \underbrace{(5 \times 5) \times (5 \times 5) \times \cdots \times (5 \times 5)}_{10 \text{ 个 } (5 \times 5)} \\ &= \underbrace{25 \times 25 \times 25 \times \cdots \times 25}_{10 \text{ 个 } 25}. \end{aligned}$$

因为 $27 > 25$, 所以 $A > B$.

例8 如果 $1^2 = 1 \times 1, 2^2 = 2 \times 2, \dots, 25^2 = 25 \times 25$, 且 $1^2 + 2^2 + \cdots + 25^2 = 5525$, 那么 $3^2 + 6^2 + \cdots + 75^2 =$ _____.

第2届(2004年)四年级第1试

分析·解 此题要求理解新定义“ a^2 ”的含义并能应用. 待求式和已知式的形式相似, 可将已知式作为整体参与计算.

因为 $1^2 + 2^2 + \cdots + 25^2 = 5525$,

所以

$$\begin{aligned} &3^2 + 6^2 + \cdots + 75^2 \\ &= 3^2 \times (1^2 + 2^2 + \cdots + 25^2) \\ &= 9 \times 5525 \\ &= 49725. \end{aligned}$$

例9 $(37 + 12 + 19) \times (8 + 19 + 37) - (37 + 19) \times (19 + 37)$



$+20) =$ _____.

第4届(2006年)四年级培训题

分析·解 观察式子,发现每个括号中都有 $(37+19)$,不妨设 $A = 37+19$,就可以将 $(37+19)$ 作为整体参与计算.

令 $A = 37+19$,则

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (A+12) \times (8+A) - A \times (A+20) \\ &= A \times (8+A) + 12 \times (8+A) - A \times A - 20 \times A \\ &= 8 \times A + A \times A + 12 \times 8 + 12 \times A - A \times A - 20 \times A \\ &= 96. \end{aligned}$$

例 10 $(2+4+6+\cdots+2006) - (1+3+5+\cdots+2005) =$

_____.

第4届(2006年)四年级第1试

分析·解 两个括号内分别有1003个加数,而且分别是1003个连续的偶数和1003个连续的奇数.将两个括号中的数两两分成一组,各组成一个减式,原式就变成1003个减式的和,而每个减式的结果都相同,所以原式的结果等于1003个相同的数之和.

$$\begin{aligned} &(2+4+6+\cdots+2006) - (1+3+5+\cdots+2005) \\ &= (2-1) + (4-3) + (6-5) + \cdots + (2006-2005) \\ &= \underbrace{1+1+1+\cdots+1}_{\text{共1003个}} \\ &= 1003. \end{aligned}$$



三、习 题

1. $2003 \times 0.999 - 2004 \times 0.998 =$ _____.

第2届(2004年)四年级培训题

2. 计算: $234 + 432 - 4 \times 8 + 330 \div 5 =$ _____.

第2届(2004年)四年级第1试

3. $0.3 + 0.03 + 0.003 + \dots = 2003 \div$ _____.

第1届(2003年)四年级培训题

4. 计算: $100 - 99 + 98 - 97 + 96 - 95 + \dots + 4 - 3 + 2 - 1 =$ _____.

第3届(2005年)四年级第1试

5. 在 $a = 20032003 \times 2002$ 和 $b = 20022003 \times 2003$ 中,较大的数是_____,它比较小的数大_____.

第1届(2003年)四年级第1试

6. 计算: $3 \times 2 \div 2 - 2 \times 6 \div 3 \div 2 + 3 + 5 - 3 =$ _____.

第1届(2003年)四年级第2试

7. 已知 $1^2 = 1 \times 1, 2^2 = 2 \times 2, 3^2 = 3 \times 3, \dots$,

如果

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 25^2 = 5525,$$

那么

$$2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 50^2 = \text{_____}.$$

第2届(2004年)四年级培训题

8. $3333 \times 4444 + 3334 \times 2222 =$ _____.

第4届(2006年)四年级培训题

9. $1 + 2 \times 3 \div (4 + 5) \times 6 =$ _____.