中职中专基础类课程规划教材

数学

主编 淮乃存 张乃侠
主审 倪 慧

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

编者的话

本教材是据教育部颁发的《中等专业学校数学课教学大纲》结合中等职业学校的实际编写的，供中等职业技术学校使用。内容分为集合、简易逻辑、不等式、函数、幂函数、指数函数与对数函数共五章。

本教材在编写过程中，切实注意与国家教委制定的《全日制中学数学教学大纲》内容上的衔接，考虑到中等职业技术学校的实际情况及大多数专业课教学内容对数学课的要求，努力做到以下四点：(1)从“够用、实用、适用”的原则出发，降低理论水平的要求，注重应用的要求，体现职业教育的特色；(2)在教学内容的安排上，注重数学知识的系统性和科学性，突出基础知识和基本技能，力求为后续专业课学习打好基础，同时注意培养学生的数学思维方法，提高学生的综合素质；(3)遵从教育规律，以学生“乐学、能学”为出发点，在结构安排和编写表达方式上，由浅入深，循序渐进，理论联系实际，通过生活、生产中的的实际和图文并茂的表现形式，将理论知识形象化、具体化，使学生能够理解数学知识的内涵；(4)注重以学生为主的教学理念，教材中设置了“观察”“思考”“注意”等环节，以启发和引导学生积极思维，激发他们的学习兴趣。

本教材难免存在不足，恳切期望大家批评指正，以便今后进一步修改提高。

编者

2008.7

Contents 目录

Contents

第1章 集合

本章要点

* 集合的概念
* 集合的关系
* 集合的运算：交集、并集、补集

1.1 集合的概念

学习目标

理解集合的概念；知道集合中元素具有确定性、互异性、无序性.

军训前学校通知：9月1日8点半，一年级学生到操场集合，进行军训. 试问：这个通知的对象是全体的一年级学生，还是个别学生？

在这里，集合是我们常用的一个词语，我们感兴趣的是问题中某些特定对象(是一年级，而不是二年级、三年级)的总体，而不是个别的对象. 为此，我们将学习一个新的概念——集合.

观察

每一组对象：

(1) 数组 2、4、6、8、10.

(2) 一年级一班全体同学.

(3) 所有直角三角形.

(4) 学校实习工厂的所有车床.

(5) 参加2008年奥运会的中国代表团成员.

(6) 满足 $3x-2>x+3$ 的全体实数.

思考

它们都是由一些数，一些人，一些物体，一些图形，一些式子等组成的一个“整体”，每一个“整体”的对象是确定的.

日常的工作和生活中，往往要把一组对象看成一个“整体”加以研究，于是我们有：

一组对象组成的全体构成集合.集合中的每一个对象叫做**集合的元素**.

在上述例子中，一年级一班组成一个集合，这个班内的每一个同学都是这个集合的一个元素.

想一想

上述例子中的(1)、(3)、(4)、(5)、(6)集合是什么？它的元素是什么？

试一试

说出一个集合的例子，并指出它的元素是什么？

集合通常用大写的拉丁字母 $A,B,C,\cdots$ 等表示，而用小写字母 $a,b,c,\cdots$ 等表示集合的元素.

含有有限个元素的集合叫做**有限集**.上面例子中的(1)、(2)、(4)、(5)都是有限集.含有无限个元素的集合叫做**无限集**，如上面例子中的(3)、(6)是无限集.

注意

(1) 集合中的元素具有确定性.对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的.这就是说，对于任何一个对象，或者是这个给定集合的元素，或者不是它的元素.

(2) 集合中的元素具有互异性.对于一个给定的集合，集合中的元素是互异的.也就是说，对于任一确定的集合中的任何两个元素都是不同的对象；相同的对象归入任何一个集合时，只能当作这个集合的一个元素.因此集合中的元素不会重复出现.

(3) 集合中的元素具有无序性.集合是一组对象组成的整体，因此不计较这些对象的排列次序，即集合中的元素没有先后次序之分.

1.2 集合的表示法

学习目标

理解集合的表示法；知道常用数集的特定记法.

常用的集合表示方法有两种：

(1) 列举法.

(2) 描述法.

列举法：把集合中的元素一一列举出来，写在花括号内的方法叫做列举法.

例如：由 2、4、6、8、10 组成的集合，可以表示为：$\{2,4,6,8,10\}$. 由整式 x^2、$3x+2$、$5y^3-x$、x^2+y^2 组成的集合可以表示为：$\{x^2,3x+2,5y^3-x,x^2+y^2\}$.

注意

(1) 由于集合中元素的无序性，用列举法表示集合时，不必考虑元素之间的顺序.

(2) a 与 $\{a\}$ 是不同的：a 表示集合中的一个元素；$\{a\}$ 表示一个集合，这个集合只有一个元素 a.

描述法：把集合中的公共属性描述出来，写在花括号内表示集合的方法，叫做描述法. 用描述法表示一个确定的集合时，往往在花括号内先写上这个集合的元素的一般形式，再划一条竖线，在竖线右边写上集合的元素的公共属性.

例如：大于 5 的实数的全体组成的集合，可表示为：$\{x \mid x>5\}$. 抛物线 $y=x^2+1$ 上所有的点的特性组成的集合可表示为 $\{(x,y) \mid y=x^2+1\}$.

注意

在不引起混淆的情况下，为了简便，有些集合用描述法表示时，可以省去竖线及竖线左边的部分. 例如，由所有直角三角形组成的集合，可记为：{直角三角形}. 所有小于 b 的正整数组成的集合，可记为：{小于 b 的正整数}.

一些常用的数集有特定的记法：

全体自然数组成的集合简称**自然数集**，记作 $\mathbf{N}$；

全体整数组成的集合简称**整数集**，记作 $\mathbf{Z}$；

全体有理数组成的集合简称**有理数集**，记作 $\mathbf{Q}$；

全体实数组成的集合简称**实数集**，记作 $\mathbf{R}$；

所有正整数组成的集合，称为**正整数集**，记作 $\mathbf{N}^+$ 或 $\mathbf{Z}^+$；

所有正有理数组成的集合，称为**正有理数集**，记作 $\mathbf{Q}^+$；

所有正实数组成的集合，称为**正实数集**，记作 $\mathbf{R}^+$.

习题一

1. 下面所说的事物哪些能组成集合？集合的元素是什么？

(1) 我们班本学期所开的课程.

(2) 大于 -1 且小于 10 的自然数.

(3) 小王所在班级的高个子男生.

2. 说出下列集合中的所有元素：

(1) 一年中有 31 天的月份的集合.

(2) 英文元音字母的集合.

(3) 大于 3 小于 21 的偶数的集合.

(4) 我国万里长城所经过的省、市、自治区的集合.

(5) 我国古代四大发明的集合.

3. 用适当的方法表示下列集合:

(1) 前 9 个正整数组成的集合.

(2) 大于 2 且小于 12 的偶数的集合.

(3) 大于 5 且小于 8 的实数的集合.

(4) 16 的平方根组成的集合.

(5) 所有正偶数组成的集合.

4. 把下列集合用另一种方法表示出来.

(1) {中国的直辖市}.

(2) $\{2,4,6,8,10\}$.

(3) $\{1,2,\cdots,100\}$.

1.3 元素与集合的关系 空集

学习目标

理解元素与集合的关系;正确掌握空集概念.

思考 元素 a 与集合 A 之间有怎样的关系?

抽象 如果 a 是集合 A 的元素,就记作:$a\in A$,读作:"a 属于 A";如果 a 不是集合 A 的元素,记作:$a\notin A$ 或 $a\overline{\in}A$,读作:"a 不属于 A",例如在集合 $B=\{2,4,6,8,10\}$ 中,$2\in B$,$6\in B$,$3\notin B$,$7\notin B$.

思考 由大于 1 并且小于 2 的自然数组成的集合是什么样子?

分析 大于 1 并且小于 2 的自然数是不存在的,因此上述集合不含任何元素.

抽象 把不含任何元素的集合称为空集,记作$\varnothing$.

注意

(1) 0 与$\varnothing$不同. 0 表示一个元素,$\varnothing$表示一个集合,这个集合中不含任何元素.

(2) $\{0\}$与$\varnothing$不同. $\{0\}$表示一个集合,这个集合中仅含有一个元素 0;而$\varnothing$也表示一个集合,但这个集合中不含任何元素.

习题二

1. 在下列各题中的______处填上符号：∈或∉.

(1) 1 ______ $\mathbf{N}$　　(2) 0 ______ $\mathbf{Z}$　　(3) -1 ______ $\mathbf{Q}$

(4) 2 ______ $\mathbf{R}$　　(5) $-\frac{4}{5}$ ______ $\mathbf{Q}$　　(6) π ______ $\mathbf{Q}$

(7) a ______ $\{a\}$　　(8) 0 ______ $\varnothing$

2. 用列举法表示下列集合.

(1) 大于 4 小于 10 的整数的集合.

(2) 方程 $x^2+5x+6=0$ 的解集.

(3) 小于 10 的所有正整数的平方数.

3. 用描述法表示下列集合.

(1) 不等式 $x+2>3$ 的解集.

(2) 大于 0 小于 1 的全体实数.

(3) 直线 $y=kx+b$ 上所有的点.

(4) 直角坐标平面上第 1 象限内所有的点.

1.4　集合间的关系

学习目标

理解子集、真子集的概念；能写出简单集合的所有子集.

观察　李俊和李虹是这个家庭的子女，将他们组成的集合设为集合 A：

$A=\{$李俊，李虹$\}$

将这个家庭对应的集合设为集合 B：

$B=\{$李明，张静，李俊，李虹$\}$

思考　集合 A 的元素与集合 B 的元素关系？

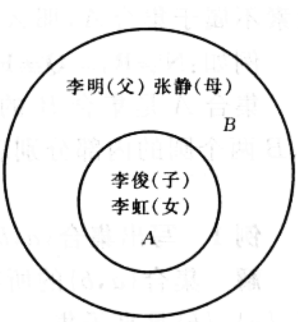

图 1－1

显然，图 1－1 中集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素. 这时我们说集合 A 包含于集合 B；同时集合 A 是集合 B 的一部分，所以我们也可以说集合 B 包含集合 A.

再观察下面两个集合 A 和 B：

$A=\{1,3,5\}$, $B=\{1,2,3,4,5,6\}$

思考 集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，当然也可以将集合 A 看作集合 B 的一部分. 因此，同样可以说集合 A 包含于集合 B，或者说集合 B 包含集合 A.

定义 对于集合 A 和集合 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，则集合 A 叫做集合 B 的**子集**，记作“$A\subseteq B$”，或“$B\supseteq A$”. 读作“A 包含于 B”，或“B 包含 A”.

这样就有：{李俊，李虹}⊆{李明，张静，李俊，李虹}

$\{1,3,5\}\subseteq\{1,2,3,4,5,6\}$

注意

(1) 任何集合都是它本身的子集. 因为对于任何一个集合 A，它的任何一个元素都属于集合 A 本身，所以 $A\subseteq A$.

(2) 规定空集是任何集合的子集，也就是说对任何集合 A，都有：$\varnothing\subseteq A$.

设 $A=\{1,2,3\}$，请按下列线索写出 A 的所有子集.

(1) $\varnothing$ 是 A 的子集吗？

(2) 含一个元素的子集有哪些？

(3) 含有两个元素的子集有哪些？

(4) 含有三个元素的子集有哪些？

(5) A 有含有四个元素的子集吗？

A 的子集有：$\varnothing$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{1,2\}$，$\{1,3\}$，$\{2,3\}$，$\{1,2,3\}$. 对于 A 的前 7 个子集的每一个，A 中至少有一个元素不属于它，例如：$2\notin\{1,3\}$.

定义 一般地，如果集合 A 是集合 B 的子集，并且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A，那么集合 A 叫做集合 B 的**真子集**，记作“$A\subsetneqq B$”或“$B\supsetneqq A$”.

例如：$\mathbf{N}\subsetneqq\mathbf{R}$, $\mathbf{Q}\subsetneqq\mathbf{R}$, $\mathbf{Z}\subsetneqq\mathbf{Q}$

集合 A 是集合 B 的真子集可用图 1－2 来表示，其中 A、B 两个圆的内部分别表示集合 A、B.

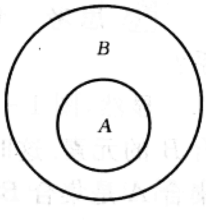

图 1－2

例 1 写出集合 $\{a,b\}$ 的所有子集及真子集.

解 集合 $\{a,b\}$ 的所有子集是：$\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{a,b\}$，其中 $\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$ 是真子集.

观察

(1) $A=\{1,2,3\}$，$B=\{2,1,3\}$，集合 A 与 B 有什么关系？

(2) 设 $C=\{x\mid x^2=1\}$，$D=\{-1,1\}$，集合 C 与集合 D 有什么关系？

思考

(1) 集合 A 与集合 B 的元素完全一样，只是排列次序不同，因此 A 与 B 是同一个集合.

(2) 集合 C 是由平方等于 1 的实数组成，由于 -1 与 1 的平方等于 1，因此 C 含两个元素：-1 和 1，而 $D=\{-1,1\}$，因此 C 与 D 的元素完全一样.

定义　如果集合 A 与集合 B 的元素完全一样，那么称**集合 A 与集合 B 相等**，记作“$A=B$”.

如果集合 A 与集合 B 的元素很多，甚至是无限集，那么如何比较 A 与 B 的元素是完全相同呢？

显然，“完全相同”的意思就是：A 中每一个元素都是 B 的元素，并且 B 中每一个元素都是 A 的元素，即 A 是 B 的子集，B 也是 A 的子集，因此有：

定义　对于两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$ 且 $B\supseteq A$，那么称**集合 A 与集合 B 相等**，记作“$A=B$”.

思考

(1) $A=\{x\mid |x|=2\}$，$B=\{-2,2\}$，A 与 B 相等吗？

(2) 集合$\{0\}$与空集 $\varnothing$ 相等吗？

习题三

1. 用适当的符号($\in$、$\notin$、$\subsetneqq$、$\supsetneqq$、$\subseteq$、$=$、$\supseteq$)填空.

(1) $\mathbf{Q}$ ______ $\mathbf{R}$；　$\mathbf{Z}$ ______ $\mathbf{N}$；　a ______ $\{b,c,d\}$.

(2) $\{x\mid x^2=9\}$ ______ $\{-3,3\}$；　2 ______ $\{2\}$.

(3) $\{0,2,4,6,8,\cdots\}$ ______ $\{x\mid x=2n,n\in\mathbf{Z}\}$.

(4) $\varnothing$ ______ $\{0\}$；　b ______ $\{a,b\}$；　$\{1,2,3,4\}$ ______ $\{2,3,4\}$.

2. 下列各题表示的关系是否正确.

(1) $\{2,4,6\}\subsetneqq\{2,3,4,5\}$.

(2) $\{x\mid |x|=5\}=\{x\mid x^2=25\}$.

(3) $6\in\{6\}$.

(4) $2\subsetneqq\{1,2,3\}$.

(5) $\varnothing \subsetneqq \{0\}$.

3. 设 $A=\{2,3,4\}$，写出 A 的所有子集，并指出哪些是真子集？

4. 设 $A=\{1,3,5,7,9\}$，写出集合 A 中符合下列条件的所有子集：

(1) 元素都是质数.

(2) 元素都能被 3 整除.

(3) 元素都能被 2 整除.

5. 讨论下列各题中两个集合间的包含关系：

(1) $A=\{x \mid 0 \leqslant x \leqslant 1\}$，$B=\{x \mid x>-1\}$.

(2) $A=\{x \mid 2x+1<5\}$，$B=\{x \mid 3x-3 \leqslant 0\}$.

6. 讨论下列两个集合之间的关系：

$A=\{x \mid x=2n, n \in \mathbf{Z}\}$；$B=\{x \mid x=2(n+1), n \in \mathbf{Z}\}$.

1.5 交集

学习目标

掌握集合的交集概念及运算法则；会求集合的交集.

6 的正约数的集合为：$A=\{1,2,3,6\}$，8 的正约数的集合为：$B=\{1,2,4,8\}$，那么 6 与 8 的正公约数的集合为：$\{1,2\}$.

容易看出 $\{1,2\}$ 是由集合 A 与 B 的所有公共元素所组成的.

定义 由集合 A 与集合 B 的所有公共元素组成的集合，叫做**集合 A 与集合 B 的交集**. 记作"$A \cap B$". 读作"A 交 B". 即，$A \cap B=\{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

这样就有：$\{1,2,3,6\} \cap \{1,2,4,8\}=\{1,2\}$.

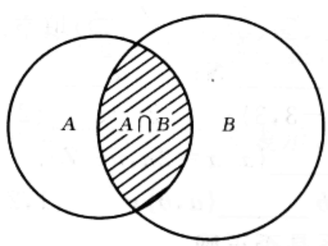

图 1－3

注意

(1) 图 1－3 中阴影部分表示集合 A 与集合 B 的交集 $A \cap B$.

(2) $A\cap A=A, A\cap\varnothing=\varnothing, A\cap B=B\cap A, A\cap B\subseteq A, A\cap B\subseteq B$.

例 1 设 $A=\{a,b,c,d\}, B=\{b,d,e,f,g\}$，求 $A\cap B$.

解 $A\cap B=\{a,b,c,d\}\cap\{b,d,e,f,g\}=\{b,d\}$.

例 2 设 $A=\{x|x>2\}, B=\{x|x<3\}$，求 $A\cap B$.

解 $A\cap B=\{x|x>2\}\cap\{x|-2<x<3\}=\{x|2<x<3\}$.

例 3 设 $A=\{$等腰三角形$\}$，$B=\{$直角三角形$\}$，求 $A\cap B$.

解 $A\cap B=\{$等腰三角形$\}\cap\{$直角三角形$\}=\{$有两边相等且有一角是直角的三角形$\}=\{$等腰直角三角形$\}$.

例 4 已知 A 为奇数集，B 为偶数集，Z 为整数集，求：$A\cap Z, B\cap Z, A\cap B$.

解 $A\cap Z=\{$奇数$\}\cap\{$整数$\}=\{$奇数$\}=A$

$B\cap Z=\{$偶数$\}\cap\{$整数$\}=\{$偶数$\}=B$

$A\cap B=\{$奇数$\}\cap\{$偶数$\}=\varnothing$.

例 5 设 $A=\{(x,y)|4x+y=6\}, B=\{(x,y)|3x+2y=7\}$，求 $A\cap B$.

解
$$\begin{aligned}A\cap B&=\{(x,y)|4x+y=6\}\cap\{(x,y)|3x+2y=7\}\\&=\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}4x+y=6\\3x+2y=7\end{cases}\right\}\\&=\{(1,2)\}.\end{aligned}$$

例 6 设 $A=\{12$ 的正约数$\}$，$B=\{18$ 的正约数$\}$，$C=\{$不大于 5 的自然数$\}$. 求：(1) $(A\cap B)\cap C$;

(2) $A\cap(B\cap C)$.

解 $\because A=\{1,2,3,4,6,12\}, B=\{1,2,3,6,9,18\}, C=\{1,2,3,4,5\}$;

$\therefore A\cap B=\{1,2,3,4,6,12\}\cap\{1,2,3,6,9,18\}=\{1,2,3,6\}$

$B\cap C=\{1,2,3,6,9,18\}\cap\{1,2,3,4,5\}=\{1,2,3\}$

(1) $(A\cap B)\cap C=\{1,2,3,6\}\cap\{1,2,3,4,5\}=\{1,2,3\}$

(2) $A\cap(B\cap C)=\{1,2,3,4,6,12\}\cap\{1,2,3\}=\{1,2,3\}$

习题四

1. 在空格上填写适当集合：

(1) $\{6,7,8,9\}\cap\{5,6,7\}=$ ____________.

(2) $\{a,c,f\}\{b,d,e\}=$ ____________.

(3) $\mathbf{Q}\cap\mathbf{R}=$ ____________.

(4) $\mathbf{Z}\cap\mathbf{Q}=$ ____________.

2. 在下列各小题中，求 $A\cap B$.

(1) $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{4,5,6,7\}$.

(2) $A=\{$有理数$\}$，$B=\{$无理数$\}$.

(3) $A=\{x|x+1>0\}$，$B=\{x|x-1<3\}$.

1.6 并集

学习目标

掌握并集的概念及运算；会求集合的并集.

集合 $A=\{a,b,c,d,e\}$，$B=\{c,b,d,f\}$. 把集合 A 与集合 B 的元素合在一起（相同元素取一个），可以组成一个新集合 $C=\{a,b,c,d,e,f\}$. 容易看出，C 是由集合 A 与 B 的所有元素组成的.

定义 由集合 A 与集合 B 的所有元素（相同元素只取一个）组成的集合叫做**集合 A 与集合 B 的并集**. 记作"$A\cup B$"，读作"A 并 B". 即，$A\cup B=\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$.

注意

(1) 这里"$x\in A$ 或 $x\in B$"包含三种情形：①$x\in A$ 但 $x\notin B$；②$x\in B$ 且 $x\notin A$；③$x\in A$ 且 $x\in B$. 这三种情况不一定同时出现.

(2) 图 1 - 4 阴影部分表示了 $A\cup B$ 中元素 x 的几种情况.

(3) $A\cup A=A$，$A\cup\varnothing=A$，$A\subseteq A\cup B$，$B\subseteq A\cup B$.

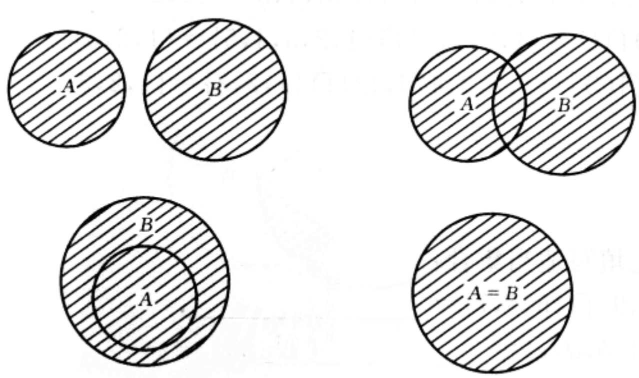

图 1 - 4

例 1　已知集合 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{4,5,6,7\}$，求 $A\cup B$.

解　$A\cup B=\{1,2,3,4,5\}\cup\{4,5,6,7\}$

$=\{1,2,3,4,5,6,7\}$.

例 2　设 $A=\{x\mid(x-2)(x+3)=0\}$，$B=\{x\mid x^2-9=0\}$，求 $A\cup B$.

解　$\because A=\{x\mid(x-2)(x+3)=0\}=\{2,-3\}$

$B=\{x\mid x^2-9=0\}=\{-3,3\}$

$\therefore A\cup B=\{2,-3\}\cup\{-3,3\}=\{-3,2,3\}$

例 3　设 $A=\{1,2\}$，$B=\{-1,0,1\}$，$C=\{-2,0,2\}$，求：

(1) $(A\cup B)\cup C$　　(2) $A\cup(B\cup C)$

解　$\because A\cup B=\{1,2\}\cup\{-1,0,1\}$

$=\{-1,0,1,2\}$

$B\cup C=\{-1,0,1\}\cup\{-2,0,2\}$

$=\{-2,-1,0,1,2\}$

(1) $(A\cup B)\cup C=\{-1,0,1,2\}\cup\{-2,0,2\}$

$=\{-2,-1,0,1,2\}$

(2) $A\cup(B\cup C)=\{1,2\}\cup\{-2,-1,0,1,2\}$

$=\{-2,-1,0,1,2\}$

习题五

1. 已知：$A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{4,5,6\}$，求 $A\cup B$.

2. 已知：$A=\{$有理数$\}$，$B=\{$无理数$\}$，求 $A\cup B$.

3. $A=\{$正整数$\}$，$B=\{$正分数$\}$，求 $A\cup B$.

4. 已知：两个非空集 A、B，在下列各题的________处填上适当的符号（$\subseteq$、$\supseteq$、$=$）.

(1) $A\cap B$ ______ A　　(2) $A\cap B$ ______ $B\cap A$

(3) $A\cup B$ ______ B　　(4) $A\cap B$ ______ $A\cup B$

5. 已知：$A=\{1,2,4,5,9\}$，$B=\{3,6,7,8,10\}$，$C=\{3,5,7\}$. 求：

(1) $A\cup B\cup C$　　(2) $A\cap B\cap C$　　(3) $(A\cap B)\cup(A\cap C)$

1.7　补集

学习目标

掌握集合的补集概念及运算律；会求所给出集合的补集.

观察 设集合 U 是全班同学组成的集合，集合 A 是班上参加篮球比赛的同学组成的集合，集合 B 是班上没参加篮球比赛的同学组成的集合.

容易看出，集合 A、集合 B 都是集合 U 的子集，并且集合 B 是由集合 U 中所有不属于集合 A 的同学所组成的集合.

抽象 一般地，如果一个集合含有要研究的各个集合的全部元素，这个集合就可以看作一个**全集**. 全集通常用 U 表示. U 可以用一个矩形的内部表示（图 1－5）.

如果集合 A 是全集 U 的子集，那么由 U 中所有不属于集合 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 在全集 U 中的**补集**，记作“$\overline{A}$”，读作“A 在 U 中的补集”. 即，$\overline{A}=\{x \mid x\in U、且\ x\notin A\}$.

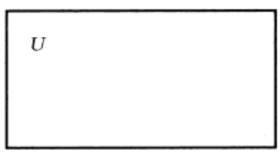

图 1－5

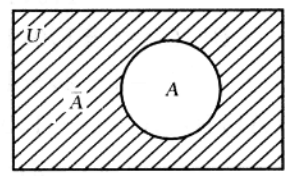

图 1－6

A 在 U 中的补集，可用图 1－6 中的阴影部分表示.

由补集的定义容易得出，对于 U 的任意子集 A，有

$$A\cap\overline{A}=\varnothing,\quad A\cup\overline{A}=U,\quad \overline{\overline{A}}=A$$

例 1 如果全集 $U=\{-1,0,1,2,3\}$，$A=\{-1,2\}$，求 $\overline{A}$.

解 $\overline{A}=\{0,1,3\}$.

例 2 设 $U=\{x \mid 1\leqslant x\leqslant 7，且\ x\in \mathbf{N}\}$，$A=\{2,3,4\}$，$B=\{3,6,7\}$. 求：$\overline{A}$，$\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A\cup B}$.

解 由 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$

得 $\overline{A}=\{1,5,6,7\}$

并且 $\overline{B}=\{1,2,4,5\}$

所以 $\overline{A}\cap\overline{B}=\{1,5\}$

又 $A\cup B=\{2,3,4,6,7\}$

得 $\overline{A\cup B}=\{1,5\}$.

习题六

在空格上填写适当的集合.

1. 设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A=\{1,3,5\}$，$B=\{2,4,6,8\}$，则

$\overline{A}=$________________；$\overline{B}=$________________.

2. 设 **R** 是全集，$A=\{x\mid x\geqslant 7\}$，$B=\{$无理数$\}$，则

$\overline{A}=$________________；$\overline{B}=$________________；

$\overline{A}\cap\overline{B}=$________________；$\overline{\overline{A}}=$________________.

本章小结

1. 本章主要内容为：

集合的概念；集合的表示法；空集；集合之间的关系；并集、交集、补集的定义.

2. 要注意集合 A 与元素 x 之间的关系，以及集合 A 与集合 B 之间的关系是不同的，前者是属于或不属于的关系，即 $x\in A$ 或 $x\notin A$；而后者是包含或相等的关系，即 $A\subseteq B$（或 $A\subsetneqq B$），或 $A=B$.

3. 在用列举法表示集合时，集合中的元素应具有确定性、互异性和无序性.

4. 集合 A 是集合 B 的子集，记作 $A\subseteq B$. 如果 $A\subseteq B$ 而且 $B\subseteq A$，则 $A=B$. 集合 A 的任何真子集都是 A 的子集，反过来却不一定.

集合 A、B 的交集，记作 $A\cap B$，它是 A 的子集也是 B 的子集，特别地，$A\cap A=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$.

集合 A、B 的并集，记作 $A\cup B$，集合 A、B 都是 $A\cup B$ 的子集，特别地，$A\cup A=A$，$A\cup\varnothing=A$.

5. 要清楚地理解并集与交集定义中的“或”与“且”这两个字的含义.

复习题一

1. 填空题

(1) 设 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{1,2,3,6\}$，$B=\{4,5\}$，

则 $A\cup B=$________；　$A\cap B=$________；

$\overline{A}=$________；　$\overline{B}=$________；

$\overline{A}\cup\overline{B}=$________；　$\overline{A}\cap\overline{B}=$________；

$\overline{\overline{A}\cup\overline{B}}=$________；　$\overline{\overline{A}\cap\overline{B}}=$________.

(2) 设 $U=\{x\mid -2<x<6,x\in\mathbf{Z}\}$，$M=\{x\mid 0<x<4,x\in\mathbf{Z}\}$，则 $\overline{M}=$________.

(3) 设点集 $M=\{(x,y)\mid y=\dfrac{1}{x}\}$，$N=\{(x,y)\mid x-4y=0\}$，则 $M\cap N=$________.