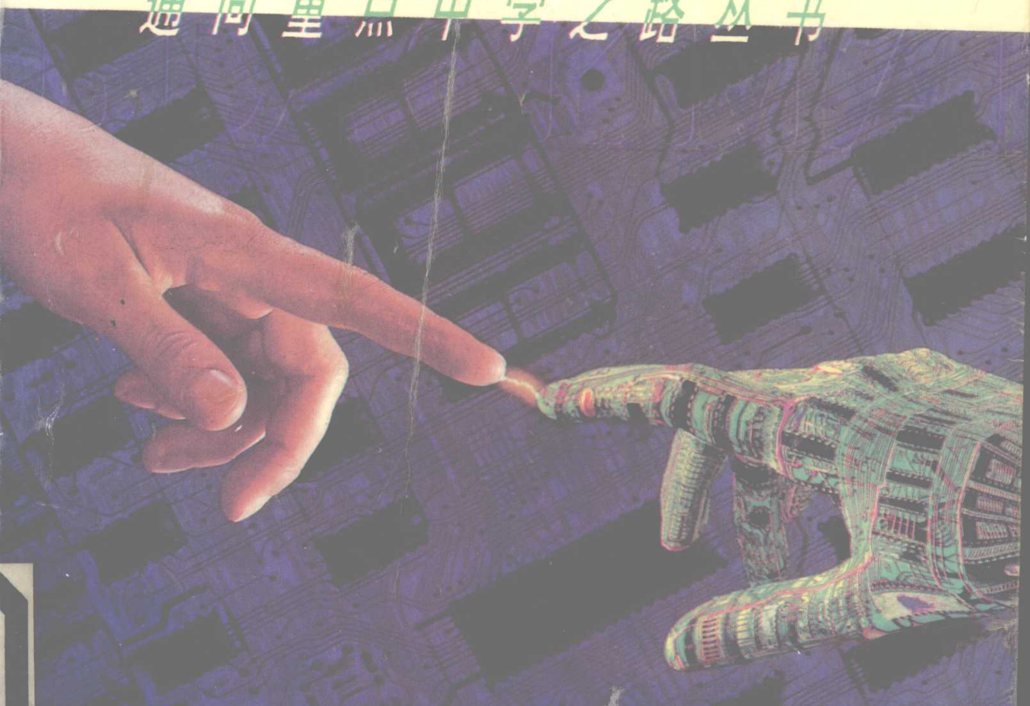
SHU XUE

初中数学解析

俞 中 等编

通向重点中学之路丛书



上海交通大学出版社

通向重点中学之路丛书

初中数学解析

俞　中　夏雅君
皮忍安　曾　晓　编

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书由教学经验丰富的资深教师依据全日制初级中学教学大纲，吸取各地新版本教材之精华编写而成。

全书分为有理数、整式的加减、三角形、四边形等21章，包括初中代数和几何全部内容，各章均按"知识要点"、"重点和难点"、"注意问题"、"例题精析"、"练习(附答案)"等栏目编写。所选例题和练习题都经过科学测试和筛选，旨在帮助学生掌握学习方法，拓宽解题思路，增强应试能力。书末所附"综合模拟测试卷(附详解)"具有题型齐全、题貌新颖、难度适当、覆盖面广、信息可靠、预测准确等特点，既可作课堂练习用，也可供学生自学自测。

本书可供初中师生复习使用，也可供自学初中数学的青少年阅读参考。

初中数学解析

出版：上海交通大学出版社

(上海市华山路1954号　邮政编码：200030)

发行：新华书店上海发行所　　印刷：立信常熟印刷联营厂印刷

开本：850×1168(毫米) 1/32　　印张：10.375　　字数：269000

版次：1995年12月　第1版　　印次：1996年3月　　第2次

印数：30,001—60,000

ISBN 7-313-01539-9/G·140　　定价：12.40元

出版前言

80年代末，我们组织编撰、出版了《通向大学之路》丛书，深受全国广大读者的欢迎。1994年，该丛书经修订后出版了第二版，目前已成为许多高中学生复习备考的主要辅导读物。

近年来，教学改革取得了显著进展，考试纲要几经修改已趋于稳定，各种新版本教材陆续开始推广使用。在此情况下，为向广大初中学生提供一套能适用于会考复习和中考复习的辅导资料，我们组织编写了《通向重点中学之路》丛书。

《通向重点中学之路》丛书由教学经验丰富、教学业绩优异的资深教师编写，丛书凝聚了上海各重点中学教学经验之精萃。丛书包括《初中语文解析》、《初中英语解析》、《初中数学解析》、《初中物理解析》、《初中化学解析》等5种。与目前众多的同类书相比，《通向重点中学之路》丛书的宗旨和特色如下：

1. 强调以现行全日制初级中学教学大纲为依据，吸取各地不同类型新版教材之精华，并兼顾与旧版教材相衔接，对初中阶段语文、英语、数学、物理、化学等主要课程作系统和提纲挈领式的归纳、总结和疏理，重点放在对基础知识的理解和应用上，实用性和针对性俱强，能帮助学生有计划、按步骤地进行总复习。

2. 在内容安排上遵循由浅入深、从易至难、循序渐进、巩固提高的学习规律。各册均按：知识要点；复习导引；重点、难点分析；例题精析；单元练习；综合模拟测试题等栏目编写。书末附有全部练习题和测试题的答案或提示，既便于课堂教学，又可供学生自测参考。

3. 不提倡通常的“题海战术”做法，而是在科学测试和筛选历年升学考试题的基础上，精选出难度恰当、详略适度的典型例题，同时加以精心点拨和详尽解答，启迪学生系统掌握学科知识，拓宽

解题思路，把握学习方法以及增强应试能力。力求收到举一反三、触类旁通的功效。

《通向重点中学之路》丛书由俞中、田林盛主编。《初中数学解析》由俞中、夏雅君、皮忍安、曾晓编。

我们热忱希望，这一套《通向重点中学之路》丛书能指引同学们顺利通向重点中学之路。

目　录

第一篇 代 数

[引言]

初中代数是整个中学代数的重要的一部分，是进一步学习数学、物理、化学和其他学科的基础。“初中数学教学大纲”中列出初中代数的内容包括多方面的基础知识，如数、式、方程、不等式、函数、解三角形、统计初步等七个方面。学习中要抓住重点，突破难点，掌握好每一章节的内容以及它们之间的内在联系。

第一章 有理数

[知识要点]

1. 有理数的概念，有理数的分类

$$有理数\begin{cases}正有理数\begin{cases}正整数\\正分数\end{cases}\\零\\负有理数\begin{cases}负整数\\负分数\end{cases}\end{cases}$$

2. 数轴

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。

3. 相反数

只有符号不同的两个数，其中一个数叫做另一个数的相反数。零的相反数是零。

注：a、b 互为相反数$\Longleftrightarrow a+b=0$。

4. 倒数

1 除以一个非零数的商，叫做这个数的倒数。零没有倒数。

5. 绝对值

一个正数的绝对值是它的本身，一个负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零。

注：一个实数的绝对值是数轴上表示此数的点到原点的距离，即：

$$|a|=\begin{cases}a,\ (a>0);\\0,\ (a=0);\\-a,\ (a<0)。\end{cases}$$

6. 有理数的运算

(1) 基本运算：有理数的运算通常有加、减、乘、除、乘方，应

注意从符号和绝对值两个方面来理解它们的运算法则。加与减、乘与除互为逆运算。根据运算法则，减法可以统一成加法，除法可以统一成乘法。

(2) 运算定律：

交换律：$a+b=b+a$，$ab=ba$；

结合律：$(a+b)+c=a+(b+c)$，$(ab)c=a(bc)$；

分配律：$a(b+c+d)=ab+ac+ad$。

(3) 运算顺序：先乘方，后乘除，再加减；先小括号，后中括号，再大括号；同级运算从左到右进行。

[重点和难点]

重点：有理数及有关概念，有理数的加、减、乘、除、乘方的运算法则。

难点：理解并掌握负数的概念，正确掌握去绝对值符号的法则，有理数的混合运算。

[注意问题]

(1) 零既不是正数，也不是负数，是唯一的中性数。

(2) 具有相反意义的量必须是数量，且具有相反的意义。两个具有相反意义的量，其数不一定要相等。而两个互为相反数的数它们的绝对值相等，符号相反(除零外)。零的相反数是零。

(3) 有理数都可以用数轴上的点来表示，但数轴上的点表示的数不一定都是有理数。

(4) 绝对值的几何意义可借助于数轴来认识，它与距离密切相关。如果要去掉绝对值符号，必须按绝对值的意义去分析，即一个正数的绝对值是它本身，一个负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零。

(5) 有理数的运算顺序：加、减、乘、除、乘方和开方总称为代数运算，其中，加、减运算称为一级运算；乘、除运算称为二级运算；乘方、开方运算称为三级运算。

无括号时，先乘方开方，后乘除，再加减；同级运算从左向右，有括号时，先求最内层，逐层向外。

[例题精析]

例1 判断下列命题是否正确？

(1) 若 a 为实数，则 $-a$ 为负数；

(2) 若 a 为实数，则 a^2 为正数；

(3) 分数一定是有理数；

(4) 符号相反的两个数就是相反数；

(5) 任何有理数的绝对值都是正数；

(6) 两个互为相反数的数，它们的绝对值相等；

(7) 一个整数的倒数小于这个整数；

(8) a 表示有理数，则 a 的倒数是 $\frac{1}{a}$；

(9) 互为相反数的两个数的商为 -1；

(10) 若 $m>n$，则 $\frac{m}{n}>1$。

解 (1) 若 a 表示一个非正数，则 $-a$ 为非负数，故错；

(2) $0^2=0$，但 0 不是正数，故错；

(3) 根据有理数的定义，结论正确，故对；

(4) 举例，-2 与 $+3$ 显然符号相反，但并不是相反数，故错；

(5) 0 的绝对值是 0，0 不是正数，故错；

(6) a 为任何实数，都有 $|a|=|-a|$，结论正确；

(7) 0 是一个整数，但 0 的倒数不存在，-5 是一个整数，$-\frac{1}{5}$ 就不小于 -5，故错；

(8) 0 是有理数，但 0 没有倒数，故错；

(9) 0 的相反数是 0，但 0 除以 0 没有意义，故错；

(10) 举例，1 大于 -2，但 $\frac{1}{-2}$ 即 $-\frac{1}{2}$ 并不大于 1，故错。

说明　对“0”这个数要特别地加以注意。

例2 在 0.75 与 $-\frac{3}{4}$；$-\frac{1}{3}$ 与 3；$-1\frac{1}{2}$ 与 1.5；0 与 0 这四

对数中，互为相反数的有(　　)。

(A) 0对；(B) 1对；(C) 2对；(D) 3对。

解 ∵ $0.75=\frac{3}{4}$，∴ 0.75与$-\frac{3}{4}$互为相反数；

∵ $\frac{1}{3}\neq 3$，∴ $-\frac{1}{3}$与3不是互为相反数；

∵ $1\frac{1}{2}=1.5$，∴ $-1\frac{1}{2}$与1.5是互为相反数；

∵ 0的相反数是0，∴ 0与0互为相反数。

故选(D)。

说明 要搞清互为相反数的条件中"只有符号不同"的"只有"两字的含义；还要注意0的相反数是0。

例3 0.01，$-\frac{1}{3}$，-3这三个数的大小关系是(　　)。

(A) $-3>-\frac{1}{3}>0.01$；(B) $0.01>-3>-\frac{1}{3}$；

(C) $-\frac{1}{3}>0.01>-3$；(D) $0.01>-\frac{1}{3}>-3$。

解 因为正数都大于负数，所以0.01最大；又因为两个负数中，绝对值大的反而小，而$|-3|=3$，$\left|-\frac{1}{3}\right|=\frac{1}{3}$，因为$3>\frac{1}{3}$，所以$-\frac{1}{3}>-3$。因此，三个数的大小关系是$0.01>-\frac{1}{3}>-3$，故选(D)。

例4 若a，b，c三个实数在数轴上相应点为A，B，C，其位置如图1-1所示(其中$|oA|=|oB|$)。

(1) 用不等号连接a，b，c；

(2) 判断$a+c$，$b+c$，$a\times c$，$b\div c$的符号；

(3) 化简$a-|a+b|+|c-a|+|c-b|$。

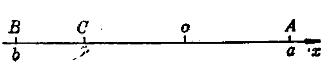


图 1-1

解 根据 A、B、C 三点在数轴上的位置及已知条件 $|oA|=|oB|$，有 $a>0$，$b<0$，$c<0$，$|a|=|b|$，$|c|<|b|$，$|c|<|a|$。

(1) $b<c<a$(因 A、B、C 三点从左到右依次为 B、C、A)；

(2) $a+c=+(|a|-|c|)>0$，

$b+c=-(|b|+|c|)<0$，

$a\times c<0$，

$b+c>0$。

(3) 原式 $=a-0+[-(c-a)]+(c-b)=2a-b$。

说明 实数与数轴上的点是一一对应的。数轴上右边点所对应的实数大于左边点所对应的实数，在原点右侧的点所对应的实数是正数，原点左侧的点所对应的实数是负数，数轴上距原点较远的点所对应的实数的绝对值较大。在解决此类问题时，要充分利用数轴的直观性。

例 5 对于任意有理数 a，b，$|a+b|=|a|+|b|$ 能否成立？如果不成立，则应对 a，b 加以什么条件才能使等式成立？

解 设 $a=-3$，$b=4$，则 $|-3+4|=1$，$|-3|+|4|=7$，

$\therefore\quad |-3+4|\neq|-3|+|4|$。

$|a+b|=|a|+|b|$ 不是对任意有理数都成立的。

根据绝对值的意义进行讨论：

(1) $a>0$，$b>0$ 时，$|a+b|=a+b$，$|a|+|b|=a+b$，

$\therefore\quad |a+b|=|a|+|b|$；

(2) $a<0$，$b<0$ 时，$|a+b|=-(a+b)$，$|a|+|b|=-a-b$，

$\therefore\quad |a+b|=|a|+|b|$；

(3) $a=0$，$b\neq0$ 时，$|a+b|=|b|$，$|a|+|b|=|b|$；

$\therefore\quad |a+b|=|a|+|b|$；

(4) $a=0$，$b=0$ 时，$|a+b|=0$，$|a|+|b|=0$，

$\therefore\quad |a+b|=|a|+|b|$；

(5) $a>0$，$b<0$ 时，设 $a=2$，$b=-3$，则 $|a+b|=|2-3|=1$，$|a|+|b|=2+3=5$，$\therefore\quad |a+b|\neq|a|+|b|$($a<0$，$b>0$ 时，前面已加以讨论)。

说明 本题当 a、b 异号时，等式不成立，因此要使等式成立，必须加条件：a、b 同号或 a、b 中至少一个为零。

例 6 计算 $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\times\left\{\left[4\frac{2}{3}\div\left(-\frac{1}{3}\right)+(-0.4)\times\left(-6\frac{1}{4}\right)\right]\div\left(-11\frac{1}{2}\right)\right\}\div\frac{3}{5}\times\frac{5}{3}$

解 原式 $=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\times\left\{\left[-14+2\frac{1}{2}\right]\div\left(-11\frac{1}{2}\right)\right\}\div\frac{3}{5}\times\frac{5}{3}$

$$=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\times\left\{-11\frac{1}{2}\div\left(-11\frac{1}{2}\right)\right\}\div\frac{3}{5}\times\frac{5}{3}$$

$$=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\times1\div\frac{3}{5}\times\frac{5}{3}$$

$$=\frac{2}{5}+\frac{5}{3}=\frac{31}{15}=2\frac{1}{15}。$$

说明 有理数四则运算必须严格按照运算顺序。这里最后两个数字 $\frac{3}{5}$，$\frac{5}{3}$ 不能约简，否则铸成大错。

练习一

一、选择题

1. 如果一个数的相反数是正数或零，则这个数是(　　)。
(A) 正数；　(B) 负数；　(C) 非正数；　(D) 非负数。

2. 一个数的相反数的绝对值比这个数大，则这个数(　　)。
(A) 是正数；　(B) 是负数；
(C) 可以为任何有理数；　(D) 是非负数。

3. 一个数和它的绝对值互为相反数，则这个数是(　　)。
(A) 正数；　(B) 负数；
(C) 非正数；　(D) 非负数。

4. 若有理数 a 满足 $\frac{a}{|a|}=-1$，则 a 是(　　)。
(A) 正有理数；　(B) 负有理数；
(C) 非正有理数；　(D) 非负有理数。

5. 一个数的倒数的相反数是$3\frac{2}{3}$，则这个数是(　　)。

(A) $-4\frac{1}{2}$；(B) $-\frac{1}{2}$；(C) $-\frac{3}{11}$；(D) $-\frac{11}{3}$。

6. 数轴上有两点，它们离开表示 2 的点的距离都等于 4，那么这两点所表示的数(　　)。

(A) 都是 6；　　(B) 都是 4；

(C) 6 和 -2；　　(D) 4 和 -4。

7. 下列说法中正确的是(　　)。

(A) 两数的和一定大于各个加数；

(B) 两数的差一定小于被减数；

(C) 两数的差有可能与被减数、减数都相等；

(D) 两数的差不可能等于减数的相反数。

8. 两个有理数的积是正数，和是负数，那么这两个有理数(　　)。

(A) 都是正数；　　(B) 都是负数；

(C) 一正一负；　　(D) 正负不能确定。

9. 如果一个数的绝对值除以这个数本身，商等于 -1，那么这个数是(　　)。

(A) 正数；　　(B) 负数；

(C) 不小于 0 的数；　　(D) 不大于 0 的数。

10. 计算$[(1-0.9)^2\times10-0.09]^2\times100$ 的结果是(　　)。

(A) 1；(B) 0.1；(C) 0.01；(D) 0.001。

11. 计算 $1\frac{7}{8}\div\left(-3\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{4}{15}\right)$的结果是(　　)。

(A) $\frac{15}{8}$；(B) $-\frac{15}{8}$；(C) $\frac{2}{15}$；(D) $-\frac{2}{15}$。

12. 绝对值小于 4 的负整数的积是(　　)。

(A) 6；(B) -6；(C) 0；(D) 24。

二、填空题

1. 一个数的相反数是它本身，这个数是____；一个数的绝对

值是它本身，这个数是____；一个数的倒数是它本身，这个数是____。

2. 绝对值不小于1而小于6的质数的和是________。

3. 一个数的立方等于它的绝对值，这个数是________。

4. 若数轴上的点A所对应的数是$-3\frac{1}{2}$，那么与点A相距3个单位长度的点所表示的数是________。

5. 在$-7\frac{1}{3}$与4.5之间(包括这两个数)最大的有理数与最小的整数的和是________。

6. 若$|x|<3$，且x是非负整数，则x的值为________。

7. 若$|a-1|=2$，则$a=$________。

8. 若$|1-a|=a-1$，则a的取值范围是________。

9. 若$|a|=3$，$|b|=4$且$|a-b|=b-a$，则$ab=$________。

10. $(-5)\times\left(-3\frac{6}{7}\right)+(-7)\times\left(-3\frac{6}{7}\right)+(+12)\times\left(-3\frac{6}{7}\right)$ $=$____。

11. $\frac{3}{4}\times(-5)^2+\frac{3}{4}\times(-3)^3-\frac{3}{4}\times 98=$____。

12. 根据乘方的意义，计算$5^5\times(-2)^5=$____。

三、解答题

1. (1) 已知：$|x|=5$，$|y|=2$，求$x-y$的值；

(2) 若$a+|1-a|=a+1-a=1$，求a的取值范围；

(3) 若$1<x<3$，化简$|1-x|-|x-4|$。

2. 计算：

(1) $7\frac{2}{15}-\left\{8-\left[0.9\times\left(\frac{2}{3}\right)^2-1\frac{1}{3}\div 4\right]\right\}$；

(2) $\left(-\frac{3}{2}\right)^2\times\left(-\frac{4}{3}\right)^2\div\left(-\frac{1}{2}\right)-3^2-|-9|$；

(3) $\left\{0^3-3^2-\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^3\times\left(-\frac{4}{3}\right)^2\div\left(-\frac{1}{2}\right)-1\right]\right\}\div(-20)$；

(4) $-81\div 2\frac{1}{4}\times\frac{4}{9}\div(-16)-(-1)^3\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{6}$

$-|-1|$,

(5) $3\frac{1}{4}-\left|\left(-1\frac{3}{5}\right)+0.8\right|\times(-47.5)+\left|89\frac{3}{5}\times14\frac{3}{8}\right|$

$+26\frac{2}{7}-\left|-\frac{1}{8}+0.125\right|\times(-2)^{100}$;

(6) $\dfrac{3\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2-4\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times2\frac{1}{2}-8\div\left(\frac{2}{3}\right)^2}{5\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2\times\left(-1\frac{1}{5}\right)+1}$。

3. 已知：$|x-1|+|y+3|=0$，求 $x^{1996}+y^2$ 的值。

4. 已知：实数 a、b 满足 $|ab|+1=|a|+|b|$，求 $(a+1)^{b+3}$ 的值。

参考答案

一、1. (C)。2. (B)。3. (C)。4. (B)。5. (C)。6. (C)。7. (C)。8. (B)。9. (B)。10. (C)。11. (C)。12. B。

二、1. 0，非负数，±1。2. 10。3. 0 和 1。4. 有两解：$-\frac{1}{2}$ 或 $-6\frac{1}{2}$。5. -2.5。6. 0、1、2。7. 3 或 -1。8. $a\geqslant1$。9. -12，或 12。10. 0。11. -75。12. -100000。

三、1. (1) $\because$ $|x|=5$，$\therefore$ $x=\pm5$，又 $|y|=2$，$y=\pm2$，$\therefore$ $x-y$ 的值有四种可能：3，7，-7，-3；(2) $a\leqslant1$；(3) $2x-5$。

2. (1) $-\frac{4}{5}$；(2) -26；(3) 1；(4) 1；(5) $90\frac{1}{4}$；(6) $5\frac{1}{2}$。

3. $\because$ $|x-1|+|y+3|=0$，$\therefore$ $x=1$，$y=-3$，原式 $=1+9=10$。

4. $\because$ $|ab|+1=|a|+|b|$，$\therefore$ $(|a|-1)(|b|-1)=0$，$|a|=1$，或 $|b|=1$，即 $a=\pm1$，$b=\pm1$。当 $a=1$ 且 $b=1$ 时，