

编委会主任

王玉文



高等院校教师教育数学系列教材

简明数学史

主 编 柳成行

副主编 关丽娟 曹振琴 韩明莲

■ 设 $M = Dz_1 \oplus Dz_2 \oplus \cdots \oplus Dz_s = Dw_1 \oplus Dw_2 \oplus \cdots \oplus Dw_t$, 其中, $Dz_i \neq 0 (1 \leq i \leq s)$, $Dw_j \neq 0 (1 \leq j \leq t)$, 且有

$$\text{ann } z_1 \supseteq \text{ann } z_2 \supseteq \cdots \supseteq \text{ann } z_s,$$

$$\text{ann } w_1 \supseteq \text{ann } w_2 \supseteq \cdots \supseteq \text{ann } w_t,$$

则 $s = t$, 且 $\text{ann } z_i \subseteq \text{ann } w_i (1 \leq i \leq s)$.

$$M \cong \bigoplus_{i=1}^r \bigoplus_{j=1}^{s_i} \mathbb{Z}/(p^{e_{ij}}) \oplus \left(\bigoplus_{i=1}^m \mathbb{Z} \right)$$

编委 王 辉

鲍 曼 范 鹰 李兆兴

莫海平 堵秀凤 毕渔民

哈尔滨工业大学出版社



高等院校教师教育数学系列教材

简明数学史

主 编 柳成行

副主编 关丽娟 曹振琴 韩明莲

哈尔滨工业大学出版社

内 容 简 介

本书总体上按时间顺序,较为全面、系统地介绍了数学发展的各个时期的主要成果,并结合当时社会和科技发展的背景介绍了数学各分支形成、主要研究对象、思想方法特点及其发展的概况。同时对各时期主要数学家、数学学派,以及他们主要著述和对数学发展的贡献及影响作出了较为详细的介绍。本书还对各时期数学发展的特点作出了一定的分析与评述。

本书可作为高等院校数学专业的教材和教师参考书,也可作为广大中小学数学教师的教学参考书,还可供广大数学爱好者参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

简明数学史教程/柳成行主编.—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2008.6

(高等院校教师教育数学系列教材)

ISBN 978-7-5603-2687-0

I.简… II.柳… III.数学史-世界-师资培训-教材
IV.011

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 053326 号

策划编辑 杜 燕

责任编辑 张 瑞 费佳明

封面设计 卞秉利

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451-86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨工业大学印刷厂

开 本 787mm×960mm 1/16 印张 14.75 字数 266 千字

版 次 2008 年 6 月第 1 版 2008 年 6 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-2687-0

定 价 28.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

前 言

数学史作为一门课程,越来越多地在我院数学专业中开设,这本《简明数学史教程》就是为此类课程的教学需要而编写的。同时,数学史知识在中学数学课程中,已经被作为基础知识的重要组成部分,因此,本书也可以用来作为广大中小学数学教师的教学参考书籍。本书在编写过程中,力求简明、通俗,这使得本书也可作为广大数学爱好者拓宽学识的读物。数学是历史最悠久的人类知识领域之一,她的发展几乎伴随整个人类文明的发展过程。数学的发展过程从一个侧面也反映了人类科技文化的发展历程,因此,学习和了解数学史无论是对深刻认识数学科学本身,还是了解整个人类文明都有重要的意义。这一点在本书绪言中有扼要的论述,这里不再赘述。本书在编写过程中,除把中国古代数学单独介绍外,尽量把数学发展过程看作一个整体,以不同历史阶段的主要数学成果、重要数学发现及其中思想发展与变革为主体,力图勾勒出数学发展的整体轮廓。由于数学的发展离不开科技进步、哲学观念、社会政治、经济和其他文化的影响,因此,本书对各个历史时期的数学发展特点,结合上述因素,力求客观地作出简要评述。

本书编写过程中,得到了哈尔滨师范大学王玉文教授的热心指导,同时,哈尔滨学院数学系的很多教师对本书都提出了宝贵的意见与建议,在这里,编者对在本书编写过程中予以我们热情帮助的专家和同仁表示衷心的感谢。

参与本书编写工作的有,哈尔滨学院数学系柳成行(前言、第1、2章和第12~14章),哈尔滨师范大学阿城学院数学系关丽娟(第3~5章),哈尔滨师范大学数学系硕士研究生曹振琴(第6~8章),牡丹江师范学院数学系韩明莲(第9~11章)。

本书编写力求简明通俗,以适合更多读者阅读,期望对数学在我们国家的进一步普及做出微薄贡献。数学历史悠久,发展至今已经形成领域庞大、分支众多、方法独特、思想深刻的科学体系,而编者并非专业数学史家,限于自身学识与能力,很难把数学这一如此广阔而深刻的知识领域准确而生动地刻画出来。本书必定会存在不少缺点和错误,因此,编者恳请广大读者给予谅解,同时欢迎广大读者提出宝贵意见以促进我们更正。

编 者

2008年3月

目 录

绪言	1
第 1 章 中国古代数学	6
1.1 中国传统数学的形成时期	6
1.2 中国传统数学的发展	16
1.3 中国传统数学向西方数学的转变	34
第 2 章 古代埃及和巴比伦数学	41
2.1 古埃及数学	41
2.2 古巴比伦数学	44
第 3 章 古希腊数学	47
3.1 泰勒斯与毕达哥拉斯	47
3.2 雅典时期的希腊数学	53
3.3 希腊数学的黄金时代	58
3.4 亚历山大后期的希腊数学	65
第 4 章 古代印度与阿拉伯的数学	71
4.1 古代印度数学	71
4.2 阿拉伯数学	77
第 5 章 中世纪和文艺复兴时期的欧洲数学	83
5.1 中世纪的欧洲数学	83
5.2 文艺复兴时期的欧洲数学	85
第 6 章 近代数学的兴起	94
6.1 解析几何的诞生	94
6.2 微积分的酝酿	98
6.3 牛顿的微积分	103
6.4 莱布尼兹的微积分	108
6.5 牛顿与莱布尼兹在微积分方面的比较	112
第 7 章 18 世纪的数学	114
7.1 微积分的发展	114

7.2	微积分的应用所产生的数学新分支	121
7.3	18 世纪数学的其他领域	124
第 8 章	代数学的新发展	130
8.1	高次代数方程的可解性	130
8.2	复数与四元数	133
8.3	布尔代数和代数数论	135
第 9 章	几何学的新开创	139
9.1	非欧几何学的创立	139
9.2	非欧几何学的发展与确认	143
9.3	几何学的统一	146
第 10 章	分析的严格化	151
10.1	柯西与分析基础	151
10.2	分析算术化	153
10.3	分析在应用领域的新发展	157
第 11 章	20 世纪纯粹数学的发展	163
11.1	希尔伯特问题	163
11.2	更高的抽象和高度的统一	166
11.3	数学基础的深入探讨	177
第 12 章	20 世纪应用数学的发展	186
12.1	20 世纪应用数学的新特点	186
12.2	计算机与现代数学	188
第 13 章	数学与现代社会	192
13.1	数学与自然科学	192
13.2	数学与技术科学	201
13.3	数学与人文、社会科学	206
13.4	数学与哲学	214
第 14 章	中国现代数学的发展	218
14.1	中国现代数学的起步	218
14.2	中国现代数学的迅速发展	223
参考文献		230

绪 言

1. 数学的起源——数与形概念的产生

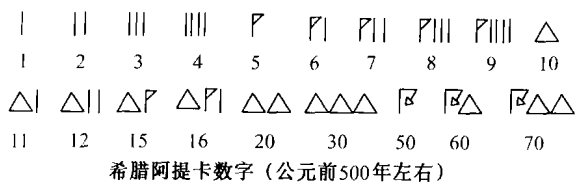
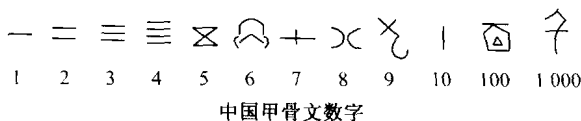
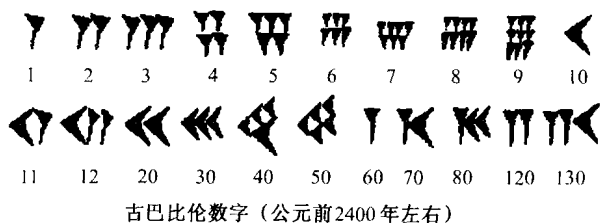
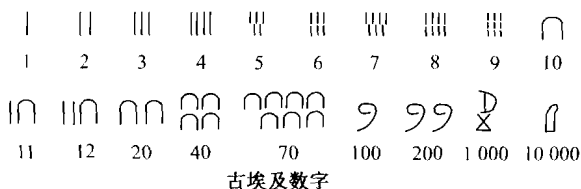
数学的产生是人类思维进化的一个飞跃。原始人类在进化的过程中,在狩猎、采集以及分配的过程中,逐渐认识到一只羊和一群羊、一头牛和一群牛在数量上的差异。再通过比较与归纳就逐渐看到一只羊、一匹狼、一条鱼、一棵树……之间存在着某种共同的东西,即它们的单位性。同样,人们会注意到其他特定的物群,例如成双的事物,相互间也可以构成一一对应。这种为一定物群所共有的抽象性质,就是数。数概念的形成可能与火的使用一样古老,大约是在30万年以前,它对于人类文明的意义也绝不亚于火的使用。

当对数的认识越来越清晰时,对数的使用也越来越频繁,而且数在人们的生产活动中的作用也越来越重要,因此,对于数的记载也就变得十分必要了,于是导致了记数。而记数是伴随着计数的发展而发展的,最早可能是手指计数,一只手上的五个指头可以被现成地用来表示五个以内事物的集合。两只手上的指头合在一起,就可以表示不超过10个元素的集合。正如亚里士多德早就指出的那样,今天十进制的广泛采用,只不过是我们绝大多数人生来具有10个手指这样一个解剖学事实的结果。因此,虽然在历史上手指计数即用5或10的计数实践比二或三的计数出现要晚,但五进制和十进制却几乎一律地取代了二进制、三进制等。

当手指不能满足对众多事物的记数时,人们又采用石子记数等方法,以便表示同更多的集合元素的对应。但记数的石子堆很难长久保存信息,于是又有结绳记数和刻痕记数。中国古代文献《周易·系辞下》有“上古结绳而治,后世圣人,易之以书契”之说。“结绳而治”即结绳记事或结绳记数,“书契”就是刻画符号。

结绳方法不仅在中国而且在世界其他许多地方都曾使用过,有些结绳实物甚至保存下来。例如,美国自然史博物馆(纽约)就藏有古代南美印加部落用来记事的绳结,当时人称之为基普。在一根较粗的绳子上栓系涂有颜色的细绳,再在细绳上打各种各样的结,不同的颜色和结的位置、形状表示不同的事物和数目。这种记事方法在秘鲁高原一直盛行到19世纪,而世界上有些地方如日本琉球群岛的居民至今还保持着结绳记事的传统。

迄今发现的人类刻痕记数的最早证据,是1937年在捷克摩拉维亚(Moravia)出土的一块幼狼胫骨,刻有55道刻痕,分成两组:一组25道,一组30道,每组刻痕内又按5个位一群排列。经考证,此块狼骨大约出现在3万年前。数万年后,在距今大约5000多年前,人类历史上终于出现了书写记数和相应的记数系统,如下图所示:



各个古代文明中几乎都有着自己的记数系统。其中除了巴比伦楔形数字采用六十进制、玛雅数字采用二十进制外,其他均属十进制数系。记数系统的出现使数与数之间的书写运算成为可能,在此基础上初等算术便在几个古老的文明地区发展起来。

人类最初获得的几何知识从人们对形的直觉中萌发出来。史前人类大概首先是从自然界客观事物中提取几何形象,例如,他们从圆月、水滴的轮廓提取了圆形;从松树笔直的树干中认识到直线等。并且在器皿制作、建筑设计及绘画装饰中加以再现,显示了早期人类的几何兴趣。随着人类生产活动的不断深入,几何知识也在不断积累,人类不仅有对圆、三角形、正方形等一系列几何形式的认

识,而且还有对全等、相似、对称等几何性质的运用。经验的几何知识随着人们的实践活动而不断扩展,不过在不同的地区,几何学的这种实践来源方向不尽相同。根据古希腊学者希罗多德(约前 484—前 425)的研究认为,古埃及几何学产生于尼罗河泛滥后土地的重新丈量。“几何学”一词的希腊文就是“测地”的意思。古代印度几何学的起源则与宗教实践密切相关。而古代中国,几何学起源更多地与天文观测相联系。中国最早的数学著作《周髀算经》(至晚公元前 2 世纪成书)事实上是一部讨论西周初年(公元前 1100 年左右)天文测量中所用数学方法(测日法)的著作。

数与形概念的产生标志着数学的诞生。在此基础上,人们经过数千年的不断探索,形成了今天体系庞大、高度抽象的关于数量关系和空间形式的数学科学。数学的发展是人类对客观世界的认识不断深入的过程,同时,数学对科学技术和社会的发展又发挥着越来越大的推动作用。

2. 数学史研究的对象和意义

(1) 数学史研究的对象

作为人类文化中的重要组成部分、人类社会进步的重要推动力量的数学,其发展过程有着自身独特的规律。数学史就是研究数学发展进程和发展规律的科学,具体说,是数学各学科及其分支的孕育、产生与发展以及在其发展过程中产生的一系列思想方法的全过程。它既包括数学知识成果与相应的数学思想方法及其应用,也包括数学知识产生与发展的源泉、规律和应用,这涉及数学与社会和科学技术的关系以及数学内部发展等几个方面的关系,因而社会历史背景等也是数学史研究的对象。例如,社会体制、社会发展状况、意识形态、科学文化和生产实践背景等。

(2) 学习数学史的意义

①能全面深入地了解数学。数学的历史悠久,几乎伴随着整个人类文明的发展。数学起源于人类的生产实践,是对客观事物的特殊规律的反映,但数学的表现形态又脱离了客观现实。特别是现代数学对象的高度抽象性和知识形式化的结构特点,使得数学较其产生初期更加远离客观现实。这其中反映的是数学思想、方法的发展与变化,而数学思想、方法的发展并不是随着时间的推移而呈线性发展的。许多数学知识的逻辑结构和这些知识产生与发展的历史过程并不相一致。有些知识产生较早,但其逻辑循序却要靠后。例如,微积分在 17 世纪就产生了,而其逻辑基础却是在 19 世纪末才建立起来的。

因此,对数学专业知识的学习,人们掌握的是数学知识的展开过程。而对数学史的学习,可以帮助人们了解到数学知识的产生背景、思想来源以及其应用的

范围与价值,从而能够更加全面地认识数学、了解数学。

②可以了解数学发展趋势。数学在各个时期的发展特点各不相同,在古代东方文明中,数学来自生产实践,也更多地运用于生产实践,体现着很强的实用性特点;而古希腊则完成了对数学知识的第一次系统整理,并使之进入人类的精神领域,数学体现着注重演绎的思辨性。文艺复兴之后,数学在理论与应用上都有了飞跃性发展,而进入 20 世纪以后,数学的应用性又表现出新的特点,在人类社会的各个知识领域都发挥着重要的作用,数学更直接作用于科学技术,使之成为推动人类发展和社会进步的极为重要的力量,而这一趋势在 21 世纪会更为显著。了解数学发展的趋势对数学研究和数学教育都有重大意义。

③对于数学教育工作者有更重要的意义。作为数学知识的传播者,全面了解数学,清楚知识的产生与发展的过程,能够克服对数学的绝对化、简单化和神秘化。同时可以树立正确的数学观和数学教育观,更能充分理解数学课程设置的意义和内涵,使数学教育可以科学、有效地开展。

3. 数学史的分期

数学史分期的方式很多,我国学者综合国内外专家的意见,提出了如下的分期方法,得到了广泛的认同。他们把数学发展过程分为四个阶段:

(1) 数学的起源与早期发展(前 6 世纪前)。

(2) 初等数学时期(前 6 世纪 ~ 公元 16 世纪)。

① 古代希腊数学(前 6 世纪 ~ 公元 6 世纪);

② 中世纪东方数学(3 ~ 15 世纪);

③ 欧洲文艺复兴时期(15 ~ 16 世纪)。

(3) 近代数学时期(或称变量数学建立时期,17 ~ 18 世纪)。

(4) 现代数学时期(1820 年至今)。

① 现代数学酝酿时期(19 世纪初 ~ 19 世纪 70 年代);

② 现代数学形成时期(19 世纪 70 年代 ~ 20 世纪 40 年代);

③ 现代数学繁荣时期(或称当代数学时期,20 世纪 50 年代至今)。

4. 中国数学史分期

中国古代数学独树一帜,几千年来独立在华夏文明中发展,直到明清西学进入之前,一直保持自身的特点,所以中国数学发展过程表现出相对独立的特征。20 世纪以来国内外学者越来越重视对中国古代数学的研究,先后有很多国内外专家对中国数学史进行过分期,如三上义夫(日本)、李约瑟(英国)、李俨、钱宝琮、梁宗巨、李迪等。他们按照各自的标准,进行了不尽相同的分期。这里我们采用我国数学史研究经典巨著《中国数学史大系》中的分期方法,把中国数学史

分为四个时期:

(1) 中国传统数学的形成期

这一时期时间跨度最长,从上古到西汉末年,大约几万年。这个时期又可以分为三个阶段:

①公元前 2000 年以前,被称为中国数学的“考古期”或“史前期”;

②约公元前 2000 ~ 前 220 年,被称为中国数学的“积累期”;

③从秦汉之际到西汉末年,约 240 年左右。这个时期有专门的数学著作出现,反映出中国数学已形成独立的知识系统,对后来产生巨大影响,是中国数学发展史上的第一个高峰时期。

(2) 中国传统数学的发展期

这个时期约从公元 1 世纪初 ~ 公元 14 世纪初期,约 1300 年。这个时期中国数学基本独立发展,硕果累累,是中国传统数学发展的黄金时期。这个时期也可以分为三个阶段:

①约公元 1 世纪初 ~ 8 世纪初,即从东汉初期到唐朝中期。这个时期涌现了刘徽、祖冲之等一流的大数学家,数学的研究重点倾向理论方面,许多成果居世界领先地位故可称之为“理论期”;

②公元 8 世纪初 ~ 11 世纪初,即唐朝中期到北宋初期。这个时期数学论著较少,较为突出的成果不多,被称为中国数学的“滞缓期”;

③公元 11 世纪初 ~ 14 世纪初,即北宋中期到元朝前期。这一阶段中国数学发展迅速,成就较多,达到很高水平,成为中国数学史上又一个高峰时期,或说是黄金时代。

(3) 中国传统数学向西方数学转变期

公元 14 世纪初 ~ 20 世纪 30 年代中期(1936),即从元朝中期到民国中期。这个时期中国数学发展曲折,但总体趋势是中国传统数学向西方数学转变,因此也被称作“过渡期”。

(4) 中国现代数学发展时期

20 世纪 30 年代中期至今,可以称为中国现代数学发展时期,这个时期中国数学完全是西方式的,中国数学也成为世界数学的有机组成部分。

第 1 章 中国古代数学

在绪言中,我们介绍了数学的起源,而早期的数学是在东方古代文明中发展起来的。从史料上看,中国、印度、埃及和巴比伦这四个东方文明古国中,古埃及和巴比伦的数学在年代上更为久远,可追溯到公元前 3000 年左右,而在公元前均告衰微。中国的历史悠久,从早期的文明程度推测,数学的起源不应晚于古埃及和巴比伦,但是没有可靠的史料佐证。就目前发现的考古材料和历史文献来看,中国古代数学文明起步较晚,甚至晚于古希腊。但中国古代数学起源于本土,并长期独立发展,形成了自身独有的特点,在宋元时期还曾达到数学发展的高峰。因此,我们用本章来单独介绍中国古代数学。

1.1 中国传统数学的形成时期

1.1.1 中国数学的早期积累

中国古代数学起源很早。古代著作《世本》中曾提到黄帝使“隶首作算数”,当然这还只是传说。但从出土的新石器时代(约 1 万年前)的石器及以后的陶器上的花纹,可以看出,当时的人们对物体的形状、大小和位置关系的认识(图 1.1)。在西安半坡遗址(约 6 000 年前)发现的点群图案,说明某些较为抽象的数学概念已经形成(图 1.2)。半坡遗址中出土的彩陶上的几何图案中还包含有平行线、折线、各种三角形、菱形和圆等图形,这些都说明早在 6 000 年前,我们的祖先就已经认识并能够绘制大多数平面几何图形了(图 1.3)。《史记》“夏本纪”记载说:夏禹治水,

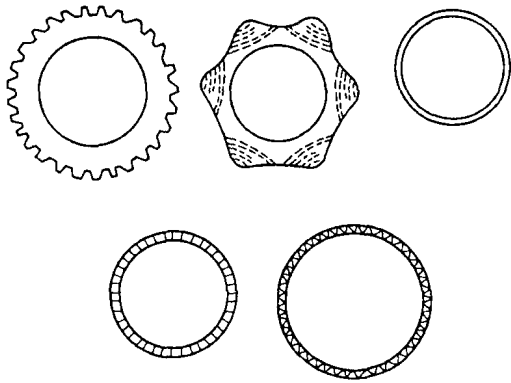


图 1.1 新石器时代的陶器口沿

“左规矩,右准绳”。“规”是圆规,“矩”是直角尺,“准绳”则是确定铅垂方向的器械,反映了早期几何学的应用。从战国时代的著作《考工记》中也可以看到与手工业制作有关的实用几何知识。

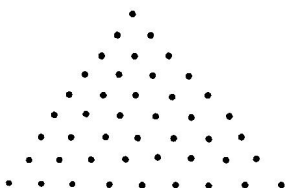


图 1.2 半坡遗址中的点群图案

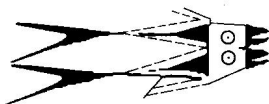


图 1.3 半坡陶器中的图案

在殷商时期的甲骨文中可以看到 1 ~ 10 这 10 个自然数的符号,说明这个时期已经有了自然数的概念,并且完整的十进制记数系统被普遍使用(图 1.4)。最迟到春秋战国时代,又出现严格的十进位值制筹算记数,从现存的公元前 3 世纪的刀币上可以看到这种记数方法。《孙子算经》中曾记载的筹算记数法则说:“凡



图 1.4 甲骨文中的数字

算之法,先识其位。一纵十横,百立千僵。千十相望,万百相当”。因此,可知筹算记数有纵横两种形式(图 1.5)。纵式用来表示个位、百位、万位……数字;横式用来表示十位、千位、十万位……数字;零用空位来表示。

纵式:						⊥	⊥⊥	⊥⊥⊥	⊥⊥⊥⊥
横式:	—	=	≡	≡≡	≡≡≡	⊥	⊥⊥	⊥⊥⊥	⊥⊥⊥⊥
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

图 1.5 筹算记数的纵式与横式

周代以后开始出现关于运算的一些记载。战国时期李悝在《法经》中计算了一户农民的收支情况:“今一夫挟五口,治田百亩,岁收亩一石半,为粟百五十石。除十一之税十五石,余三百五十石。食:人月一石半。五人岁终为粟九十石;余有四十五石。石三十(指钱),为钱千三百五十,除社间尝新春秋之祀用钱三百,余千五十。衣:五人终岁用千百五,不足四百五十”。这个计算过程,设计了减、乘、除运算,而加法为基础,所以这里反映的算术四则运算已经齐备。值得注意的是,最后结果出现了“不足”,这可以看做是负数概念的现实原型。

春秋战国时期的文献中还出现了乘法口诀,其次序是从“九九八十一”开始,与现在的次序相反,故称“九九歌”。直到南宋时期“九九歌”才改为现在的顺序。这个时期的著作还记载了分数及其应用。前边提到的《考工记》中记载了一些器具的规格,用到了大量分数,而且还出现了分数运算的萌芽。如“六分其轮崇,以其一为牙围,三分其牙,围漆其二。”意为把轮崇 6 等分,取其中之一作为牙围,再把牙围 3 等分,把其中 2 份涂上漆。

战国时期(前 475—前 221)的诸子百家中,“墨家”与“名家”的著作包含有理论数学的萌芽。如《墨经》(约公元前 4 世纪著作)中讨论了某些形式逻辑的法则,并在此基础上提出了一系列数学概念的抽象定义:

点:“端,体之无厚而最前者也”;

直线:“直,参也”;

圆:“圜,一中同长也”;

正方形:“方,柱隅四佑也”;

平行:“平,同高也”;

体积:“厚,有所大也”

等等,大约有 17 条之多。《墨经》中甚至涉及“有穷”与“无穷”,说“或不容尺,有穷;莫不容尺,无穷也”。以善辩著称的名家,对无穷概念则有更进一步的认识,如据《庄子》记载,属名家的惠施曾提出:“至大无外谓之大一;到小无内谓之小

一”,这里“大一”、“小一”有无穷大与无其穷小之意。

名家(代表人物公孙龙,留有著名的典故“白马非马论”)主要是辩论哲学概念,但《庄子》中记载他们的多条名辩,也可以从数学的意义上理解,其中最著名的如:

矩不方,规不可以为圆;

飞鸟之影未尝动也;

镞矢之疾,而有不行不止之时;

一日之桮,日取其半,万世不竭

等等,可以说与希腊芝诺学派的悖论遥相呼应。

不过名、墨两家在先秦诸子中是属例外情形,其他包括儒、道、法等各家的著作则很少关心与数学有关的论题,而只注重社会伦理、修心养身、经世治国之道,而这些学说又在不同程度上得到统治阶级的支持。所以名、墨两家的学说没有产生深远影响。秦始皇统一中国以后,结束了百家争鸣的局面。而后的汉武帝罢黜百家,独尊儒术,名、墨著作中的数学论证思想更失去了进一步成长的机会。

1.1.2 中国传统数学体系的形成

经过长期的积累,大量的数学知识在中国开始得以集中。从秦到西汉,我们现在可以明确知道至少有四部专门的数学著作出现,它们是《算数书》、《许商算术》、《杜忠算术》和《九章算术》。同时这个时期还出现的运用数学知识讨论天文学的《周髀算经》,其中包含很多数学成就,运用了高深的数学知识,因此也可以称之为数学著作。这些数学著作的出现,标志着中国数学独立知识体系的形成,对后来数学的发展起到了重要的推动作用。十分可惜的是,目前尚未发现《许商算术》、《杜忠算术》的存稿,《算数书》也只找到了其中的一部分。这里我们简要介绍一下《周髀算经》和《九章算术》。

《周髀算经》是我国现存的古代数学著作中成书最早的一部。其作者不详,成书年代据考应不晚于公元前2世纪西汉前期,但书中涉及的数学、天文知识,有的可以追溯到西周(前11世纪—前8世纪)。这部著作实际上是从数学上讨论“盖天说”宇宙模型,反映了中国古代数学与天文学的密切联系。从数学上看,《周髀算经》主要的成就是分数运算、勾股定理及其在天文测量中的应用,其中关于勾股定理的论述最为突出。

《周髀算经》卷上记载西周开国时期周公与大夫商高讨论勾股测量的对话,商高答周公问时提到“勾广三,股修四,径隅五”,这是勾股定理的特例。卷上另一处叙述周公后人荣方与陈子(约公元前六、七世纪)的对话中,则包含了勾股定

理的一般形式：“……以日下为勾，日高为股，勾股各自乘，并而开方除之，得邪至日。”

《周髀算经》主要以文字形式叙述了勾股算法，这是从天文测量中总结出来的普遍定理。《周髀算经》中还讨论测量“日高”的方法，如图 1.6 所示，设在 A, B 两处立表（即“髀”） AA' 与 BB' ，记表高为 h ，表距为 ρ ，两表日影差为 d ($d = BD - AC$)。《周髀算经》相当于给出了日高公式，即

$$SO = H + h = h + \frac{h \times \rho}{d}$$

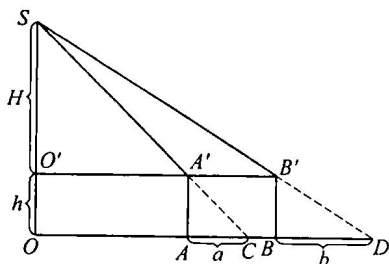


图 1.6 《周髀算经》中测量“日高”的方法

中国数学史上最先完成勾股定理证明的数学家，是公元 3 世纪三国时期的赵爽。他的方法我们将在后面介绍。

1.1.3 《九章算术》

《九章算术》是中国古典数学最重要的著作(图 1.7)。根据现在的考证，这部著作的成书年代应不晚于公元前 1 世纪，但其中的数学内容，有些也可以追溯到周代。《周礼》记载西周贵族子弟必学的六门课程（“六艺”），其中有一门是“九数”，刘徽《九章算术注》“序”中就称《九章算术》是由“九数”发展而来，并经过西汉张苍、耿寿昌等人删补。1984 年出土的湖北张家山汉初古墓竹简《算数书》，有些内容与《九章算术》类似。因此，可以认为《九章算术》是从先秦至西汉中叶约 200 年的时间里，经众多学者编纂、修改而成的一部数学著作。一些学者认为最后使之成书者应为汉代数学家刘歆。

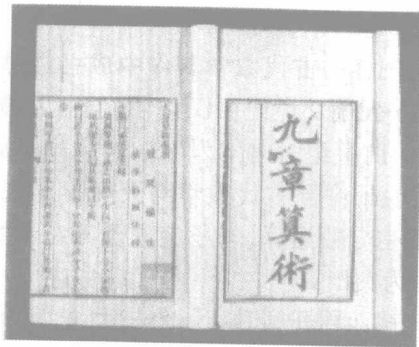


图 1.7 《九章算术》清代版本照片

《九章算术》采用问题集的形式,全书共有 246 个问题,分成九章,依次为:方田,粟米,衰分,少广,商功,均输,盈不足,方程,勾股。其中所包含的数学成就是丰富而多方面的。

1. 算术方面

《九章算术》中,算术方面的内容包括:筹算、复名数、整数性质、整数与小数及其四则运算、分数及其四则运算、比及比例、开平方与开立方、近似凑整算法等内容,十分丰富。

(1) 分数四则运算法则。“方田”章给出了完整的分数加、减、乘、除以及约分和通分运算法则。其中“约分术”给出了求分子、分母最大公约数(中国古代数学家称最大公约数为“等数”)的“更相减损”法,与欧几里得《原本》卷Ⅶ中给出的方法是一致的。

(2) 比例算法。“粟米”、“衰分”、“均输”诸章集中讨论比例问题,并提出“今有术”作为解决各类比例问题的基本算法。设从比例关系为

$$a : b = c : x$$

求 x ,《九章算术》称 a 为“所有率”, b 为“所求率”, c 为“所有数”, x 为“所求数”。

今有术:“以所有数乘所求率为实,以所有率为法,实如法而一”,相当于 $x = \frac{bc}{a}$ 。

以“今有术”为基础,“衰分”章处理各种正、反比例分配问题,“衰分”就是按一定级差分配。“均输”章则运用比例分配的方法解决粮食运输负担平均分配的问题。

(3) 盈不足术。“盈不足术”是以盈亏类问题为原型,通过两次假设来求繁难算术问题的解的方法。《九章算术》中典型的盈亏类问题如:

“今有共买物,人出八盈三;人出七不足四。问人数、物价各几何?”

一般的假设人数为 x ,物价为 y ,每人出钱 a_1 盈 b_1 ,出钱 a_2 不足 b_2 。《九章算术》“盈不足术”相当于给出解法

$$\begin{aligned} x &= \frac{b_1 + b_2}{a_1 - a_2} \\ y &= \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{a_1 - a_2} \\ \frac{y}{x} &= \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{b_1 + b_2} \end{aligned}$$

在《九章算术》中,“盈不足术”并不只局限于盈亏类问题,而是作为一种通用的方法。任何算术问题,通过两次假设未知量的值,都可以转换成盈亏类问题来求解。《九章算术》“盈不足”章就用这种方法解决了许多不属于盈亏类的问