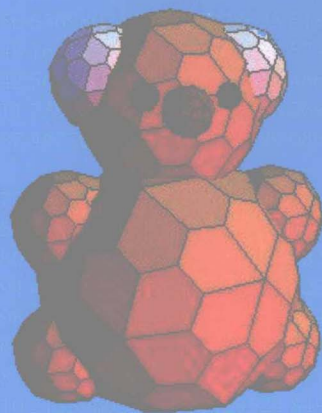


Mathematics

初中数学校本拓展课程

主 编 朱成杰

智 慧 数 学



华东师范大学出版社

初中数学校本拓展课程

智慧数学

主 编 朱成杰

副主编 赵 伟 向宪贵

编 委 朱成杰 杨 翎 张震伟 周 政

张雷鸣 彭本新 顾海燕 陈兴义

华东师范大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

智慧数学/朱成杰主编. —上海: 华东师范大学出版社,
2008

ISBN 978 - 7 - 5617 - 6328 - 5

I. 智… II. 朱… III. 数学课—初中—课外读物 IV.
G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 127078 号

智慧数学

主 编 朱成杰
策划组稿 倪明(数学工作室)
项目编辑 徐惟简
审读编辑 任念兵 孔令志
装帧设计 黄惠敏

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电话总机 021 - 62450163 转各部门 行政传真 021 - 62572105
客服电话 021 - 62865537(兼传真)
门市(邮购)电话 021 - 62869887
门市地址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 址 www.ecnupress.com.cn

印 刷 者 浙江临安市曙光印务有限公司
开 本 787×960 16 开
印 张 12.25
字 数 228 千字
版 次 2008 年 10 月第一版
印 次 2008 年 10 月第一次
印 数 6000
书 号 ISBN 978 - 7 - 5617 - 6328 - 5 / G · 3674
定 价 20.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021 - 62865537 联系)

编者的话

亲爱的小伙伴：

很高兴与你在《智慧数学》相会。

你是否觉得数学抽象、枯燥、深奥难懂？

其实，这并不是数学的真实面貌，至少不是数学的全貌。数学里有许多十分有趣的内容，学习这些数学能给人带来快乐。正因为如此，2002年在北京举行的国际数学家大会期间，91岁高龄的数学大师陈省身教授，为少年儿童题写了“数学好玩”四个字。《智慧数学》上篇中就有许多好玩的数学。

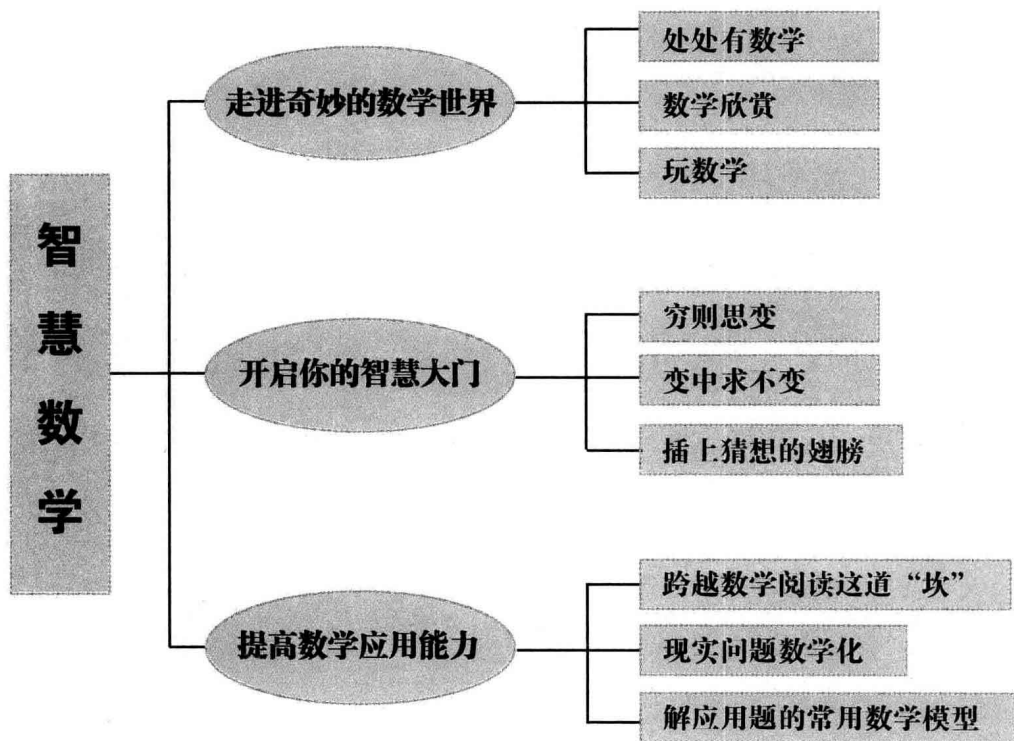
数学还是一门教人聪明的学问。如何将复杂的问题变成简单的问题？遇到陌生的难题，怎样将它转化为熟悉的容易求解的问题？能否从如同乱麻般的数字和图形中发现规律、找到解决问题的思路？这些都是数学思想方法讨论的内容。掌握了《智慧数学》中篇介绍的数学思想方法，你就会拥有一双孙悟空的火眼金睛，将在数学课本里和数学解题过程中，若隐若显的思维脉络看得一清二楚。这样，你的思维会上升到一个新的高度，学习定理、做数学习题就不再那么困难了。

应用题也是许多同学感到头痛的一个问题。长长的文字叙述、陌生的专业术语、众多的数据信息，简直使人丈二和尚摸不着头脑。如何成功跨越解应用题的一道道“坎”，是《智慧数学》下篇的内容。

本书用到的数学知识依据义务教育阶段《数学课程标准》，可以与初中数学课本配合学习。上篇“走进奇妙的数学世界”适合七年级学习，部分内容其实六年级的学生也能读懂；中篇“开启你的智慧大门”、下篇“提高数学应用能力”适合八九年级学习。

我们期望，《智慧数学》能帮助你在奇妙的数学世界里漫游、探索，体会到数学学习的乐趣，使你更聪明，更有智慧。

你的编者朋友



目 录

上篇 走进奇妙的数学世界

第一章 处处有数学	(2)
§ 1.1 衣食住行与数学	(2)
1. 服饰中的数学(2) 2. 饮食中的数学(5) 3. 建筑中的数学(7)	
4. 交通中的数学(9)	
§ 1.2 艺术与数学	(13)
1. 音乐中的数学(13) 2. 美术中的数学(15) 3. 文学中的数学(16)	
第二章 数学欣赏	(19)
§ 2.1 美丽的图形	(19)
1. 雪花(19) 2. 蜂巢(20)	
§ 2.2 奇妙的数学	(23)
1. “0”和“1”(23) 2. 数字黑洞(26) 3. 数学趣题(28)	
第三章 玩数学	(31)
§ 3.1 乐在其中	(31)
1. 创意构图(31) 2. 有趣的七巧板(33) 3. 折叠与裁剪(35)	
§ 3.2 智慧之旅	(39)
1. 益智的数谜(39) 2. 神奇的幻方(43)	

中篇 开启你的智慧大门

第四章 穷则思变	(46)
§ 4.1 化归	(46)
1. 数学家怎样烧开水(46) 2. 化归方法(46) 3. 变陌生为熟悉(47)	
4. 化复杂为简单(49)	
§ 4.2 分类	(53)

1. 小贩数钱的启迪(53)	2. 分类方法(53)	3. 分类方法的应用(54)
§ 4.3 数形结合	(59)	
1. 物体的形与数(59)	2. 由数想形(60)	3. 见形思数(62)
§ 4.4 特殊化	(66)	
1. 一个智力游戏(66)	2. 特殊化方法(66)	3. 把问题引向极端(67)
4. 特殊化方法的应用(68)		
§ 4.5 变换看问题的角度	(71)	
1. 如何让高出桥洞的货船通过(71)	2. 整体思考(71)	
3. 正难则反(73)	4. 换个角度看问题(75)	
第五章 变中求不变	(78)	
§ 5.1 多边形的外角和	(78)	
§ 5.2 对称变换中的不变量	(80)	
1. 轴对称(80)	2. 旋转对称和中心对称(83)	
§ 5.3 等积变换	(88)	
1. 等积三角形(88)	2. 其他等积问题(91)	
§ 5.4 基本图形问题	(94)	
1. 基本图形(94)	2. 分离法(95)	3. 补形法(97)
§ 5.5 定值问题	(102)	
第六章 插上猜想的翅膀	(107)	
§ 6.1 归纳猜想	(107)	
1. 完全归纳法(107)	2. 不完全归纳法(108)	3. 归纳猜想(110)
§ 6.2 类比猜想	(116)	
1. 类比法(116)	2. 类比猜想(117)	
§ 6.3 出奇制胜的反例	(123)	
1. 反例反驳(123)	2. 反例的应用(124)	

下篇 提高数学应用能力

第七章 跨越数学阅读这道“坎”	(130)
§ 7.1 数学阅读是解应用题的起点	(130)
1. 数学阅读的特点(130)	2. 克服数学阅读中的心理障碍(131)

§ 7.2 跨越数学阅读“坎”的方法	(133)
1. 通读全文找出关键词句(133) 2. 理解数学符号与式子的含义(135)	
3. 从已知图表中提取信息(136) 4. 借助图表理清数量关系(137)	
5. 丰富生活经验和课外知识(138)	
§ 7.3 常见的阅读理解题型	(143)
1. 语言描述型(143) 2. 图文结合型(144) 3. 表格文字结合型(147)	
4. 改错题(148)	
第八章 现实问题数学化	(153)
§ 8.1 现实问题数学化举例	(153)
1. 何时车站没有公交车停留(153) 2. 交通事故的处理(154)	
§ 8.2 解数学应用题的一般方法	(156)
第九章 解应用题的常用数学模型	(161)
§ 9.1 方程模型	(161)
1. 借助表格整理数据(161) 2. 借助图象整理数据(162)	
3. 直接设元(162) 4. 间接设元(163) 5. 设而不求(164)	
§ 9.2 函数模型	(168)
1. 建立函数关系(168) 2. 函数的应用(169)	
§ 9.3 几何模型	(175)
§ 9.4 综合应用	(181)
编后记	(185)

上篇 走进奇妙的数学世界

哪里有数学，哪里就有美。

——古希腊哲学家普洛克拉斯

数学好玩。

——著名数学家陈省身

姓名	性别	出生年月	籍贯	现居地
陈省身	男	1911-04-08	浙江嘉兴	美国加州
华罗庚	男	1910-01-12	江苏金坛	美国加州
苏步青	男	1903-04-11	浙江绍兴	上海
吴文俊	男	1919-05-14	上海	上海
丘成桐	男	1949-06-14	广东梅州	美国加州
袁隆平	男	1930-09-07	湖南常德	湖南长沙
屠呦呦	女	1930-12-16	浙江宁波	北京
钟南山	男	1936-08-26	广东顺德	广东广州
张其成	男	1952-07-01	北京	北京
王蒙	男	1934-05-06	河北衡水	北京

第一章 处处有数学

“数学源于生活,寓于生活,用于生活。”生活中处处有数学,让我们用数学的眼光,观察和认识周围事物,使数学服务于生活.

§ 1.1 衣食住行与数学

1. 服饰中的数学

去买服装,适合你的服装尺寸是多少?上衣的形状是怎样的?是规则的几何图形吗?人体有许多数据,服饰中包含了许多数学知识.了解了这些,选择服饰就有了依据.

人体有许多有趣的比例,服饰讲究色彩、尺寸与造型,而数学研究的是“数”与“形”,因此,服饰与数学之间存在着必然的联系,服饰中蕴藏着丰富多彩的数学知识.将拳头翻滚一周,它的长度与脚底长度的比大约是 $1:1$;脚底长与身高的比大约是 $1:7$.到商店买袜子,只要将袜子在你的拳头上绕一周,就能知道这双袜子是否适合你穿.这些有趣的数据为我们选择服饰提供了方便.

怎样才能选择一件合体的服装呢?常用的方法是直接试穿或进行精确测量,如果能了解服装中的数据,选择服装就方便多了.

表 1-1 中的尺寸是我们常常看到的.

表 1-1 儿童服装尺码

单位:厘米

分 类	小 码	中 码	大 码	加大码
适合年龄	0~2 岁	2~4 岁	5~7 岁	7~10 岁
身 高	80	90~110	110~130	140~150
胸 围	50	55	60~65	70
腰 围	40	42	44	46
臀 围	55	60	65~70	75

一般情况下,头部占总身高的 20% ,体高(头部以下)占总身高的 80% .选择服装时,通常以体高为标准.衬衫长约等于体高的 50% ;长裤长约等于体高的 75% ;茄克衫长约等于体高的 49% ;西装长约等于体高的 53% ;长大衣长约等于体高的 70% ;连衣裙长约等于

体高的 78%. 图 1-1 给出了服装中一些数据的含义.

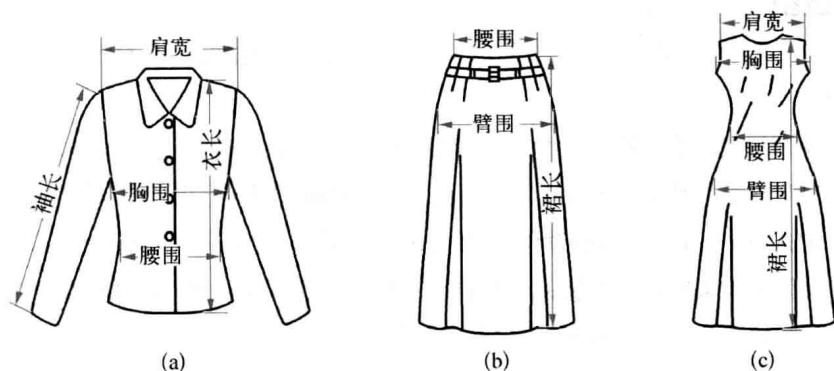


图 1-1 服装中的数据含义

服饰中的搭配

服装的搭配是一门学问,既有审美理念,又有数学知识.从数学上来看,是排列组合.有 2 件不同的上衣,3 件不同的下装,搭配成套,不重复、不遗漏,有几种不同的搭配方法?可以这样有序地操作:即固定一件上衣,有序搭配其他下装.在操作探究后,连线搭配(如图 1-2),抽象为数学模型即: $2 \times 3 = 6$.

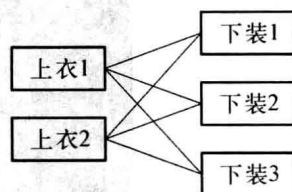


图 1-2 服装的搭配

试一试

如图 1-3,三顶不同的帽子,三条不同的围巾一共有多少种搭配方法?

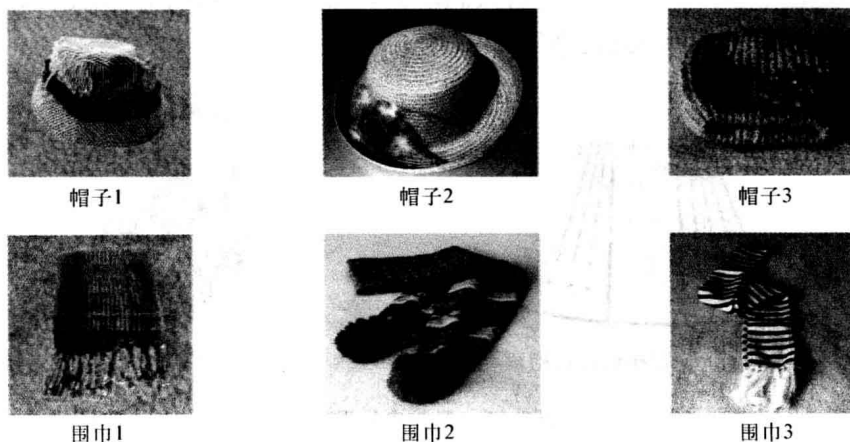


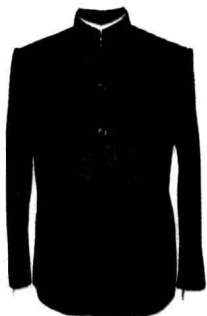
图 1-3 各种各样的帽子与围巾

服饰中的造型

服装的造型,一些是规则的,一些是不规则的. 规则的造型体现了对称、比例等,常见的造型有正方形、长方形、梯形、圆形等;不规则的图案往往是由一些简单图形经过翻折、平移、旋转得到的.

(1) 对称

对称是服饰最基本的特征. 人体是一幅对称形体,所以服装也十分强调对称,中山装给人以绝对的对称感(图 1-4(a)). 双排纽扣是对称的,单排纽扣位居对称轴也是为了对称. 有的服饰的右边有个大口袋破坏了对称,就用左边的大褶裥来均衡对称. 所以,对称和为了保持对称采取的均衡是时装设计中的主旋律. 即使现代时装刻意打破对称,追求一种全新的意境,但是它不可能打破人的均衡感(图 1-4(b)).



(a) 中山装的对称



(b) 现代服装中的对称

图 1-4 服装的对称

(2) 创意

服饰中的图形多种多样,而且随着人们审美观念的不断变化,对称、比例,正方形、长方形、梯形、圆,都可以经过设计,进行创新(图 1-5).



(a) 等腰梯形式百褶裙



(b) 圆形的包

图 1-5 服饰中的图形

服饰中的美,可以说蕴含了数学美、创意美、图案美、色彩美、时代美、生活美. 其中数

学美是主流,因为服饰讲究尺寸、造型、色彩,尺寸与造型即数学的“数”与“形”.

2. 饮食中的数学

你喜爱什么饮食? 饮食要科学,肉食、素食搭配要均衡,摄入食物的热量、营养(如蛋白质、脂肪、钙、锌等离子),应尽量满足生理要求,其中蕴含了数据. 餐具的形状、食品的造型是怎样的? 其中有怎样的几何图案?

每人每天需要一定量的食物,摄入食物的热量、营养应尽量满足生理要求,以供身体的需求. 身体需要的相应热量有一定的限度,如每人每天用油量以 25 克为宜、食盐量不宜超过 6 克、吃蔬菜 400~500 克、摄入钙 600~800 毫克、饮水 1 500 毫升以上等等,这其中蕴含了许多的数学知识.

饮食中的搭配

饮食搭配,就是说要平衡膳食. 平衡膳食就是指一日饮食中含适量的粮谷类、豆类、肉蛋奶类、蔬菜水果类和油脂类,且几大类食物搭配得当. 饮食中的搭配,更讲究的是摄入食物中热量、营养含量所占比例的均衡.

图 1-6 是饮食“金字塔”,由上而下是人们摄入食品由少到多的大致顺序.

尽量少吃高脂肪、高糖分的食物;适量进食鱼类、蛋类、家禽、全瘦肉类、豆类、乳类;多吃水果蔬菜;尽量多吃谷麦类.



图 1-6 饮食“金字塔”

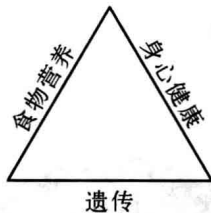


图 1-7 寿命三角形

日本学者提出“寿命三角形”概念(图 1-7). 他将人的寿命比作一个等腰三角形的面积,底边代表遗传,两腰分别代表食物营养和身心健康. 一个人即使无遗传方面的优势,但他只需从小重视摄入均衡且合理的营养,加强体育锻炼,保持情绪乐观、心态平衡,就可延长寿命. 寿命三角形两腰的长增加,三角形的面积将增大. 由此可知,食物摄入均衡、营养

合理搭配是很重要的.

例 1 设有一人每天需要一定量的两种维生素 V 和 W . 它们从两种不同的食物——奶和蔬菜中得到. 对两种维生素每天的需求, 在这些食物的一个单位数量中每种维生素的含量, 以及两种食物的单价(以人民币的“角”计)见表 1-2.

表 1-2

维 生 素	奶中含量	蔬菜中含量	日 需 求
V	2	4	40
W	3	2	50
单 价	3	2.5	

请问一人每天应当吃多少奶和蔬菜才能使两种维生素 V 、 W 日摄入量恰好是 40 和 50? 此时消费的费用是多少角? (精确到 0.1)

解 设 a 表示要买的奶的数量, b 为蔬菜的数量, 则 a 、 b 应满足条件

$$\begin{cases} 2a + 4b = 40, & \text{①} \\ 3a + 2b = 50, & \text{②} \end{cases}$$

解得 $a = 15, b = 2.5$.

设消费费用为 y 角, 则 $y = 3a + 2.5b = 3 \times 15 + 2.5 \times 2.5 = 51.25 \approx 51.3$ (角).

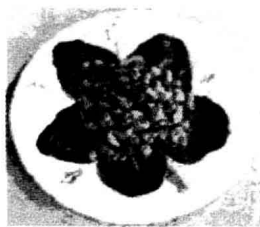
答: 每天应吃奶 15 个单位, 蔬菜 2.5 个单位, 所需费用约为 51.3 角.

饮食中的图形

厨师通过特殊的刀法和工艺, 将各种食品原料加工成形状美观、吉庆大方、具有观赏价值的“工艺”作品, 其中很多造型是数学中的几何图形(图 1-8).



(a) 具有对称性的图形



(b) 五角形

图 1-8 饮食中的图形

食品的造型是一种美化宴席、烘托气氛、增进友谊的造型艺术. 不论是国宴, 还是家庭喜庆宴席, 都能显示出其艺术的生命力和感染力, 使人们在得到物质享受的同时, 也能得到艺术的享受.

食品的图形中蕴含的数学知识, 让我们感到数学无处不在, 数学让我们的生活日益精致.

3. 建筑中的数学

我们每天生活的住房, 有大小高低之分, 有方圆曲直之别, 其中包含着很多数学知识. 在欣赏建筑的同时, 可以找一找隐藏在建筑中的数学知识, 让我们来感受人类建筑的巧夺天工.

建筑中的数据

生活中的住房(图 1-9)包含了大量的数据知识:

- (1) 小区面积;
- (2) 整体楼高、楼层、每层楼的高度;
- (3) 房间的面积;
- (4) 阳光入射角.

试一试

如果你参与房间的装饰, 你如何计算如下数据:

- (1) 房间的地板面积;
- (2) 家具的高度与宽度;
- (3) 窗帘的长度与高度.



图 1-9 住房

金字塔(图 1-10)的形状, 是一个正四棱锥, 底面是一个大正方形, 四面是三角形. 最大的金字塔是埃及法老胡夫的金字塔, 高 146.5 米, 正方形塔基边长 232 米.

建造埃及金字塔, 需计算石块的大小、形状、数量和将石块进行排列, 要用到有关直角三角形、正方形、勾股定理、体积等知识.

北京天坛的祈年殿(图 1-11), 其建筑可用十六字概括:

三重蓝顶, 一道圆墙, 二十八柱, 四海名扬.

三重蓝顶, 指祈年殿有三重屋檐, 脚下有三层基座, 登上祈年殿要走过三层台阶. 一道圆墙, 指祈年殿的墙壁是圆形的, “圆”是天的象征, 中国古代认为“天圆地方”. 二十八柱指

祈年殿里共有 28 根柱子,与天空星辰二十八宿的数字相符.



图 1-10 埃及金字塔



图 1-11 北京天坛祈年殿

图 1-12 是祈年殿的立面图,显示了相应的角度、长度、比例、平行、对称等数学知识.

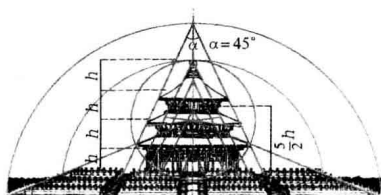


图 1-12 祈年殿的立面图

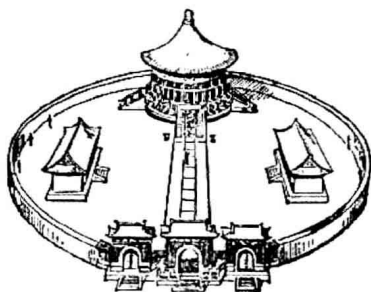


图 1-13 天坛祈年殿回音壁

祈年殿的南边,有一道圆形围墙,里面的建筑叫皇穹宇,圆形围墙本身就是著名的回音壁,如图 1-13.

两个人站在回音壁两侧,一东一西,靠近墙壁,轻声对墙说话,远处的同伴就能听得非常清楚,好像打电话一样,其中蕴含了一定的数学道理.

胡夫金字塔,其高度扩大 10 亿倍,恰好等于太阳到地球的距离;其底面正方形的纵平分线一直延长,就是地球的子午线;它正好把地球上的陆地和海洋一分为二;金字塔高度的平方和每面的三角形面积正好相等;金字塔底面正方形的四边方向正好对着东、西、南、北,塔的进口隧道正对着北极星……这其中的数学比例是令人惊叹的!

图 1-14 中的建筑物是古代希腊帕特农神庙,这是

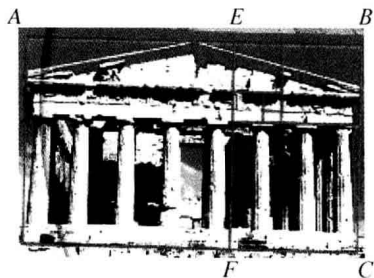


图 1-14 古希腊帕特农神庙

古代建筑艺术的杰作,位于希腊雅典卫城最高处(图中用线画的几何图形是一系列黄金长方形).图中最大的长方形 $ABCD$ 是黄金长方形,其中 E 点是线段 AB 的黄金分割点, E 点将 AB 分成两段,其比值为 0.618,即

$$\frac{AE}{EB} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1.618, \quad \frac{EB}{AE} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618.$$

建筑中的图形

建筑中经常运用三角形、正方形、长方形、多边形、圆、球、立方体、多面体、螺旋线、椭圆等几何图形.许多建筑都具有对称性,优秀建筑给人以美的享受,犹如凝固的音乐(图 1-15).



(a) 对称



(b) 长方体与圆柱



(c) 球体



(d) 弧与角

图 1-15 建筑中的图形

4. 交通中的数学

飞机、汽车、火车、磁悬浮……你最喜爱什么交通工具?为什么车轮的形状是圆的,三角形的行不行?立交桥中有哪些数学知识?运动场外圈跑道上的起跑位置较内圈的要靠前一些,为什么?

交通中的数据

交通中的时间、路程、速度都与数有关.汽车、火车在公路、铁轨上飞驰,通过路边的里程碑和汽车、火车的时速,随时可以掌握到达目的地的时间.步行、骑自行车等等同样如此.