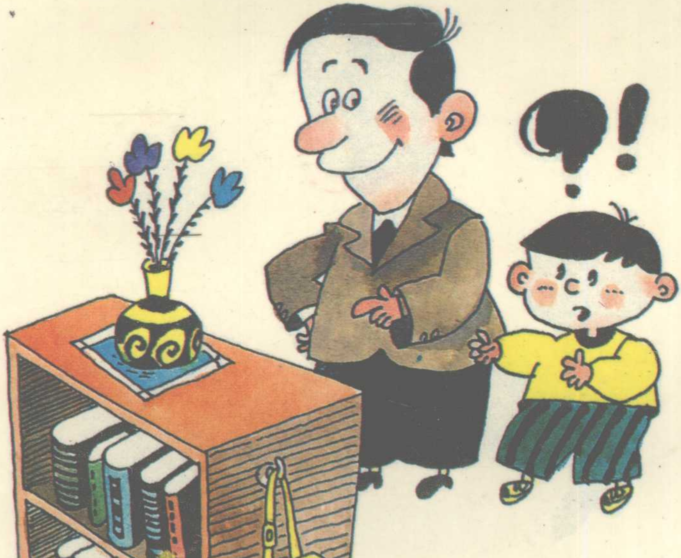
眭双祥 编著

巧解数学趣味竞赛题



XIAO XUE SHENG QIAO XUE QIAO JI CONG SHU

小学生巧学巧记丛书

同心出版社

小学生巧学巧记丛书

主编　京夫　江燕

巧解数学趣味竞赛题

眭双祥　李一心　编著

同　心　出　版　社

图书在版编目(CIP)数据

巧解数学趣味竞赛题/眭双祥编.—北京:同心出版社,
1996.12
ISBN 7-80593-197-6

Ⅰ.巧… Ⅱ.眭… Ⅲ.数学课-小学-习题 Ⅳ.G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 11252 号

同心出版社出版、发行
(100734 北京市东单西裱褙胡同 34 号)
唐山市兴卫装潢印刷厂印刷 新华书店经销
1996 年 11 月第 1 版 1997 年 3 月 第 2 次印刷
787×1092 毫米 32 开本 印张:5.125
字数:85 千字 印数:20001—10000 册
定价:6.00 元

编者的话

我们既当过教师，又是学生的家长，我们常常看到学校课堂上出现这样的状况：老师在讲台前滔滔不绝满堂灌，小学生们强打精神拼命学；下课后，老师批阅着一摞摞的作业练习，机械地重复劳动——判定对错、打分，排出优劣。小学生孜孜不倦地在家长认真地督促下奋力完成老师当天布置的作业，并期待着得个高分。

在当前，小学生课程作业负担愈来愈重的情况下，哪一位老师抓得不紧，全班学生的成绩就要下降，哪一位家长督促不勤，他的孩子就可能跟不上。形势是那么严峻，而面对激烈的竞争，似乎只有一条路：努力＋拼命，没有什么捷径可走。

其实学习是有捷径的，而且路也很多。“巧学、巧记”就是一条极为近便的路。很多人走了这条路，学习、娱乐两不误，乃至成为栋梁之材。

那么，为什么不让更多的学生也都走这条

近路呢？

于是，我们便萌发了编辑这套丛书的想法，后来与几位同志一说，大家一拍即合，不久，就编写出了这套书。

当然，任何事物大都是仁者见仁，智者见智，更何况我们的水平有限，所拿出来的东西并不成熟，错误也在所难免。那么，它究竟怎么样，只有请广大读者去评判。

书中的谬误，敬请广大读者批评指正。

1996 年 2 月

目　录

把“差”移到“和”上
——巧解和差趣题……………………………（1）
差总是不变的
——巧解年龄趣题……………………………（9）
奇妙的三量关系
——巧解植树趣题 …………………………（16）
确定标准数
——巧解倍数趣题 …………………………（23）
万变不离其宗
——巧解行程趣题 …………………………（29）
工作总量看作“1”
——巧解工程趣题 …………………………（39）
执果索因找关系
——巧解盈亏趣题 …………………………（46）
着眼极端情况
——巧解最大最小趣题 ……………………（54）
假定全是一种
——巧解置换趣题 …………………………（62）

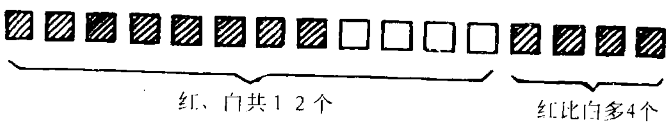
朝着相反方向去想
——巧解还原趣题 …………………………（69）
找规律发现周期现象
——巧解周期趣题 …………………………（78）
有根有据　顺理成章
——巧解逻辑推理趣题 ……………………（84）
包含与排除
——巧解集合趣题 …………………………（95）
一次不漏
——巧解加法原理乘法原理趣题…………（104）
巧妙构造“抽屉”
——巧解抽屉原理趣题……………………（111）
调整比较　找出最优
——巧解统筹趣题…………………………（118）
数量随时在增长
——巧解“牛顿问题”趣题………………（126）
认真分析　选准策略
——巧解对策趣题…………………………（133）
寻找奇妙规律
——巧解染色趣题…………………………（140）
怪怪地思考
——巧解机智趣题 …………………………（148）

把“差”移到“和”上

——巧解和差趣题

许老师今天在数学课外活动课上，让同学们动手做一个试验：

已知红方块和白方块共12个，又知红方块比白方块多4个。



许老师让大家按照题目把“和”（12个方块）与“差”（4个红方块）排列到一起，然后问大家发现了什么现象？

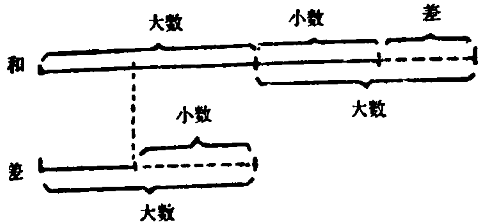
一个同学回答道：“当红方块与白方块的和与它们的差放到一起后，实际上就等于红方块数的两倍。”

许老师肯定了这个回答，并高兴地说：“这就是我们日常生活中常遇到的‘和差问题’。”

和差问题的结构特点是：“已知两个数的和与差，

求两个数各是多少。”有些复杂的应用题，虽然题目中不是直接已知两个数的和与差，但通过转化，可以推算出某两个未知量的和与差。这样的应用题，我们也看作是和差问题。

解答和差问题的关键是选择大数或小数作为标准。



从图中可以看出，如果把“差”移接到“和”上，“小数”与“差”合在一起就是一个“大数”，这样“和＋差”就是大数的2倍；如果从“和”中去掉“差”，那么“和”中所剩下的刚好是小数的2倍。于是，可以得出下面两个公式：

（和＋差）÷2＝大数

（和－差）÷2＝小数

只要由其中一个公式求出了大数（或小数），就可以利用下面两个关系式求出小数（或大数）。

小数＝和－大数　小数＝大数－差

大数＝和－小数　大数＝小数＋差

1. 一双鞋多少元

有一个人用 140 元买了一件外衣、一顶帽子和一双鞋。外衣的价钱比帽子贵 90 元，外衣和帽子一共比鞋贵 120 元。一双鞋多少元？

这道题中虽然出现了三个量，但只要把外衣和帽子的价钱看作一个整体 A，一双鞋的价钱看作 B，就是一个简单的和差问题：A＋B＝140 元，A－B＝120 元。事实上，题中“外衣的价钱比帽子贵 90 元”是多余的。如果还要求一件外衣、一顶帽子多少价钱，这个条件就不多余了。可以这样计算：

(140－120) ÷2＝10 (元)

答：一双鞋子 10 元。

2. 茄子、辣椒、菜瓜各多少

菜场上共有三种蔬菜，其中茄子、辣椒共重 50 千克，辣椒、菜瓜共重 70 千克，茄子、菜瓜共重 60 千克，请你算一算：茄子、辣椒、菜瓜各重多少千克？

在这道题中，已知三个量中任意两个量的和，表面上看根本不存在“差”。但是，我们可以巧妙地把其中两个“和”进行对比，对比的结果是另外两个量的“差”，把这个“差”同第三个“和”结合，就组成了“和差问题”的必备条件。

也就是把“茄子、辣椒共重 50 千克”、“辣椒、菜瓜共重 70 千克”这两个条件一比较，就看出：辣椒的重量固定不变，70 千克比 50 千克多的 20 千克，正是菜瓜重量比茄子多的 20 千克 (差)，再由第三个条件“茄子、菜瓜共重 60 千克”，可转化为和差问题来解。

(60＋20) ÷2＝40 (千克) ……菜瓜重量

(60－20) ÷2＝20 (千克) ……茄子重量

50－20＝30 (千克) ………… 辣椒重量

3. 绕跑道行走

甲、乙两同学绕一周长 400 米的跑道行走，他们同时从同一起点反向行走，经过 $2\frac{1}{2}$ 分钟相遇；如果他

们同时从同一起点同向行走，经过 $12\frac{1}{2}$分钟甲能追上乙。甲、乙两人每分钟各走几米？

这道题虽然有“相遇”、“追及”两种情况，我们仍然可以利用“和差”的关系解答这道题。

先算出甲、乙两人的速度和是：

$400\div2\frac{1}{2}=160$（米/分钟）

再求出甲、乙两人的速度差是：

$400\div12\frac{1}{2}=32$（米/分钟）

这样，问题转化为和差问题：

$(160+32)\div2=96$（米/分钟）……甲的速度

$(160-32)\div2=64$（米/分钟）……乙的速度

所以，甲每分钟走 96 米，乙每分钟走 64 米。

4. 菜地和麦地

有一块菜地和一块麦地。菜地的一半和麦地的三分之一放在一起是 13 公亩。麦地的一半和菜地的三分之一放在一起是 12 公亩。那么菜地是几公亩？

这道题比较复杂有趣，为了找出和差关系，我们可以利用题目中的关系，列出有关的关系式，然后再加以简化，使“和差”问题更加明显，从而找到解题的途径。

根据题意，有以下关系：

$$\begin{cases}\frac{1}{2}\text{菜地}+\frac{1}{3}\text{麦地}=13\text{（公亩）} & (1)\\ \frac{1}{3}\text{菜地}+\frac{1}{2}\text{麦地}=12\text{（公亩）} & (2)\end{cases}$$

把（1）＋（2），就有：

$\frac{5}{6}$（菜地＋麦地）＝25（公亩）

菜地＋麦地＝30（公亩）　　　　(3)

把（1）－（2），就有：

$\frac{1}{6}$（菜地－麦地）＝1（公亩）

菜地－麦地＝6（公亩）　　　　(4)

把（3）、（4）两式结合在一起看，求菜地（麦地）公亩数的问题也就转化为和差问题了。从而，可求出菜地公亩数为：

（30＋6）÷2＝18（公亩）

答：菜地是18公亩。

通过解答本题，可以看出在解答过程中，有一个明显的技巧，那就是算式的变形，有些同学采用的是去分母的办法，把（1）、（2）两式分别变成：

$$\begin{cases}3\text{菜地}+2\text{麦地}=78\text{（公亩）}\\ 2\text{菜地}+3\text{麦地}=72\text{（公亩）}\end{cases}$$

同样也能得出菜地、麦地公亩数的和、差分别是30公亩、6公亩，与题解相比多了一次变形，但少了一步

“分数除法”的计算。

事实上，对于两个未知数 x、y，只要满足：

$$\begin{cases} mx+ny=A \\ nx+my=B \end{cases} \quad (m、n>0，A>B)$$

必定可以推出：

$$\begin{cases} x+y=\dfrac{A+B}{m+n} \\ x-y=\dfrac{A-B}{m-n} \end{cases}$$

5. 联欢会上的男生

有 50 名学生参加联欢会。第一个到会的女生同全部男生握过手，第二个到会的女生只差 1 个男生没握过手，第三个到会的女生只差 2 个男生没握过手……就这样，最后一个到会的女生同 7 个男生握过手，问这 50 名学生中有多少男生？

当我们熟悉了和差问题的特点及解法以后，可以联想到：如果一个问题可以转化为和差问题，那么也就容易求解了。本题中已知男女生人数的和，关键是求他们的差。解法中通过列表，总结出了“与第 n 个到会的女生握过手的男生人数是 b－n＋1 这个关系。由此，得出男女生人数相差 6 人。

我们可以用列表的办法来进行分析：

设有 a 名女生，b 名男生，根据题意，第 n 个到会的女生的序数 n 同与她握过手的男生数之间的关系，

似乎存在一定的规律，我们列表来寻找其中的规律。

到会女生的序数	与这个女生握过手的男生数
1	b
2	b－1
3	b－2
……	……
a	b－（a－1）＝b－a＋1

因为最后一个女生同 7 名男生握过手，所以，b－a＋1＝7，也就是 b－a＝6。把这个结果同“男女生共 50 名”结合起来，就具备了和差问题的结构特点。由于男生人数比女生人数多，可知男生人数是：

（50＋6）÷2＝28（名）

所以有 28 名男生。

如果不列表，则可以用“配对”的办法来求男女生人数的差。这样想象：第一个到会女生同全部男生握过手后，随即同其中一名男生到舞厅跳舞；第二个到会的女生同余下的全部男生握过手后，也随即同其中的一名男生到舞厅跳舞；……最后一个到会的女生同 7 名男生握过了手后，与其中一人去跳舞，这时还有 6 个男生没有舞伴。这正说明男生比女生多 6 人，因为其余的男女生一一配对了，人数相等。

差总是不变的

——巧解年龄趣题

数学活动课上，许老师出了一道既简单而又有趣的题目，竟然有不少同学不知如何对答。

题目是这样的：

五年前爸爸比儿子大 28 岁，12 年后，儿子比爸爸小多少岁？

课堂上沉默了许久，没有人回答，后来还是一个胆大的同学，脱口大声地回答说："28 岁。"

但许多同学好像还没有想通似的，还在思索着。

许老师早已猜到了大家的心思。许多同学总认为这道题要运用什么计算方法来解答，因此，都在想呀想呀，其实，这是一个不需要多加思索的题目。

因为两个人的年岁差数，不论几年前，还是几年后，总是不变的。这就是年龄问题的特点。

年龄问题是计算与年龄有关的十分有趣而又有一定难度的问题。解答年龄问题要抓住它的特点，就比较容易找到解题的规律和突破口。年龄问题的特点是：

无论年份怎样变化，两个人的年龄差总是不变的；

随着年份向过去（或将来）推移，两个或两个以上人的年龄一定减少（或增加）同一个自然数；

年份的变化，必定带来两个人年龄的倍数关系的变化。

1. 20年前……

父子今年共100岁，20年前，父是子的岁数的3倍。今年父子各几岁？

已知父子今年共100岁，那么，20年前，父子年龄共（100－20×2）＝60岁，又已知父的年龄是子的年龄的3倍，那么，把60岁分成（3＋1）份，其中一份就是儿子20年前的岁数，三份就是父亲20年前的岁数。求出了20年前的岁数，今年父子各几岁的答案也就有了。

20年前，父子的岁数一共是：

（100－20×2）＝60（岁）

20年前，儿子的岁数是：

60÷（3＋1）＝15（岁）

20年前，父亲的岁数是：

15×3＝45（岁）

今年儿子的岁数是：

15＋20＝35（岁）

今年父亲的岁数是：

45＋20＝65（岁）