

你缺少的不是机会，而是变换支点

首席教师

专题小课本

- 小方法大智慧
- 小技巧大成效
- 小单元大提升
- 小课本大讲坛

高中数学 统计与概率

总主编/钟山



中国出版集团 现代教育出版社

海阔凭鱼跃



方法赢得速度 选择决定未来

FANGFAYINGDESUDU XUANZEJUEDINGWEILAI

高中数学

1. 函数 2. 几何初步 3. 三角函数与三角恒等变换 4. 平面向量 5. 数列 6. 不等式 7. 圆锥曲线与方程 8. 导数及其应用 9. 空间向量与立体几何 10. 常用逻辑、推理与证明 11. **统计与概率** 11. 算法、框图与复数 12. 数学思想与方法

高中物理

1. 力和直线运动 2. 曲线运动与机械能 3. 热运动与能量守恒 4. 波动与相对论 5. 电磁学(上) 6. 电磁学(下) 7. 动量守恒与微观粒子 8. 物理实验与探究 9. 物理思想与方法

高中化学

1. 电解质溶液 2. 化学反应与能量 3. 元素周期律与化学键 4. 化学反应速率与化学平衡 5. 元素与化合物 6. 物质结构与性质 7. 有机化学基础 8. 化学实验基础 9. 化学计算

弯曲

有一对婚姻正濒于破裂的夫妇,为了找回昔日的爱情,打算做一次浪漫之旅,如果能找回就继续生活,否则就友好分手。

他们来到一个山谷时,下起了大雪,他们支起帐篷,望着漫天飞舞的大雪,发现由于特殊的风向,东坡的雪总比西坡的大且密。不一会儿,东坡雪松上就落了厚厚的一层雪,不过当雪积到一定程度,雪松那富有弹性的枝丫就会向下弯曲,直到雪从枝上滑落。这样反复地积,反复地弯,反复地落,雪松完好无损。可其他的树,却因没有这个本领,树枝被压断了。妻子发现了这处景观,对丈夫说:“东坡肯定也长过杂树,只是不会弯曲才被大雪摧毁了。”少顷,两人突然明白了什么,拥抱在一起。

生活中我们承受着来自各方面的压力,积累着终将让我们难以承受,这时,就需要我们适当的弯曲。弯曲,并不是低头或失败,而是一种弹性的生存方式,是一种生活的艺术。

ISBN 978-7-80196-664-3



9 787801 966643 >

定价:14.80 元

责任编辑:苏欣力 逢 梁

责任校对:张启涛

封面设计:书友传媒

图书在版编目(CIP)数据

首席教师专题小课本. 高中数学. 统计与概率 / 钟山
主编. —北京: 现代教育出版社, 2008. 4
ISBN 978-7-80196-664-3

I. 首… II. 钟… III. 高等数学课—高中—教学参考资料
IV. G634
中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 038433 号

书 名: 首席教师专题小课本·高中数学—统计与概率

出版发行: 现代教育出版社

地 址: 北京市朝阳区安华里 504 号 E 座

邮政编码: 100011

印 刷: 北京市梦宇印务有限公司印刷

发行热线: 010-61743009

开 本: 890×1240 1/32

印 张: 8.5

字 数: 360 千字

印 次: 2008 年 4 月第 1 版 第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-80196-664-3

定 价: 14.80 元

小单元学习法

首席教师的成功经验，优秀学生的学习秘诀

小单元是指在充分研究考纲和课标，透析教材知识结构，按照知识、方法、能力与中高命题的内在联系和系统结构，把教材内容分成若干个相对完整和独立的内容组块。几个小单元又构成相当于教材单元（或章）的内容板块，教材的几个单元又构成了大专题。

课时的基础性学习与单元的提升性学习

各类统考、高考试题命制的立足点、密集区在小单元，其能力要求、难度、综合性、深刻性、创新性往往与课时学习、教材内容严重脱节。在一节教材或一个课时中，对问题、原理及规律往往不能完全清楚认识，也不可能深化拓展，其实这只是基础性学习阶段。真正发展能力和提升成绩的支点是小单元，小单元学习是更高层次的提升性学习，是真正深化、拓展、发展能力的重要阶段，也是行之有效的螺旋式滚动提升的科学学习方法。

主动变换发力点

实际教学中由于课时紧张，大多数师生致力于同步教材的课时学习，习惯于一个个概念孤立记忆，一道道题去解析，往往事倍功半，这也是很多学生平时学习很努力，但考试成绩不理想的重要原因之一。这就要求我们转变观念，在同步学习及备考复习的过程中适时、适度的插入小单元、大单元及专题学习，主动完成提升性学习，对所学内容分级整合深化、各个击破，分级提升学生的知识整合能力、综合运用能力和问题解决能力。

单元学习五大关键

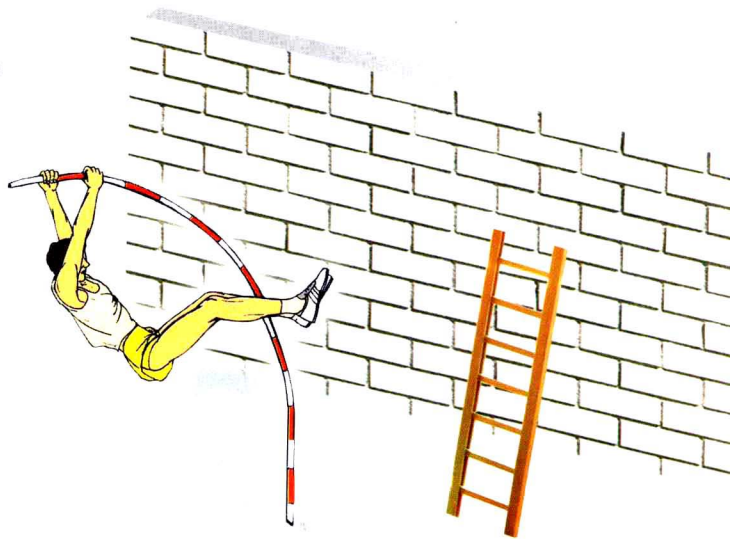
整合深化
形成知识模块

归纳拓展
活化解题方法

系统分层
培养高考能力

居高临下
形成应试策略

题组检测
优化训练方法



首席教师 专题小课本

高中数学

统计与概率

总 主 编:钟 山

本册主编:王 健

本丛书成立答疑解惑工作委员会,如有疑难问题可通过以下方式与我们联系:

企业网站:

<http://www.bjjxsy.com>

产品网站:

<http://www.swtnet.net>

服务电话:010-61743009

010-61767818

电子邮箱:

book@bjjxsy.com

service@swtnet.net

通信地址:北京市天通苑邮局 6503 号信箱

邮政编码:102218

专题三
半命题多

知识网络梳理

ZHISHI WANGLU SHULI

综合专题突破

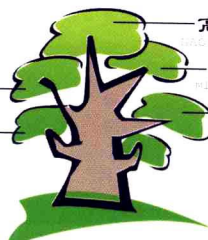
ZONGSHI ZHUANTITUPU



大单元提升

知识清单精解

方法技巧突破



小单元提升

高考能力培养

GAOKAO NENGLI PEIYANG

命题规律点津

MITI GUILV DIANJIN

题组优化训练

TI ZU YOUHUA XUNLIAN



专题提升

思维方法攻略

SIWEIFANGFAGONGLUE

高考热点突破

GAOKAOREDIANTUPU

专题速记图解

ZHUANTISUJITUJIE

高考热点导航

GAOKAOREDIANDAOHANG

高考零距离检测

GAOKAOJINGULIJIANCE

知识清单精解

单元内知识、方法、公式等学习要点清单化，运用整合、深化、对比、综合、发散等精细化学习方法及口诀、图表、顺口溜等学习技巧，精讲透析，简明快捷，易看、易记、易懂。

方法技巧突破

精心归纳问题及类型，找到最佳解决思想方法、解题技巧，透析方法运用要点，实现有效迁移，举一反三。例题讲解中进一步对疑难点的深化拓展，真正解决知识学习与解题运用的脱节问题。

高考能力培养

透析考纲对单元内容的能力要求，精析高考对知识内容的具体要求，配以典型考例透视能力层次，科学把握学习的难度和综合性，做到有的放矢，达到事半功倍的学习效果。

命题规律点津

从高考要求、命题规律、应试策略三个维度详实讲解单元的高考现状与发展趋势，具体把握应试策略与技巧，真正实现高考备考同步化，科学阐释了零距离高考新概念。

题组优化训练

从误区突破、综合创新两个维度分题组选题，精选高考真题，热点模拟题、创新题、原创题，针对训练，集中突破。同时答案详解，配以题组规律总结，更利于练后反馈，达到训练效益最大化。

知识网络梳理

细致梳理概括大单元或章的知识与方法，达到网络化、图式化、结构化和形象化，利于快捷地由小单元升华到大单元，进一步扩充知识架构。

综合专题突破

在小单元讲练的基础上，整理出综合性、创新性、能力性更强的问题、方法、题型，以小专题形式专项讲解、拓展突破。

前言

Q I ANYAN

发现
依靠
眼光
行动
决定
收获

近年来,我国的基础教育改革的素质教育进程已进入深化实施阶段,中学教材已呈现出“一标多本”的多元化格局,高考更是呈现出“一纲多卷”的地方化特色。为了更好地适应教学者的新趋势、新特色,我们集各省名校的学科首席教师、一线特高级教师和有经验的教育考试专家的聪明智慧和科研成果,精心构思,编写打造了本套丛书。

本套丛书的鲜明特色和深度魅力,主要体现在以下四个方面:

1. 核心单元,提升成绩的真正支点

小单元学习与同步课时学习相比,是更高层次的提升性学习,是真正深化拓展、发展能力、成功应试的重要步骤,也是行之有效的螺旋式滚动提升的科学学习方法。本套丛书以小单元为讲练基点,弥补了同步教学的缺失和薄弱环节,单元内由“知识、方法、能力、应试与训练”五要素构成了最优化学习程序,层次鲜明,通过对重难点、能力点、方法点和考点的精心讲练,有效的为师生最大限度提升成绩,建起了知识、方法和能力提升的新支点。

2. 螺旋提升,提供三级发展平台

专题编写遵循“小单元提升、大单元提升、本专题提升”三个梯度,再加上平时的课时学习,讲练结合、循序渐进、螺旋提升,构成了学科学习、思维发展与能力培养的有机整体。

3. 突出方法,多维度培养能力

无论是疑难讲解,问题解决,还是应试与训练,均以方法归纳、提炼与运用为突破口,力求做到集“学习法、解题法、应试法、训练法”于一身,帮助学生高效构建知识体系和方法体系,使读者在运用本书高效学习的同时收获更多的有效方法,发掘自己的最大学习潜能。

4. 汲取各版本精华,真正的专题教材

在编写过程中,充分汲取各版本教材的特色与精华,选取其中典型素材、典题典例、方法技巧,以师生完成同步教材的课时学习为基础,通过整合、深化、发散、分级,达到高考要求,既是学生完成提升性学习的专题教材,更是教师各类单元、专题教学的必备参考。

阿基米德说,给我一个支点,
我将撬起地球,本套丛书必将成
为您成功的新支点,发展的新平台。



目 录

首席寄语	(1)
单元提升篇	(3)
第一章 统计与统计案例	(3)
第一单元 随机抽样	(4)
第二单元 样本估计总体	(16)
第三单元 变量间的相关关系	(38)
第四单元 回归分析的基本思想及其初步应用	(53)
第五单元 独立性检验的基本思想及其初步应用	(68)
章末综合提升	(81)

方法·技巧·策略

三种抽样方法的比较(4)/合理选用三种抽样方法(7)/几种表示频率分布方法的优、缺点及特征(16)/画频率分布直方图的步骤(17)/平均数与标准差在估计总体时有何差异?(17)/正确认识图形的作用(22)/相关关系及相关关系与函数关系的异同(38)/回归直线方程的求解方法和步骤(39)/线性相关关系强弱的分析与判断(54)/ K^2 公式的运用(72)/抽样方法的选取与应用(82)/用样本特征数估计总体特征数(88)

第二章 计数原理	(97)
第一单元 分类加法计数原理与分步乘法计数原理	(97)
第二单元 排 列	(110)
第三单元 组 合	(125)
第四单元 二项式定理	(138)
章末综合提升	(148)

方法·技巧·策略

依据分类加法计数原理解题(100)/依据分步乘法计数原理解题(101)/合理区分两个计数原理(102)/排列与排列数(110)/一个组合数结论的运用(137)/二项式系数的性质(138)/求展开式的各项系数之和(139)/二项式定理的应用(139)/分类、分步计数原理的应用(148)/排列、组合问题的应用(149)

第三章 概 率	(159)
第一单元 随机事件的概率	(159)
第二单元 古典概型	(169)
第三单元 几何概型	(178)

第四单元 离散型随机变量及其分布列、均值、方差	(188)
第五单元 二项分布及应用	(200)
第六单元 正态分布	(208)
章末综合提升	(213)

方法·技巧·策略

正确理解“频率”与“概率”之间的关系(159)/要辩证地看待“必然事件”“不可能事件”“随机事件”及其“概率”(160)/互斥事件的概率加法公式,对立事件的性质(160)/等可能事件的三个特点(169)/等可能事件的概率公式与频率公式的区别(170)/几何概型试验的两个基本特征(178)/几何概型的试验中,事件A的概率 $P(A)$ (179)/分布列的求解应注意以下三点(189)/条件概率成立的条件(202)/求事件积的概率必须注意事件的独立性(203)/正态总体在三个特殊区间内取值的概率值(209)/加法公式应用(214)/古典概型与几何概型的判断与计算(215)

专题提升篇	(230)
-------------	-------

第一单元 专题思想方法	(230)
-------------------	-------

方法·技巧·策略

函数与方程思想(230)/分类讨论思想(236)/数形结合思想(242)/转化与化归思想(247)

第二单元 专题高考热点	(258)
-------------------	-------

方法·技巧·策略

抽样方法选取(258)/样本估计总体(258)/计数原理与排列、组合(258)/统计案例(259)/有关离散型随机变量的计算(259)

附 录	(267)
-----------	-------



首席寄语

■专题导引

本专题主要包括统计(必修三)、统计案例(选修)、计数原理及概率相关知识。

在高中数学中,统计与统计案例相对比较独立,教材通过实际问题情境引导学生学习三种抽样方法、用样本估计总体、线性回归,了解用样本估计总体及其特征思想,体会统计思维与确定性思维的差异,通过实习作业,系统地经历数据收集与处理的全过程.统计案例安排在选修中,回归分析是必修中研究两变量相关关系基础上的深化与提高.通过实例进一步讨论一元线性回归模型,分析产生随机误差的原因,并从相关系数角度研究了两个变量间线性相关关系的强弱.在独立性检验中,教材也是通过实例的研究,介绍了独立性检验的基本思想和初步应用,独立性检验的步骤是固定的.假设检验的基本思想和反证法类似.

计数原理中的两类计数原理是处理计数问题的两种基本思想方法,教材也是通过实例,用明确的语言指出两个计数原理与加法、乘法运算之间的关系,它是学习排列组合的基础,排列组合本身就是两类特殊而重要的计数原理.教材从简化运算的角度提出排列组合的学习任务,通过实例概括得出排列数、组合数公式.二项式定理的学习过程是应用两个计数原理解决问题的典型过程,通过对 $(a+b)^n$ 的分析归纳,得开展式公式和通项公式.

概率包含必修三中的概率和选修中的随机变量及其分布,必修三中教材通过掷硬币试验给出基本事件的概念,并总结出古典概型的两个特点及概率计算公式.几何概型是新增内容,教材对几何概型的要求仅局限于初步体会其意义,所选例题比较简单.研究一个随机现象,就是了解它所有可能出现的结果和每一个结果出现的概率,分布列正是描述了离散型随机变量取值的概率规律.二项分布和超几何分布是两个应用广泛的概率模型,教材中通过简单例子先介绍了取有限值的离散型随机变量及其分布列知识,又通过实例介绍了超几何分布模型及应用以及条件概率和条件的独立性概念.在此基础上介绍了二项分布模型和应用、离散型随机变量的均值、方差含义及计算公式,仅限于取有限值的离散型随机变量,并解决一些简单的实际问题.通过试验还引入了正态分布密度曲线,借助图象介绍了正态分布曲线的特点及其所表示的意义.

■高考命题规律

统计与统计案例是新课程改革中突出数学应用意识的重要知识载体,该部分知识难度不大,主要体现在其应用性.高考主要考查基本概念和基本运算,题型多以选择、填空为主.但由于与后面的概率有很大联系,且是进一步学习高等数学和数理统计的基础,所以这部分有加强趋势,如2006年全国16题、湖北文17题;2007年广东

理习题涉及及本部分内容并以解答题出现,统计案例一般运算较复杂.

计数原理、排列组合是每年高考必定考查的内容之一,纵观全国各地高考数学试题,每年有1~2道题目,考查排列组合的基础知识,多数题目难度与课本习题难度相当,但也有个别试题难度较大,重点考查理解问题、分析问题、解决问题的能力及分类讨论思想,有些试题以应用题形式出现,考查解决实际问题的能力.二项式定理主要考查利用通项公式求展开式的特定项,利用二项式的性质求多项式的系数和,利用二项式定理进行近似计算.题型以选择、填空为主,少有综合性大题,是高考必考内容且相对稳定,难度不大.

随机事件概率在高考中每年都涉及,客观题中主要涉及等可能事件的概率和互斥事件的概率.主观题通常综合考查概率的相关知识,考查解决实际问题的能力.古典概型、几何概型是常见的两个类型,通常结合排列组合知识与互斥事件、独立事件考查,也是多以选择、填空形式考查,为容易题.对于选修中随机变量及其分布列的考查主要是离散型随机变量,它包括离散型随机变量的分布列、期望与方差的意义,并会求这些问题.这部分综合性较强,涉及排列、组合、二项式定理和概率,高考经常在这个知识点以应用题为背景进行命题,题型既有选择题,也有填空题,更多的是解答题.

■学习应试策略

根据近几年统计与概率这部分内容的命题特点,以及新课程对数据处理能力、解决问题能力、数学表达和交流能力等的要求.我们学习了统计与概率,学习这些知识要着重体会概率的实际意义,体会统计思维与确定性思维的差异,突出基本思想方法的应用,如分类讨论思想、化归思想,因此在学习中要注意:

(1)对统计与统计案例的学习,首先对相应部分的知识要有充分的认识.在考查中,考查内容与深度有逐年增加的趋势,注意统计中图表的运用,突出数形结合思想,如频率分布表、直方图、条形图、茎叶图等,回归分析的散点图、回归直线、独立性检验中的列联表等.在统计案例中要注意变量的多样性及一些概念的意义,对实习作业应给予足够重视.

(2)计数原理涉及的题目都具有一定的灵活性,题型多为选择、填空题,同时注意二项式原理在近似计算中的应用,排列组合一般以实际应用题的形式出现.在学习时,应恰当选取典型例题,构建思维模式,造就思维依托和思维的合理定势,抓好破势训练、变式练习及一题多解训练,从多角度全面分析,结合错例分析,查找思维缺陷,提高分析、解决问题的能力.

(3)对概率及随机变量分布列的学习,注意对概率的理解,能从普通语言中捕捉信息,将普通语言转化为数学语言建立正确的数学模型.解题时还应会正确选择公式,做出正确判断.对离散型随机变量能够识别提出的随机变量服从什么分布,并用相关公式求出分布列.

(4)运用对比的方法区分一些概念,注意知识间的横向联系,提高综合能力.

(5)数学建模思想和整体思想要运用好,这部分内容大多以实际问题为背景,常用等价转化思想.另外,分类讨论思想、正难则反的“补集”思想(对立事件)等,也都要引起重视,加强有意识的训练.

[单元提升篇]

第一章 统计与统计案例

课程标准要求

1. 随机抽样

(1) 理解随机抽样的必要性和重要性.

(2) 会用简单随机抽样方法从总体中抽取样本;了解分层抽样和系统抽样方法.

2. 总体估计

(1) 了解分布的意义和作用,会列频率分布表,会画频率分布直方图、频率折线图、茎叶图,理解它们各自的特点.

(2) 理解样本数据标准差的意义和作用,会计算数据标准差.

(3) 能从样本数据中提取基本的数字特征(如平均数、标准差),并给出合理的解释.

(4) 会用样本的频率分布估计总体分布,会用样本的基本数字特征估计总体的基本数字特征,理解用样本估计总体的思想.

(5) 会用随机抽样的基本方法和样本估计总体的思想解决一些简单的实际问题.

3. 变量的相关性

(1) 会作两个有关联变量的数据的散点图,会利用散点图认识变量间的相关关系.

(2) 了解最小二乘法的思想,能根据给出的线性回归方程系数公式建立线性回归方程.

4. 统计案例

了解下列一些常见的统计方法,并能应用这些方法解决一些实际问题.

(1) 独立性检验

了解独立性检验(只要求 2×2 列联表)的基本思想、方法及其简单应用.

(2) 假设检验

了解假设检验的基本思想、方法及其简单应用.

(3) 聚类分析

了解聚类分析的基本思想、方法及其简单应用.

(4) 回归分析

了解回归的基本思想、方法及其简单应用.

第一单元

随机抽样

知识清单精解

ZHISHIQINGDANJINGJIE

1 知识记忆口诀

调查研究明细情,随机抽样来帮忙;抽样方式有不同,简单系统及分层;各有特点要分清,混淆出错误民生;总量不大简单抽,总体庞大系统选,内层差异用分层,了解实情助民生.

2 三种抽样方法的比较

类别	共同点	各自特点	相互联系	适用范围
简单随机抽样	抽样过程中	从总体中逐个抽取		总体中的个体数较少
系统抽样	每个个体被抽取的概率	将总体均分成几部分,按事先确定的规则在各部分抽取	在起始部分抽样时,采用简单随机抽样	总体中的个体数较多
分层抽样	相等	将总体分成几层,分层进行抽取	各层抽样时采用简单随机抽样或系统抽样	总体由差异明显的几部分组成

简单随机抽样、系统抽样、分层抽样的共同特点是在抽样过程中每一个个体被抽取的概率相等,体现了这些抽样方法的客观性和公平性.其中简单随机抽样是最简单和最基本的抽样方法,在进行系统抽样和分层抽样时都要用到简单随机抽样方法,抽样方法经常交叉起来应用.对于个体数量很大的总体,可采用系统抽样,系统中的每一均衡部分,又可采用简单随机抽样.

方法技巧突破

FANGFAJIQIAOTUPO

数学思想方法

1 分类思想

在随机抽样中,当总体由差异明显的几部分组成时,为了使抽取的样本更好地反映总体情况,体现抽样的公平性和合理性,我们经常将总体中各个个体按照某种特征分成若干个不重叠的部分,每一部分叫做层,在各层中按各层在总体中所占的比例进行简单随机抽样,这种抽样方法叫做分层抽样,其实质就是按个体特征对总体进行分类.

例 1 某企业共有 3 200 名职工,其中中、青、老年职工的比例为 5 : 3 : 2,从所有职工中抽取一个样本容量为 400 的样本,采用哪种抽样方法更合理? 中、青、老年职工应分别抽取多少人?

分析:因为总体由三类差异明显的个体(中、青、老年)组成,所以应采用分层抽样的方法进行抽取.

解:应采用分层抽样的方法抽取.

由样本容量为 400,而中、青、老年职工的比例是 5:3:2,所以应抽取中年职工 $400 \times \frac{5}{10} = 200$ 人;青年职工 $400 \times \frac{3}{10} = 120$ 人;老年职工 $400 \times \frac{2}{10} = 80$ 人.

点拨:分层抽样在日常生活中应用广泛,其抽取样本的步骤尤为重要,应牢记按照相应的比例去抽取.

例 2 (2006·重庆)某地区有 300 家商店,其中大型商店有 30 家,中型商店有 75 家,小型商店有 195 家,为了掌握各商店的营业情况,要从中抽取一个容量为 20 的样本,若采用分层抽样的方法,抽取的中型商店数是()

A. 2

B. 3

C. 5

D. 13

解析:在整个抽样过程中,每个个体被抽到的概率为 $\frac{20}{300} = \frac{1}{15}$,则抽取的中型商店数为 $75 \times \frac{1}{15} = 5$. 答案:C

2 方程思想

在抽样过程中,问题可能从不同角度提出,如可能提供了抽样的结果,可能对抽样过程提出了一定要求等,为解决问题方便,可适当设元,仍按一般抽样问题解答,列出关系式,从而达到解决问题的目的.

例 3 某单位最近组织了一次健身活动,活动分为登山组和游泳组,且每个职工至多参加了其中一组.在参加活动的职工中,青年人占 42.5%,中年人占 47.5%,老年人占 10%.登山组的职工占参加活动总人数的 $\frac{1}{4}$,且该组中,青年人占 50%,中年人占 40%,老年人占 10%.为了了解各组不同年龄层次的职工对本次活动的满意程度,现用分层抽样方法从参加活动的全体职工中抽取一个容量为 200 的样本,试确定:

(1)游泳组中,青年人、中年人、老年人分别所占的比例;

(2)游泳组中,青年人、中年人、老年人分别应抽取的人数.

分析:由分层抽样的有关知识,可以求出游泳组中青年人、中年人、老年人所占的比例,由比例再求出青年人、中年人、老年人的人数.

解:(1)设登山组人数为 x ,游泳组中青年人、中年人、老年人所占的比例分别为 a, b, c ,则有 $\frac{x \cdot 40\% + 3xb}{4x} = 47.5\%$, $\frac{x \cdot 10\% + 3xc}{4x} = 10\%$,解得 $b = 50\%$, $c = 10\%$.
故 $a = 100\% - 50\% - 10\% = 40\%$,即游泳组中,青年人、中年人、老年人所占的比例分别为 40%、50%、10%.

(2)游泳组中,抽取青年人的人数为 $200 \times \frac{3}{4} \times 40\% = 60$ (人);抽取的中年人的

人数为 $200 \times \frac{3}{4} \times 50\% = 75$ (人); 抽取的老年人的人数为 $200 \times \frac{3}{4} \times 10\% = 15$ (人).

点拨: ① 此例中信息较多, 可能显得较为杂乱, 仔细审题, 设出未知数, 依各种情况的条件列出方程, 从而达到解决问题的目的.

② 对分层抽样原理的考查是高考命题的热点. 解答这类问题的关键是准确把握分层抽样的基本方法, 注意灵活运用数学知识建立有关方程, 从而使问题顺利解决.

3 转化思想

在系统抽样时, 将总体中的 N 个个体编号, 确定分段间隔 k , 对编号进行分段, 当 $\frac{N}{n}$ 不是整数时, 先随机剔除几个个体, 使得总体中剩余的个体数可被样本容量整除. 有时虽然不用编号, 但由于元素排列的特殊性符合系统抽样要求, 在判断时也归结为系统抽样.

例 4 下列抽样中不是系统抽样的是 ()

A. 从标有 1~15 号的 15 个球中, 任选 3 个作样本, 按从小号到大号排序, 随机选起点 i_0 ($i_0 \in \mathbb{N}^*$, $i_0 \leq 5$), 以后选 $i_0 + 5$, $i_0 + 10$ 号入样

B. 工厂生产的产品, 用传送带将产品送入包装车间前, 检验员从传送带上每隔五分钟抽一件产品进行检验

C. 进行某一市场调查时, 规定在商场门口随机对一个人进行询问调查, 直到调查到事先规定的调查人数为止

D. 电影院调查观众的某一指标, 通知每排 (每排人数相等) 座位号为 14 的观众留下来座谈

解析: A 显然符合系统抽样要求, B 中, 传送带运输产品匀速行驶, 每隔 5 分钟抽取一件产品, 保证了系统抽样中的“间隔”均匀、稳定, D 中, 每排 14 号, 也符合系统抽样要求, C 显然不是系统抽样, 故选 C. **答案:** C

■ 解题技巧

1 概念应用

本讲中主要涉及三种抽样方法, 正确理解概念是解答问题的关键, 在应用中主要是正用、逆用.

(1) 直接应用概念辨析判断

例 5 某公司在甲、乙、丙、丁四个地区分别有 150 个、120 个、180 个、150 个销售点, 公司为了调查产品销售的情况, 需从这 600 个销售点中抽取一个容量为 100 的样本, 记这项调查为①; 在丙地区有 20 个特大型销售点, 要从中抽取 7 个调查其销售收入和售后服务等情况, 记这项调查为②, 则完成①②这两项调查宜采用的抽样方法依次是 ()

A. 分层抽样法, 系统抽样法

B. 分层抽样法, 简单随机抽样法

C. 系统抽样法, 分层抽样法

D. 简单随机抽样法, 分层抽样法

解析: 特别要注意的是系统抽样与分层抽样的区别与联系, 系统抽样要求均衡的

分成几部分,然后从每部分中用简单随机抽样的方法抽取相同数目的样本,而分层抽样则是根据样本的差异分成几层,然后在各层中用简单随机抽样的方法按各层在总体中所占的比例进行抽样,不要求各部分抽取的样本数相同,但各层之间要有明显的差异.由此可知,本题中①为分层抽样,②为简单随机抽样,故选 B. 答案:B

点拨:1.抓住三种抽样的特征,有明显差异用分层,除此之外总体量大用系统,量小用随机.
2.分层抽样中公式运用要准确.

$$\textcircled{1} \text{ 抽样比} = \frac{\text{样本容量}}{\text{个体总量}} = \frac{\text{各层样本容量}}{\text{各层个体数量}};$$

②层1的数量:层2的数量:层3的数量=样本1的容量:样本2的容量:样本3的容量.

(2)概念逆用及变式

例 6 (2006·山东)某学校共有师生 2 400 人,现用分层抽样的方法,从所有师生中抽取一个容量为 160 的样本,已知从学生中抽取的人数为 150,那么该学校的教师人数是_____.

解析:设教师人数为 x ,据题意列方程 $\frac{160}{2\,400} = \frac{160-150}{x}$,解之得 $x=150$.

答案:150

点拨:本题主要考查分层抽样等基础知识.

2 合理选用三种抽样方法

在三种抽样中,简单随机抽样是最简单、最基本的抽样方法,其他两种抽样方法是建立在它的基础之上的.三种抽样方法的共同点是:都是等概率抽样,体现了抽样的公平性.三种抽样方法各有其特点和适用范围,在抽样实践中要根据具体情况选用相应的抽样方法.

在具体应用中,个别同学把简单随机抽样常用的两种方法:抽签法、随机数表法混同与系统抽样、分层抽样,把它们之间的关系弄乱,因此在解决一些具体问题时处理失误.

例 7 欲对某商场作一简单审计,想通过检查发票及销售记录的 2% 来快速估计每月的销售额,现采用如下方法:从某本 50 张的发票存根中随机抽一张,如 15 号,然后按序往后将 65,115,165,... 发票上的销售额组成一个调查样本.这种抽取样本的方法可能是()

- A. 简单随机抽样 B. 系统抽样
C. 分层抽样 D. 其他方式的抽样

解析:由题意知,总体与样本容量的数量比是 50:1,且先在前 50 张中确定一个个体,以后每间隔 50 个取一个,符合系统抽样的特点,故选 B. 答案:B

点拨:明确系统抽样是解决本题的关键.

例 8 一个单位有职工 160 人,其中业务人员 96 人,管理人员 40 人,后勤人员 24 人,为了了解职工的收入情况,要从中抽取一个容量为 20 的样本,如何抽取?

方法 1:将 160 人从 1 到 160 编号,然后将用白纸做成的 1~160 号的 160 个号签

放入箱内搅匀,最后从中抽取 20 个号签,与号签相同的 20 个人被选出.

方法 2:将 160 人从 1 到 160 编号,按编号顺序分成 20 组,每组 8 人,令 1~8 号为第一组,9~16 号为第二组,...,153~160 号为第 20 组,先从第一组中用抽签方式抽到一个编号为 k 的号签($1 \leq k \leq 8$),其余各组是 $(k+8n)$ 号($n=1,2,3,\dots,19$),如此抽取 20 人.

方法 3:按 $20:160=1:8$ 的比例,从业务人员中抽取 12 人,从管理人员中抽取 5 人,从后勤人员中抽取 3 人,用简单随机抽样法从各类人员中抽取所需人数,如此抽取 20 人.

以上抽样方法,依次是简单随机抽样、分层抽样、系统抽样的顺序是()

- A. 方法 1、方法 2、方法 3 B. 方法 2、方法 1、方法 3
C. 方法 1、方法 3、方法 2 D. 方法 3、方法 1、方法 2

解析:结合三种抽样方法的定义和特点,可知方法 1 是简单随机抽样,方法 2 符合系统抽样要求,方法 3 是分层抽样,故选 C **答案:**C

点拨:抽签法是简单随机抽样的一种常用方法,方法 1 中用的方法是抽签法;按一定间隔分组,有规则抽取是系统抽样,方法 2 中用到;分层抽样的特点是把总体分层,按比例抽取,方法 3 中就是按职业分层.



一、运算求解能力

能力点津:在随机抽样中,利用抽样的公平、公正、合理性,结合事实及已知条件,通过对总体、样本容量及其之间关系的分析来解决问题.在这里的计算求解难度一般不大.

例 1 从总体为 N 的一批零件中抽取一个容量为 30 的样本,若每个零件被抽取的可能性为 25%,则 $N=$ _____.

解析:由题意知样本容量与 N 的比为 $25:100$,所以 $\frac{30}{N} = \frac{25}{100}$,解得 $N=120$. **答案:**120

例 2 为调查某产品的销售情况,销售部门从下属的 92 家销售连锁店中抽取 30 家了解情况,若用系统抽样法,则抽样间隔和随机剔除的个数分别为()

- A. 3, 2 B. 2, 3 C. 2, 30 D. 30, 2

解析:利用系统抽样,从 92 家中抽取 30 家,92 不能被 30 整除,需先剔除 $\frac{92}{30}$ 的余数个,即 2 个个体,同时间隔为 $\frac{92}{30}$ 的整数部分 3. 因此选 A. **答案:**A

点拨:本例是在明确系统抽样的基础上考查对数据的处理能力.

二、应用能力

能力点津:随机抽样中问题多涉及实际问题,因此,在学习中应对问题背景和要求及提供的信息资料归纳、整理,做出解决问题的一整套方案,这里主要是三种抽样方法的应用.

例 3 某政府机关有在编人员 100 人,其中副处级以上干部 10 人,一般干部 70 人,工人 20 人,上级机关为了了解政府机构改革意见,要从中抽取一个容量为 20 的样本,试确定用何种方法抽取,请具体实施操作.