

赢在起跑线



王洪乾 主编

小学数学 培优教程

六年级

优化学习 挑战奥数



宁波出版社
Ningbo Publishing House

小学数学培优教程

六年级

王洪乾 主 编



宁波出版社

Ningbo Publishing House

图书在版编目(CIP)数据

小学数学培优教程. 六年级 / 王洪乾主编. — 宁波:
宁波出版社, 2008.7

ISBN 978-7-80743-252-4

I. 小… II. 王… III. 数学课—小学—教学参考资料
IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 071742 号

小学数学培优教程(六年级)

出版发行 宁波出版社

邮编地址 315000 宁波市苍水街 79 号

经 销 全国新华书店

销售热线 0574-87279895 87242865

印 刷 浙江开源印务有限公司

主 编 王洪乾

责任编辑 刘伊木

封面设计 周 扬

开 本 787×960 毫米 1/16

字 数 225 千

印 张 11.75

版 次 2008 年 7 月第 1 版 2008 年 7 月第 1 次印刷

标准书号 ISBN 978-7-80743-252-4 定价:16.00 元

如发现缺页或倒装,请与承印厂联系调换

目 录

第一讲	分数大小比较	1
第二讲	循环小数与分数	7
第三讲	分数的计算	12
第四讲	分数的拆分	19
第五讲	分数的有关问题	27
第六讲	对应法解题	34
第七讲	转化法	44
第八讲	变与不变	53
第九讲	商品出售中的数学问题	62
第十讲	比与比例(一)	70

目 录

第十一讲	比与比例(二)	80
第十二讲	浓度与配比	88
第十三讲	工程问题(一)	96
第十四讲	工程问题(二)	107
第十五讲	行程问题(一)	120
第十六讲	行程问题(二)	131
第十七讲	圆的面积	145
第十八讲	钟表上的数学问题	154
第十九讲	立体图形	162
第二十讲	列方程解题	177

第一讲

分数大小比较

【知识提要】

分数大小比较就两个分数来说,有分母相同,分子相同以及分子、分母都不相同三种情况,其中前两种情况判别大小的方法是:

分母相同的两个分数,分子大的那个分数比较大;

分子相同的两个分数,分母大的那个分数比较小。

分子、分母都不同的两个分数,通常是采用通分的方法。由于要比较的分数千差万别,所以通分的方法不一定是最简捷的,本讲将介绍一些方法。

【例题精解】

例1 比较 $\frac{12}{17}$ 和 $\frac{15}{22}$ 的大小。

解题思路:这两个分数可以先通分,再比较,但是它们的公分母比较大。而分子的最小公倍数是60,所以可以把它们化成分子相同的分数,再比较。

$$\text{解: } \frac{12}{17} = \frac{60}{85}, \quad \frac{15}{22} = \frac{60}{88},$$

$$\text{因为 } \frac{60}{85} > \frac{60}{88},$$

$$\text{所以 } \frac{12}{17} > \frac{15}{22}.$$

当两个已知分数的分母的最小公倍数较大,而分子的最小公倍数较小时,可以把它们化成同分子的分数,再比较大小。

例2 比较 $\frac{2}{3}$ 与 $\frac{13}{20}$ 的大小。

解题思路:要比较这两个分数的大小,可以先通分,也可以先化成同分子分数。但是如果我们能直接把它们化成小数,同样可以很快地比较出它们的大小。

$$\text{解: } \frac{2}{3} = 0.\dot{6}, \quad \frac{13}{20} = 0.65,$$

$$\text{因为 } 0.\dot{6} > 0.65,$$

$$\text{所以 } \frac{2}{3} > \frac{13}{20}.$$

这种方法对任意的分数都适用,因此也叫万能方法。但在比较时是否简便,就要看具体情况了。

例3 比较 $\frac{7171}{8383}$ 与 $\frac{717171}{838383}$ 的大小。

解题思路:这两个分数的分子、分母都比较大,可以先约分。

$$\text{解: } \frac{7171}{8383} = \frac{71}{83}, \frac{717171}{838383} = \frac{71}{83},$$

$$\text{因为 } \frac{71}{83} = \frac{71}{83},$$

$$\text{所以 } \frac{7171}{8383} = \frac{717171}{838383}.$$

例4 比较这组数的大小,并用小于号连接各数: $\frac{4443}{5554}$, $\frac{5557}{6668}$, $\frac{6668}{7779}$ 。

解题思路:要比较这三个分数的大小,用前面的三种方法显然不适合。我们注意到每一个分数中,分母都比分子大 1111,因此可以先求这些分数的倒数,通过比较它们倒数的大小来比较。

$$\text{解: } \frac{4443}{5554} \text{ 的倒数是 } 1\frac{1111}{4443}; \frac{5557}{6668} \text{ 的倒数是 } 1\frac{1111}{5557};$$

$$\frac{6668}{7779} \text{ 的倒数是 } 1\frac{1111}{6668}.$$

$$\text{因为 } 1\frac{1111}{4443} > 1\frac{1111}{5557} > 1\frac{1111}{6668},$$

$$\text{所以 } \frac{4443}{5554} < \frac{5557}{6668} < \frac{6668}{7779}.$$

例5 比较下面每组分数的大小。

$$(1) \frac{16}{19} \text{ 与 } \frac{14}{17}; (2) \frac{5}{11} \text{ 与 } \frac{7}{13}; (3) \frac{218191}{654321} \text{ 与 } \frac{152347}{456789}.$$

解题思路:比较分数的大小,还可以根据分数的特点选择一个数作为标准,再进行比较。

$$\text{解: (1) } \frac{16}{19} \text{ 与 } \frac{14}{17}, \text{ 因为 } 1 - \frac{16}{19} = \frac{3}{19}, 1 - \frac{14}{17} = \frac{3}{17},$$

$$\frac{3}{19} < \frac{3}{17}, \text{ 所以 } \frac{16}{19} > \frac{14}{17}. \text{ 这里以 } 1 \text{ 为标准。}$$

(2) $\frac{5}{11}$ 与 $\frac{7}{13}$, 因为 $\frac{5}{11} < \frac{1}{2}$, $\frac{7}{13} > \frac{1}{2}$,

所以 $\frac{5}{11} < \frac{7}{13}$ 。这里以 $\frac{1}{2}$ 为标准。

(3) $\frac{218191}{654321}$ 与 $\frac{152347}{456789}$, 两个分数都比 $\frac{1}{3}$ 略大, 可以用 $\frac{1}{3}$ 作标准。

$$\frac{218191}{654321} - \frac{1}{3} = \frac{84}{654321}, \quad \frac{152347}{456789} - \frac{1}{3} = \frac{84}{456789},$$

因为 $\frac{84}{654321} < \frac{84}{456789}$,

所以 $\frac{218191}{654321} < \frac{152347}{456789}$ 。

例6 比较 $\frac{2}{3}$ 与 $\frac{4}{7}$ 的大小。

解题思路: 把两个分数的分子、分母分别相加, 得到一个新分数。新分数一定介于两个已知分数之间, 即比其中一个分数大, 比另一个分数小。

解: $\frac{2+4}{3+7} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, 因为 $\frac{3}{5} = 0.6$, $\frac{2}{3} = 0.\dot{6}$, $\frac{3}{5} < \frac{2}{3}$, 可以知道 $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$, 所以 $\frac{2}{3} > \frac{4}{7}$ 。

比较分数大小的方法有很多, 需要我们在学习中不断发现总结, 但无论哪种方法, 均来源于“分母相同, 分子大的分数大; 分子相同, 分母大的分数小”这一基本方法。

【基础练习】

1. 比较下列各组分数的大小。

(1) $\frac{3}{11}$, $\frac{4}{15}$; (2) $\frac{32}{66}$, $\frac{36}{75}$; (3) $\frac{17}{69}$, $\frac{15}{67}$;

(4) $\frac{661}{998}$, $\frac{6661}{9998}$; (5) $\frac{117}{448}$, $\frac{207}{808}$; (6) $\frac{103}{116}$, $\frac{217}{240}$ 。

2. 将下列各组分数用“<”连接起来。

(1) $\frac{7}{19}$, $\frac{6}{23}$, $\frac{6}{19}$, $\frac{7}{2}$;

(2) $\frac{18}{49}$, $\frac{41}{111}$, $\frac{47}{129}$, $\frac{51}{139}$;

(3) $\frac{5}{12}$, $\frac{12}{19}$, $\frac{10}{23}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{15}{22}$;

(4) $\frac{98765}{98766}$, $\frac{9876}{9877}$, $\frac{987}{988}$, $\frac{98}{99}$;

(5) $\frac{10}{17}, \frac{12}{19}, \frac{15}{23}, \frac{60}{101}$;

(6) $\frac{2}{3}, \frac{5}{8}, \frac{15}{23}, \frac{10}{17}, \frac{12}{19}$ 。

3. 填空。

(1) $\frac{4}{17} < \frac{(\quad)}{(\quad)} < \frac{7}{20}$;

(2) $\frac{3}{11} > \frac{(\quad)}{(\quad)} > \frac{(\quad)}{(\quad)} > \frac{6}{23}$ 。

【拓展训练】

1. 比较 $\frac{1234567}{4938502}$ 与 $\frac{3456789}{13827624}$ 的大小。

2. 比较 $\frac{1234567890-2002}{2345678901-2002}$ 和 $\frac{1234567890}{2345678901}$ 的大小。

3. 已知 $\frac{3}{8} < \frac{6}{A} < 1$, $\frac{4}{7} < \frac{5}{A} < 1$, $\frac{2}{5} < \frac{3}{A} < \frac{6}{7}$ 。A 可以表示哪些自然数?

4. 编号为 1、2、3 的三位蚂蚁运动员分别举起重量为 $\frac{115}{127}$ 、 $\frac{302}{333}$ 、 $\frac{439}{488}$ 克的杠铃。金、银、铜牌应该分别发给几号蚂蚁运动员?

5. 下面的 $\square$ 中填哪些自然数时, 不等式成立。

$$\frac{5}{9} < \frac{9}{\square} < 1$$

6. 有四个分数 $\frac{12}{25}$ 、 $\frac{11}{24}$ 、 $\frac{19}{39}$ 、 $\frac{11}{29}$, 其中最大的分数与最小的分数的差等于几?

7. 对于下列各组两个数, 找出一个大小介于它们之间且分母小于 10 的分数。

(1) $\frac{5}{21}, \frac{6}{23}$; (2) $\frac{7}{16}, \frac{7}{22}$; (3) $\frac{17}{45}, \frac{19}{51}$ 。

8. 不求和, 比较算式 $2001\frac{1999}{2000} + 2000\frac{1998}{2001}$ 与 $2002\frac{1999}{2000} + 1999\frac{1998}{2001}$ 。

9. 下面六个算式中, 哪一个算式结果最小? 并求出它的值。

$$\frac{3}{7} + \frac{6}{24}, \quad \frac{3}{8} + \frac{7}{24}, \quad \frac{3}{9} + \frac{8}{25}, \quad \frac{3}{10} + \frac{9}{25}, \quad \frac{3}{11} + \frac{10}{25}, \quad \frac{3}{12} + \frac{11}{25}$$

10. 请比较 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{1997} - \frac{1}{1998} + \frac{1}{1999}$ 与 $\frac{1}{1000} + \frac{1}{1001} + \cdots + \frac{1}{1998} + \frac{1}{1999}$ 的大小。

参考答案

【基础练习】

1. 解: (1) $\frac{3}{11} = \frac{12}{44}$, $\frac{4}{15} = \frac{12}{45}$, 因为 $\frac{12}{44} > \frac{12}{45}$, 所以 $\frac{3}{11} > \frac{4}{15}$ 。(2) $\frac{32}{66}$ 的倒数是 $2\frac{1}{16}$, $\frac{36}{75}$ 的倒数是 $2\frac{1}{12}$, 因为 $2\frac{1}{16} < 2\frac{1}{12}$, 所以 $\frac{32}{66} > \frac{36}{75}$ 。(3) $\frac{17}{69}$ 的倒数是 $4\frac{1}{17}$, $\frac{15}{67}$ 的倒数是 $4\frac{7}{15}$, 因为 $4\frac{1}{17} < 4\frac{7}{15}$, 所以 $\frac{17}{69} > \frac{15}{67}$ 。(4) $\frac{661}{998} < \frac{6661}{9998}$ (5) $\frac{117}{448} > \frac{207}{808}$ (6) $\frac{103}{116} < \frac{217}{240}$
2. 解: (1) 因为 $\frac{7}{19} > \frac{6}{19}$, $\frac{7}{2} > \frac{7}{19}$, $\frac{6}{19} > \frac{6}{23}$, 所以 $\frac{6}{23} < \frac{6}{19} < \frac{7}{19} < \frac{7}{2}$ 。(2) $\frac{47}{129} < \frac{51}{139} < \frac{18}{49} < \frac{41}{111}$ 。(3) $[5, 12, 10, 4, 15] = 60$ $\frac{5}{12} = \frac{60}{144}$, $\frac{12}{19} = \frac{60}{95}$, $\frac{10}{23} = \frac{60}{138}$, $\frac{4}{7} = \frac{60}{105}$, $\frac{15}{22} = \frac{60}{88}$, 所以, $\frac{5}{12} < \frac{10}{23} < \frac{4}{7} < \frac{12}{19} < \frac{15}{22}$ 。(4) 把这四个分数分别与 1 比较, 依次相差 $\frac{1}{98766}$, $\frac{1}{9877}$, $\frac{1}{988}$, $\frac{1}{99}$, 因为 $\frac{1}{99} > \frac{1}{988} > \frac{1}{9877} > \frac{1}{98766}$, 所以 $\frac{98}{99} < \frac{987}{988} < \frac{9876}{9877} < \frac{98765}{98766}$ 。(5) 化成同分子分数, $\frac{10}{101} < \frac{12}{19} < \frac{15}{23}$ 。(6) 化成同分子分数, $\frac{10}{17} < \frac{5}{8} < \frac{12}{19} < \frac{15}{23} < \frac{2}{3}$ 。
3. 解: (1) $\frac{4+7}{17+20} = \frac{11}{37}$, $\frac{4}{17} < \frac{11}{37} < \frac{7}{20}$ (2) $\frac{3+6}{11+23} = \frac{9}{34}$, $\frac{9+6}{34+23} = \frac{5}{19}$, 所以 $\frac{3}{11} > \frac{9}{34} > \frac{5}{19} > \frac{6}{23}$ 。

【拓展训练】

1. 解: $\frac{3456789}{13827624} > \frac{1234567}{4938502}$ 。
2. 解: 把这两个分数分别与 1 比较, 差依次是 $\frac{1111111011}{2345676899}$, $\frac{1111111011}{2345678901}$, 因为 $\frac{1111111011}{2345676899} > \frac{1111111011}{2345678901}$, 所以 $\frac{1234567890-2002}{2345678901-2002} < \frac{1234567890}{2345678901}$ 。
3. 解: 由 $\frac{3}{8} < \frac{6}{A} < 1$, 可知 $\frac{6}{16} < \frac{6}{A} < \frac{6}{6}$, 则 $6 < A < 16$; 由 $\frac{4}{7} < \frac{5}{A} < 1$, 可知 $\frac{20}{35} < \frac{20}{4A} < \frac{20}{20}$, 则 $5 < A < 8.75$; 由 $\frac{2}{5} < \frac{3}{A} < \frac{6}{7}$, 可知 $\frac{6}{15} < \frac{6}{2A} < \frac{6}{7}$, 则 $3.5 < A < 7.5$ 因此, $6 < A < 7.5$, $A = 7$ 。
4. 解: $\frac{115}{127} = 1 - \frac{1}{127}$, $\frac{302}{333} = 1 - \frac{1}{333}$, $\frac{439}{488} = 1 - \frac{1}{488}$, 而 $\frac{127}{12} = 10.5\dots$, $\frac{333}{31} = 10.7\dots$, $\frac{488}{49} = 9.959\dots$

9.9..., 由于 $\frac{1}{10.7...} < \frac{1}{10.5...} < \frac{1}{9.9...}$, 所以 $\frac{302}{333} > \frac{115}{127} > \frac{439}{488}$ 。因此, 金、银、铜牌应分别发给 2 号、1

号、3 号蚂蚁运动员。

5. 解: 由 $\frac{5}{9} < \frac{9}{\square} < 1$, 可知 $\frac{45}{81} < \frac{45}{\square \times 5} < \frac{45}{45}$, $45 < \square \times 5 < 81$, $9 < \square < 16 \frac{1}{5}$, 因此 $\square$ 中可以填 10~16 这 7 个自然数。

6. 解: $\frac{11}{24} > \frac{11}{29}$, $1 - \frac{12}{25} = \frac{13}{25}$, $1 - \frac{11}{24} = \frac{13}{24}$, 所以 $\frac{12}{25} > \frac{11}{24}$; $\frac{12}{25}$ 、 $\frac{11}{24}$ 、 $\frac{11}{29}$ 都小于 $\frac{1}{2}$, 而 $\frac{19}{39}$ 大于 $\frac{1}{2}$; 因此 $\frac{19}{39} > \frac{12}{25} > \frac{11}{24} > \frac{11}{29}$, $\frac{19}{39} - \frac{11}{29} = \frac{122}{1131}$ 。

7. 解: (1) $\frac{5}{21} < \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$, $\frac{6}{23} > \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$, 所以 $\frac{5}{21} < \frac{1}{4} < \frac{6}{23}$; (2) $\frac{7}{22} < \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$, $\frac{7}{16} > \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$, 所以 $\frac{7}{22} < \frac{1}{3} < \frac{7}{16}$; (3) $\frac{19}{51} > \frac{18}{51} = \frac{6}{17} < \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$, $\frac{17}{45} = \frac{136}{360} > \frac{135}{360} = \frac{3}{8}$, 所以 $\frac{19}{51} < \frac{3}{8} < \frac{17}{45}$ 。

8. 解: 两个算式中的分数部分相同, 看整数部分, 整数部分 $2001 + 2000 = 2002 + 1999$, 所以这两个算式相等。

9. 解: $\frac{3}{9} + \frac{8}{25}$ 是六个算式中最小的一个, 它的值为 $\frac{49}{75}$ 。

10. 解: $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1997} - \frac{1}{1998} + \frac{1}{1999} - (\frac{1}{1000} + \frac{1}{1001} + \dots + \frac{1}{1998} + \frac{1}{1999}) = 0$, 所以它们相等。

第二讲

循环小数与分数

【知识提要】

任何分数化小数只有两种结果。或者是有限小数,或者是循环小数,而循环小数又分纯循环小数和混循环小数两类。

一个最简分数化为小数有三种情况:

(1) 如果分母中含有质因数 2 和 5, 那么这个分数一定能化成有限小数, 并且小数部分的位数等于分母中质因数 2 与 5 中个数较多的那个数的个数;

(2) 如果分母中只含有 2 与 5 以外的质因数, 那么这个分数一定能化成纯循环小数;

(3) 如果分母中既含有质因数 2 和 5, 又含有 2 与 5 以外的质因数, 那么这个分数一定能化成循环小数, 并且不循环部分的位数等于分母中质因数 2 与 5 中个数较多的那个数的个数。

【例题精解】

例 1 判断下列分数, 哪些能化成有限小数、纯循环小数、混循环小数? 能化成有限小数的, 小数部分有几位? 能化成混循环小数的, 不循环部分有几位?

$$\frac{5}{32}, \frac{4}{21}, \frac{31}{250}, \frac{23}{78}, \frac{100}{117}, \frac{3}{850}。$$

解题思路: 上面这些分数都是最简分数, 并且 $32=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$, $21=3 \times 7$, $250=2 \times 5 \times 5 \times 5$, $78=2 \times 3 \times 13$, $117=3 \times 3 \times 13$, $850=2 \times 5 \times 5 \times 17$,

根据上面的结论, 得到:

$\frac{5}{32}$ 能化成五位有限小数, $\frac{31}{250}$ 能化成三位有限小数。

$\frac{4}{21}$ 、 $\frac{100}{117}$ 能化成纯循环小数。

$\frac{23}{78}$ 能化成混循环小数, 且不循环部分有一位; $\frac{3}{850}$ 能化成混循环小数, 且不循环部分有两位。

例 2 将 $0.\dot{5}$ 化成分数。

解题思路: 因为 $0.\dot{5} \times 10 = 5.\dot{5}$, 而 $5.\dot{5} - 0.\dot{5} = 5$, 也就是 $0.\dot{5} \times 10 - 0.\dot{5} = 0.\dot{5} \times (10 - 1) = 5$,

所以 $0.\dot{5} = \frac{5}{9}$ 。

例3 将 $0.\dot{3}8\dot{2}$ 化成分数。

解题思路：因为 $0.\dot{3}8\dot{2} \times 1000 = 382.\dot{3}8\dot{2}$ ，而 $382.\dot{3}8\dot{2} - 0.\dot{3}8\dot{2} = 382$ ，也就是 $0.\dot{3}8\dot{2} \times 1000 - 0.\dot{3}8\dot{2} = 382$ ，所以 $0.\dot{3}8\dot{2} = \frac{382}{999}$ 。

从例2和例3可以总结出将纯循环小数化成分数的方法。

纯循环小数化分数，分数的分子是一个循环节的数字组成的数，分母的各位数字都是9，9的个数与循环节的位数相同。

例4 把混循环小数化成分数。

(1) $0.2\dot{1}\dot{5}$ ； (2) $6.35\dot{3}$ 。

解题思路：(1) $0.2\dot{1}\dot{5} \times 1000 = 215.1515 \dots$ ①

$0.2\dot{1}\dot{5} \times 10 = 2.1515 \dots$ ②

由①-②得 $0.2\dot{1}\dot{5} \times 990 = 215 - 2$

$$0.2\dot{1}\dot{5} = \frac{215-2}{990} = \frac{213}{990} = \frac{71}{330}$$

(2) 先看小数部分 $0.35\dot{3}$

$0.35\dot{3} \times 1000 = 353.333 \dots$ ①

$0.35\dot{3} \times 100 = 35.3333 \dots$ ②

由①-②得 $0.35\dot{3} \times 900 = 353 - 35$

$$0.35\dot{3} = \frac{353-35}{900} = \frac{318}{900} = \frac{53}{150}$$

$$\text{所以 } 6.35\dot{3} = 6 + \frac{353-35}{900} = 6 + \frac{318}{900} = 6 + \frac{53}{150}。$$

由以上例题可以总结出混循环小数化分数的方法。

一个混循环小数的小数部分可以化成分数，这个分数的分子是第二个循环节以前的小数部分组成的数与小数部分中不循环部分组成的数的差。分母的头几位数是9，末几位数是0。9的个数与循环节中的位数相同，0的个数与不循环部分的位数相同。

例5 计算： $0.29\dot{1} - 0.19\dot{2} + 0.37\dot{5} + 0.52\dot{6}$ 。

解： $0.29\dot{1} - 0.19\dot{2} + 0.37\dot{5} + 0.52\dot{6}$

$$= \frac{291}{999} - \frac{191}{990} + \frac{375}{999} + \frac{521}{990}$$

$$= \frac{666}{999} + \frac{330}{990}$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$$

$$= 1$$

例 6 计算: $0.\dot{3}3\dot{0} \times 0.1\dot{8}\dot{6}$ 。

解: $0.\dot{3}3\dot{0} \times 0.1\dot{8}\dot{6}$

$$= \frac{330}{999} \times \frac{186}{990}$$

$$= \frac{186}{2997}$$

【基础练习】

1. 下列各式中哪些不正确? 为什么?

(1) $\frac{37}{64} = 0.57812\dot{5}$; (2) $\frac{13}{22} = 0.59\dot{0}$;

(3) $\frac{45}{296} = 0.15202\dot{7}$; (4) $\frac{98}{101} = 0.970\dot{2}$ 。

2. 将下面的循环小数化成分数。

$0.\dot{7}8$; $8.2\dot{5}$; $0.\dot{8}$; $0.\dot{3}9$; $0.\dot{2}3\dot{1}$; $0.1\dot{3}\dot{5}$ 。

3. 将下面的混循环小数化成分数。

$0.2\dot{8}$; $0.31\dot{5}$; $0.22\dot{5}$; $0.51\dot{7}$; $3.1\dot{5}\dot{4}$; $8.69\dot{6}$ 。

4. 计算下列各题。

(1) $0.7\dot{8} + 0.1\dot{2} + 0.6\dot{2} + 0.8\dot{5}$;

(2) $0.29\dot{1} - 0.19\dot{2} + 0.37\dot{5} + 0.52\dot{6}$;

(3) $0.\dot{3}3\dot{0} \times 0.1\dot{8}\dot{7}$;

(4) $0.1\dot{1} + 0.1\dot{2} + 0.1\dot{3} + \cdots + 0.1\dot{9}$;

(5) $0.25\dot{3} + 0.51\dot{3} + 0.41\dot{3} - 0.1\dot{8}\dot{0}$;

(6) $3.\dot{3} \times 0.07\dot{5}$;

$$(7) 0.916\dot{8} \div 0.463\dot{0};$$

$$(8) 0.28\dot{5} + 0.13\dot{2} + 0.48\dot{0} + 0.10\dot{2}.$$

【拓展训练】

1. 假定 n 是一个正整数, d 是 1~9 中的一个数字。已知 $\frac{n}{296} = 0.d0\dot{5}$, 求 n 。

2. 计算: $(0.9\dot{1} + 0.8\dot{2} + 0.7\dot{3} + 0.6\dot{4}) - (0.\dot{1} + 0.2 + 0.3 + 0.4 + 0.5 + 0.6)$ 。

3. 计算下列各题。

$$(1) 0.\dot{6} + \frac{1}{0.\dot{6} + \frac{1}{0.\dot{6} + \frac{1}{0.\dot{6}}}};$$

$$(2) 1.25 \times 0.\dot{3} + 1.25 \times \frac{1}{3} + 1.25 \times 0.\dot{6};$$

$$(3) 0.1\dot{4} + 0.2\dot{5} + 0.3\dot{6} + 0.4\dot{7} + 0.5\dot{8}.$$

【拓展提高】

参 考 答 案

【基础练习】

1. 解:(1)、(3)、(4)不正确。

2. 解: $0.\dot{7}8 = \frac{26}{33}$, $8.\dot{2}\dot{5} = 8\frac{25}{99}$, $0.\dot{8} = \frac{8}{9}$, $0.\dot{3}9 = \frac{13}{33}$, $0.\dot{2}3\dot{1} = \frac{77}{333}$, $0.\dot{1}3\dot{5} = \frac{5}{37}$ 。

3. 解: $0.2\dot{8} = \frac{13}{45}$, $0.3\dot{1}\dot{5} = \frac{52}{165}$, $0.22\dot{5} = \frac{203}{900}$, $0.51\dot{7} = \frac{233}{450}$, $3.1\dot{5}\dot{4} = 3\frac{17}{110}$, $8.69\dot{6} = 8\frac{209}{300}$ 。

4. (1)解:原式 $=\frac{71}{90}+\frac{4}{33}+\frac{28}{45}+\frac{85}{99}=2\frac{43}{110}$; (2)解:原式 $=\frac{97}{333}-\frac{191}{990}+\frac{125}{333}+\frac{521}{990}=1$; (3)解:原式 $=$

$$\frac{1}{999} \times \frac{62}{1} = \frac{62}{999}; (4) \text{解: 原式} = \frac{10}{90} + \frac{11}{90} + \frac{12}{90} + \cdots + \frac{18}{90} = \frac{1}{90} \times (10+11+12+\cdots+18) = 1\frac{2}{5}; (5) \text{解: 原}$$

$$\text{式} = \frac{228}{900} + \frac{513}{999} + \frac{372}{900} - \frac{180}{999} = 1; (6) \text{解: 原式} = 3\frac{3}{9} \times \frac{75}{990} = \frac{25}{99}; (7) \text{解: 原式} = \frac{9168}{9999} \div \frac{4584}{9900} = \frac{200}{101} = 1$$

$$\frac{99}{101}; (8) \text{解: 原式} = \frac{285}{999} + \frac{132}{999} + \frac{480}{999} + \frac{102}{999} = 1。$$

【拓展训练】

1. 解: 因为 $\frac{n}{296} = 0.\dot{0}5$, 所以 $\frac{n}{296} = \frac{\overline{005}}{999}$, $n = \frac{296}{999} \times \overline{005} = \frac{8}{27} \times \overline{005}$ 。又因为 n 为正整数, 且 8、27 互质, 所以 $\overline{005}$ 能被 9 整除, 从而 $d=4$ 。因此 $n = \frac{8}{27} \times 405 = 120$ 。

$$2. \text{解: 原式} = \left(\frac{82}{90} + \frac{74}{90} + \frac{66}{90} + \frac{58}{90} \right) - \left(\frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \frac{4}{9} + \frac{5}{9} + \frac{6}{9} \right) = \frac{1}{90} \times (82+74+66+58) - \frac{1}{9} \times (1+2+3+4+5+6) = \frac{1}{90} \times 280 - \frac{1}{9} \times 21 = \frac{28}{9} - \frac{7}{3} = \frac{7}{9}。$$

3. 解:(1)把循环小数化成分数,再按分数计算。原式= $\frac{2}{3} + \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3} + \frac{1}{\frac{2}{3} + \frac{1}{\frac{2}{3} + \frac{1}{\frac{2}{3} + \dots}}}}$ = $\frac{2}{3} + \frac{1}{\frac{2}{3} + \frac{1}{\frac{2}{3} + \frac{3}{2}}}$ = $\frac{2}{3} +$

$$\frac{1}{\frac{2}{3} + \frac{6}{13}} = \frac{2}{3} + \frac{1}{\frac{44}{39}} = \frac{2}{3} + \frac{39}{44} = \frac{205}{132} = 1\frac{73}{132};$$

(2) 可根据乘法分配律把 1.25 提出, 再计算。原式 =

1.25 $\times(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3})=\frac{5}{4}\times\frac{4}{3}=\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$; (3)把循环小数化成分数,根据乘法分配律和等差数列求和公式计算。原式 $=\frac{13}{90}+\frac{23}{90}+\frac{33}{90}+\frac{43}{90}+\frac{53}{90}=\frac{1}{90}\times(13+23+33+43+53)=\frac{1}{90}\times\frac{(13+53)\times5}{2}=\frac{1}{90}\times\frac{66\times5}{2}=\frac{11}{6}=1\frac{5}{6}$ 。

第三讲

分数的计算

【知识提要】

对于分数的四则混合运算,除了掌握常规的四则运算法则以外,还应掌握一些特殊的运算技巧,才能提高运算速度,解答较难的问题。

常用的方法有:

1. 凑整法,即充分运用四则运算定律和性质,使部分的和、差、积、商变成整数或整十数、整百数……从而使计算简便。
2. 约分法,观察分子、分母的关系通过约分化简的方法使计算简便。
3. 分组法,把同分母或具有同样特征的数分成一组,再计算。
4. 代数法,运用字母替代的方法简化算式,再计算。

【例题精解】

例1 计算 $4\frac{1}{5} \times 25 + 32\frac{4}{7} \div 4 + 0.25 \times 124$ 。

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= 4 \times 25 + \frac{1}{5} \times 25 + 32 \times \frac{1}{4} + \frac{4}{7} \times \frac{1}{4} + 0.25 \times 4 \times 31 \\ &= 100 + 5 + 8 + \frac{1}{7} + 31 \\ &= 144\frac{1}{7}。 \end{aligned}$$

例2 计算 $(9\frac{2}{7} + 7\frac{2}{9}) \div (\frac{5}{7} + \frac{5}{9})$ 。

解题思路:我们发现被除数的分母与除数两个加数的分母相同。先把被除数的两个加数化成假分数,分别是 $\frac{65}{7}$ 和 $\frac{65}{9}$,分子相同。

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= (\frac{65}{7} + \frac{65}{9}) \div (\frac{5}{7} + \frac{5}{9}) \\ &= (\frac{5}{7} + \frac{5}{9}) \times 13 \div (\frac{5}{7} + \frac{5}{9}) \\ &= 13。 \end{aligned}$$