

# 数学 SHUXUE

PEIYOUJINGSAI XINFANGFA



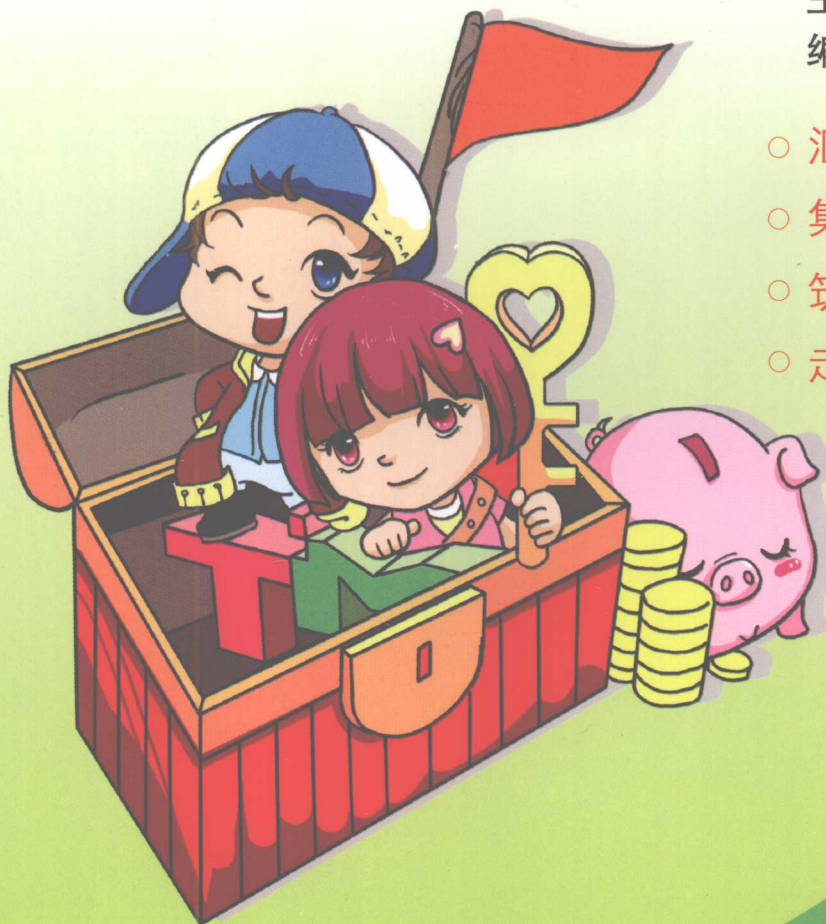
# 培优竞赛

## 新方法 六年级

主编 黄东坡

编著 刘述国 李 勇

- 汇优秀试题之精粹
- 集思想方法之大成
- 筑能力培养之平台
- 走培优竞赛之新路



最新  
修订版

湖北长江出版集团  
湖北人民出版社

# 数学 SHUXUE

PEIYOUJINGSAIXINFANGFA



# 培优竞赛

## 新方法 六年级

主编 黄东坡

编著 刘述国 李 勇



最新  
修订版

湖北长江出版集团  
湖北人民出版社

鄂新登字 01 号

图书在版编目(CIP)数据

数学培优竞赛新方法·六年级/黄东坡主编;刘述国,李勇编著.  
武汉:湖北人民出版社,2008.9

ISBN 978 - 7 - 216 - 03764 - 8

I. 数…

II. ①黄…②刘…③李…

III. 数学课 - 小学 - 教学参考资料

IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 077099 号

黄东坡 主编

李勇 刘述国 编著

数学培优竞赛新方法  
六年级

主编 黄东坡  
编著 刘述国 李勇

出版发行: 湖北长江出版集团  
湖北人民出版社

地址:武汉市雄楚大街 268 号  
邮编:430070

印刷:湖北鄂东印务有限公司  
开本:787 毫米×1092 毫米 1/16  
字数:350 千字

经销:湖北省新华书店  
印张:14  
定价:17.00 元

版次:2008 年 9 月第 2 版  
印数:74 001 - 89 000

印次:2008 年 9 月第 9 次印刷

书号:ISBN 978 - 7 - 216 - 03764 - 8

本社网址:<http://www.hbpp.com.cn>

## 序

时值暑假，朋友们送来了《数学培优竞赛新方法》一书的部分样稿，匆匆翻阅之，顿觉眼前一亮，给人一种强烈的感受——“新”。“新”在它关注人文精神的滋养，在每一章标题的后面都有一段名人名言，它不仅紧扣主题，而且给了我们思想上的某些启示，甚至是心灵上的震撼。“新”在它重组了小学数学竞赛的内容，它采用从课内到课外逐步延伸扩充的方式形成专题，并整合为“基础”与“拓展”两大篇，在“基础篇”里强调普及，是课内数学内容的加深和拓宽；在“拓展篇”里强调提高，帮助学生拓展知识视野，提高分析能力，培养创新精神，这样安排有利于我们根据自己的实际情况和要求有选择地进行学习和阅读，这也体现了作者注重数学的大众化和普及性的精细之处。“新”在它体现了现代数学教育理念，通过“链接”总结数学思想和方法，启迪数学思维，点拨解题思路，延伸数学问题，介绍问题背景，这正是作者的高明之处，把学习进程、培优过程与学生的发展相协调，这不正是数学培优的“新方法”吗？

细细捧读之，又感受到了朋友们在编写上的匠心之所在，以“知识纵横”开篇，提炼出数学思想和方法，使得你能站在某一个制高点上，以居高临下者的姿态纵览全局，把握要领。在“例题求解”中，既不“求”之，也不“解”之，只有寥寥数语的“思路点拨”，却给我们留下了无尽的思考空间，让我们在自主探索和亲身体验中学习思考问题的方法和策略，这正是“天高任鸟飞，海阔凭鱼跃”，我们何不尽情地遐思、遐想呢？真是“于无字处胜有字”啊！当然，你若欲见“求解”真面目，可在“参考答案”中去寻之。而每一章的相应练习，绝不是几道习题的堆砌，而是由“基础夯实”、“能力拓展”、“综合创新”三个层次组成的“学力训练”，其中所选题目不偏、不怪、难度不大，主要是运用基础知识，训练思维方法，学会灵活地处理信息和解决数学问题，使不同程度的学生都能获得必要的数学知识，培养数学解题能力。

数学是思维的体操。学习数学，不仅仅是用来应付各种考试和竞赛，更重要的是数学能使我们的思维更加灵活、更加严谨、更加富有创新意识。在众多的数学培优竞赛书中，《数学培优竞赛新方法》可以说是一朵奇葩，它是朋友们携手合作的成果，是朋友们心血与汗水的结晶。在这本书即将和广大读者见面之际，我在这里写下了上面几行文字，既是对朋友们表示由衷的祝贺和钦佩，也是表达我对朋友们对我信任的感谢！

马青山

## 立足新方法 培养新思维

随着教育的不断深入与发展,广大学生与家长迫切需要一本能指导变革时期小学数学培优竞赛的新读本。湖北人民出版社组织了一批既具教学实践经验,又有较高教学理论水平中青年骨干教师,精心编写并重新修订出版了这套《小学数学培优竞赛新方法》丛书。

本套书立足于尝试数学教育的“新方法”,突出体现人文精神,关注数学学习的互动与建构,融数学知识和思维方法于一体,力求以《全日制义务教育数学课程标准》为依据,为广大教育工作者提供全面的系统的各类小学培优竞赛试题的分析与解答方法,突出素质教育的新思维,既注重知识的系统性、连续性,又注重有关知识的链接和引申,强调问题背景的揭示、解题思路的探求、解题方法的概括,关注问题的开放性与应用性,在培养能力的同时拓展数学知识方法与思想。本套书精选了近年来具有代表性的优秀试题,采用科学的分类方法,将每个年级精编为多个专题进行训练,每个专题编写过程中,又采用循序渐进的方法,要求达到举一反三、触类旁通的目的。每章中,“知识纵横”对专题做全方位、多角度的知识扫描;“例题求解”精选题型,合理安排;“思路点拨”简洁明了,画龙点睛;“学力训练”深入浅出、高屋建瓴。每个专题力求达到知识与能力并举,培优与竞赛兼顾,激发学习兴趣,优化学习过程,追求人文关怀,培养数学美感的总体要求。

在本书的编写与修订过程中,有幸得到了全国知名教师黄东坡的大力帮助与精心指导,武汉市教研室的特级教师马青山也在百忙之中抽出宝贵时间多次给予关心和指导,并欣然作序。另外还得到许多热心家长和同行的关心和帮助,在此一并表示诚挚的感谢!本书疏漏之处欢迎广大读者朋友批评指正!

编者

2008年8月

山青

# 目 录

## 基 础 篇

①	分数的计算(一)	(1)
②	分数的计算(二)	(6)
③	分数应用题(一)	(11)
④	分数应用题(二)	(18)
⑤	浓度问题	(24)
⑥	利润问题	(29)
⑦	工程问题	(35)
⑧	比和比例的应用	(41)
⑨	钟表问题	(47)
⑩	趣谈不定方程	(52)
⑪	变化莫测的图形问题	(58)
⑫	变化多端的工程问题	(64)
⑬	较复杂的同余问题	(69)
⑭	圆的周长和面积(一)	(74)
⑮	圆的周长和面积(二)	(80)
⑯	长方体和正方体	(86)
⑰	圆柱和圆锥	(92)
⑱	画图解行程问题	(98)
⑲	变化的行程问题	(104)

## 拓 展 篇

⑳	加法原理与乘法原理	(110)
㉑	计数问题	(114)
㉒	概率与列表法	(118)
㉓	分析、推理与论证	(123)
㉔	运用面积比解几何题	(128)
㉕	离散最值的问题	(134)
㉖	较复杂的行程问题	(138)
㉗	观察与归纳	(145)
㉘	杂题选讲	(151)
㉙	解题策略(一)	(158)
㉚	解题策略(二)	(163)
	参考答案	(168)



## 1

## 分数的计算(一)



## 链接

人做了书的奴隶,便把活人带死了……把书作为人的工具,则书上的知识便活了,有了生命力了。

——华罗庚

华罗庚(1910—1985),中国现代数学家,在国际上享有盛誉。他在解析数论、矩阵几何学、多变函数论、偏微分方程等数学领域中都作出了卓越贡献。



## 知识纵横

分数的速算与巧算的主要方法有运用乘法分配律、等积变形、巧用约分、运用代数法,以及放缩法估算、运用拆项法巧算等。对于有关分数计算题要先分清类型,然后选择合理的方法巧算,有时还要综合运用各种方法进行巧算。要又快又对地巧算这些题,要注意灵活运用。下面例题取自于近三年来的各类数学大赛,请注意巧算的方法。



## 例题求解

**【例1】** 计算:  $(1 \frac{1}{2007} \times 3.4 + 3 \frac{2}{5} \times 8 \frac{2006}{2007}) \div 2 \frac{3}{7}$

(2007年湖北省小学数学奥林匹克试题)

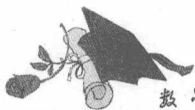
**思路点拨** 运用乘法分配律,提取公因数3.4,就容易计算了。

**【例2】** 计算:  $41.2 \times 3.6 + 16 \times 1 \frac{1}{4} + 53.7 \times 6.4$

(第四届“希望杯”全国数学大赛六年级试题)

**思路点拨** 将53.7拆成41.2+12.5,再运用乘法分配律巧算。





**【例 3】** 计算：
$$\frac{2004+20042004+200420042004+2004200420042004}{2005+20052005+200520052005+2005200520052005}$$

(首届“希望杯”全国大赛六年级试题)

**思路点拨** 分子提取公因数 2004, 分母提取公因数 2005 以后, 可以运用约分的方法求解.



## 链接

**运算性质:** 几个数都除以同一个数所得的商之和(或差)等于这几个数的和(或差)除以这个数所得的商

$$a \div m \pm b \div m \pm c \div m = (a \pm b \pm c) \div m.$$

对于复杂的分数计算题, 先要全面审题, 仔细观察已知数的特征, 分清运算顺序, 再根据运算定律和性质选择合理而巧妙的算法.

**【例 4】** 计算：
$$\frac{206+315 \times 5770}{5769 \times 315 + 521}$$

(第六届“创新杯”全国数学邀请赛试题)

**思路点拨** 用调整的方法然后巧用约分计算出结果.

**【例 5】** 计算：
$$2007 \times 2007 \div 2008 \frac{1}{2006}$$

(2007 年湖北省小学数学奥林匹克试题)

**思路点拨** 硬算的方法太复杂, 可以将  $2008 \frac{1}{2006}$  的倒数等积变形后约分求解.

**【例 6】** 计算：
$$12.6 \times 125\% + 3 \frac{2}{5} \div \frac{4}{5} + 1.4 \times 12.5$$

(湖北省小学数学奥林匹克试题)

**思路点拨** 运用等积变形的办法变出相同的公因数, 再运用乘法分配律巧算.

## 思维拓展

当分数的分子、分母都以比较复杂的算式出现时, 应该把分子、分母看作一个整体, 看能不能运用分数的基本性质进行约分.







【例 7】 计算：
$$\frac{1}{2004^3 - 2003 \times (2004^2 + 2005)}$$

(第十届“华杯赛”试题)

思路点拨 将  $2004^3$  变成  $(2003+1) \times 2004^2$  进行调整计算, 求出分母的值.

【例 8】 计算：
$$\frac{(2^2+4^2+6^2+\dots+100^2)-(1^2+3^2+5^2+\dots+99^2)}{1+2+3+\dots+10+9+\dots+2+1}$$

(全国数学奥林匹克试题)

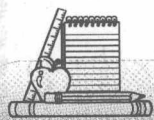
思路点拨 分子调整为： $100^2-99^2+98^2-87^2+\dots+2^2-1^2$ , 然后运用平方差公式巧算求和. 即： $100^2-99^2=100+99, 98^2-97^2=98+97, \dots$



## 进阶

约分法解题常通过观察、比较题中分子、分母的特点, 变形后发现相同的因数, 然后进行约分简算. 此题还可将分子进行变形, 你能独立完成吗?

把相同的算式用同一个字母表示, 先进行字母运算, 得到最简单的字母表达式, 再把原算式代入, 这是常用的一种巧妙方法.



## 学力训练



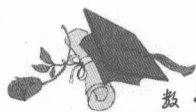
### 基础夯实

1. 计算： $\frac{4}{7} \times 23 \frac{12}{13} + \frac{4}{7} \times \frac{1}{13} + 16 \times \frac{1}{7}$

2. 计算： $4.44 \div 4 \frac{5}{8} + \frac{31}{37} \div \frac{25}{111} + \frac{36}{37} \times 4 \frac{11}{25}$

3. 计算： $\frac{3}{4} \times 2.84 \div 3 \frac{3}{5} \div (1 \frac{1}{2} \times 1.42) \times 1 \frac{4}{5}$





4. 计算:  $(1+\frac{1}{2}) \times (1+\frac{1}{4}) \times (1+\frac{1}{6}) \times \dots \times (1+\frac{1}{10}) \times (1-\frac{1}{3}) \times (1-\frac{1}{5})$   
 $\times \dots \times (1-\frac{1}{9})$

5. 计算:  $71\frac{1}{6} \times \frac{6}{7} + 61\frac{1}{5} \times \frac{5}{6} + 51\frac{1}{4} \times \frac{4}{5} + 41\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + 31\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$

6. 计算:  $\frac{567+345 \times 566}{567 \times 345+222}$

7. 计算:  $99\frac{3}{4} + 199\frac{3}{4} + 2999\frac{3}{4} + 39999\frac{3}{4} + 1$

8. 计算:  $\frac{2003+2002 \times 2004}{2003 \times 2004-1}$

9. 计算:  $(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}) \times (\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}) - (1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}) \times (\frac{1}{3}+\frac{1}{4})$



## 进阶



## 能力拓展

10. 计算:  $(11-\frac{11}{36}) + (9-\frac{11}{36} \times 5) + (1-\frac{11}{36} \times 3) + (5-\frac{11}{36} \times 9) + (3-\frac{11}{36} \times 7) + (7-\frac{11}{36} \times 11)$

(第二届小学“祖冲之杯”数学邀请赛试题)

11. 计算:  $1998 \div 1998 \frac{1998}{1999} + \frac{1}{2000}$

(福州市小学生“迎春杯”数学竞赛试题)

12. 计算:  $(2-1 \div 2) \times (2-2 \div 3) \times (2-3 \div 4) \times \dots \times (2-1997 \div 1998)$

(江苏省吴江市小学数学竞赛六年级试题)





13. 计算:  $38 \times (\frac{1}{85} + \frac{1}{47}) - 47 \times (\frac{1}{38} - \frac{1}{85}) + 85 \times (\frac{1}{38} - \frac{1}{47})$

(新乡市小学生数学竞赛试题)

14. 计算:  $36 \frac{19}{23} + 63 \frac{4}{23} \times 0.125 + \frac{1}{2} \times 63 \frac{4}{23} + 63 \frac{4}{23} \times \frac{3}{8}$

(全国数学奥林匹克决赛 B 卷试题)

15. 计算:  $0.625 \times (1 \frac{2}{3} + 3 \frac{1}{6}) + \frac{1}{6} \div 1 \frac{3}{5} - \frac{5}{8}$

(海南省小学数学竞赛试题)

16. 计算:  $(1 \frac{1}{1992} \times 3.6 + 3 \frac{3}{5} \times 8 \frac{1991}{1992}) \div 9 \frac{3}{5} \div 3 \frac{3}{4}$

(江西省第二届“八一杯”小学数学竞赛决赛试题)

17. 计算:  $\frac{19 \frac{5}{9} + 3 \frac{9}{10} - 5.22}{19 \frac{5}{9} - 6 \frac{27}{50} + 5.22} \div (\frac{1993 \times 0.4 + 1.6}{1995 \times 0.5 + 1995})$

(第五届“华杯赛”复赛试题)

18. 计算:  $(\frac{519}{123} + \frac{657}{324} + \frac{573}{947}) \times (\frac{657}{324} + \frac{573}{947} + \frac{246}{173}) - (\frac{519}{123} + \frac{657}{324} + \frac{573}{947} + \frac{246}{173}) \times (\frac{657}{324} + \frac{573}{947})$

(重庆市沙坪坝区六年级数学竞赛试题)



综合创新

19. 有 30 个数:  $1.65, 1.65 + \frac{1}{30}, 1.65 + \frac{2}{30}, \dots, 1.65 + \frac{28}{30}, 1.65 + \frac{29}{30}$ . 如果取每个数的整数部分, 并将这些数相加, 那么其和是多少?



连接





## 2 分数的计算(二)



### 链接

你热爱生命吗？那就不要  
挥霍时间，因为它是构成生命  
的材料。

——富兰克林



### 知识纵横

在进行分数计算时，常常将一个分数转化为两个或几个分数的差或积，使部分分数互相抵消，此种方法称为“裂项法”。这种方法在分数计算中往往可使计算十分简捷。



### 例题求解

【例1】 计算： $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{2950}$

**思路点拨** 观察发现题中每一个分数的分子都是1，分母依次可变为1×2，2×3，3×4，…，49×50 即两个连续自然数的积，像这类形式的分数和可以运用规律使每个分数裂项为两个分数的差，裂项后的一些分数互相抵消，从而使计算简便。

两千多年前，古埃及人总喜欢把分数转化为分子是1的分数来计算，所以后人常把分子是1的分数称为埃及分数。

规律：

$$(1) \frac{1}{n \times (n+1)} = \frac{1}{n}$$

$$- \frac{1}{n+1}$$

$$(2) \frac{1}{n \times (n+d)} = \frac{1}{n}$$

$$\times \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+d} \right)$$

$$(3) \frac{1}{n \times (n+1) \times (n+2)}$$

$$= \frac{1}{2} \times \left[ \frac{1}{n \times (n+1)} \right.$$

$$\left. - \frac{1}{(n+1) \times (n+2)} \right]$$

$$(4) \frac{1}{n^2-1} = \frac{1}{2} \times$$

$$\left( \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right)$$





【例 2】 计算： $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{1997 \times 1999}$

(甘肃省第七届数学冬令营试题)

**思路点拨** 这里每一个分数的分母虽然不是两个相邻的自然数的乘积,但这些自然数都相差 2,运用规律,先裂项,再求和。

【例 3】 计算： $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots +$

$$\frac{1}{1+2+3+\dots+10}$$

(第三届小学“祖冲之杯”数学邀请赛试题)

**思路点拨** 分子是 1,分母依次为  $1+2, 1+2+3, 1+2+3+4, \dots$  像这种形式的分数,可以先运用等差数列求和公式,将每个分数的分母求和,再运用裂项规律,这样计算就容易了。

【例 4】 计算： $\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \dots + \frac{1}{9 \times 10 \times 11}$

**思路点拨** 根据规律知： $\frac{1}{1 \times 2 \times 3} = \frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} \right)$

$$\frac{1}{2 \times 3 \times 4} = \frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{3 \times 4} \right), \dots, \frac{1}{9 \times 10 \times 11} = \frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{9 \times 10} - \frac{1}{10 \times 11} \right).$$

【例 5】 计算： $\frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{4^2-1} + \frac{1}{6^2-1} + \dots + \frac{1}{100^2-1}$

**思路点拨** 运用裂项规律,结合乘法分配律。

【例 6】 计算： $1 - \frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{9}{20} + \frac{11}{30} - \frac{13}{42} + \frac{15}{56} - \frac{17}{72}$

**思路点拨** 这里每个分数都可裂项为以相邻两个自然数为分母而分子为 1 的两个分数之和。即  $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}, \frac{7}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}, \frac{9}{20} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5}, \dots, \frac{17}{72} = \frac{1}{8} + \frac{1}{9}$



## 链接

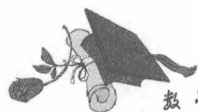
用裂项法进行分数运算的关键是认真观察,发现其中的规律,将每个分数适当裂项,裂项的目的是使在计算过程中某些分数互相抵消。

在运用规律和方法进行简算时,要特别注意以下几点:(1)认真审题,找准题目中的规律,并灵活运用简算方法;(2)计算细心,对数目较大的题目要耐心读题,仔细观察;(3)合理运用所学方法,并能做到创新解题。

学好数学的三大要素:“读”“说”“做”。“读”是指将文字叙述的题目用自己能够理解的数学形式表现出来;“说”指的是通过分析、判断找到解决问题的办法;“做”指的是将前两步骤有机的结合,落到实处。

观察是解决问题必不可少的一个环节,只有具备了细致而深刻的观察能力,才能很快地找到解决问题的突破口。





**【例7】** 计算： $(1+\frac{1}{2})\times(1+\frac{1}{4})\times(1+\frac{1}{6})\times\cdots\times(1+\frac{1}{10})\times(1-\frac{1}{3})$   
 $\times(1-\frac{1}{5})\times\cdots\times(1-\frac{1}{11})$

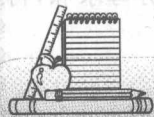
(第六届“华杯赛”复赛试题)

**思路点拨** 先算出每一部分的和,然后合理搭配,进行约分.

**【例8】** 计算： $\frac{5}{14}+\frac{5}{84}+\frac{5}{204}+\frac{5}{374}+\frac{5}{594}+\frac{5}{864}$

(首届“六一杯”六年级决赛试题)

**思路点拨** 关键是将分母写成两个自然数的乘积,而且必须是首尾相接的形式,如: $14=2\times 7, 84=7\times 12, 204=12\times 17, \cdots, 864=27\times 32$ .



## 学力训练



### 基础夯实

1. 计算： $\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\cdots+\frac{1}{2001\times 2002}$

2. 计算： $\frac{4}{1\times 5}+\frac{4}{5\times 9}+\frac{4}{9\times 13}+\frac{4}{13\times 17}+\cdots+\frac{4}{25\times 29}$

3. 计算： $\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}$

4. 计算： $\frac{1998}{1998\times 1999}+\frac{1998}{1999\times 2000}+\frac{1998}{2000\times 2001}+\cdots+\frac{1998}{2049\times 2050}$

(哈尔滨市第十七届“未来杯”竞赛题)





5. 计算:  $\frac{3}{1 \times 5} + \frac{3}{5 \times 9} + \frac{3}{9 \times 13} + \dots + \frac{3}{1997 \times 2001}$

6. 计算:  $\frac{2}{1 \times 2 \times 3} + \frac{2}{2 \times 3 \times 4} + \frac{2}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{2}{98 \times 99 \times 100}$

7. 计算:  $(10 - \frac{4}{55} \times 1) + (9 - \frac{4}{55} \times 2) + (8 - \frac{4}{55} \times 3) + \dots + (2 - \frac{4}{55} \times 9) + (1 - \frac{4}{55} \times 10)$

8. 计算:  $\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{1991 \times 1994} + \frac{1}{1994 \times 1997}$

(哈尔滨市第十六届“未来杯”竞赛题)

9. 计算:  $\frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{60} + \frac{1}{40}$



## 能力拓展

10. 计算:  $(1 - \frac{3}{2 \times 4}) \times (1 - \frac{3}{3 \times 5}) \times (1 - \frac{3}{4 \times 6}) \times (1 - \frac{3}{5 \times 7}) \times (1 - \frac{3}{6 \times 8}) \times (1 - \frac{3}{7 \times 9}) \times (1 - \frac{3}{8 \times 10}) \times (1 - \frac{3}{9 \times 11})$

(上海市第五届数学竞赛题)

11. 计算:  $\frac{1 \times 2 \times 3 + 2 \times 4 \times 6 + 4 \times 8 \times 12 + 7 \times 14 \times 21}{1 \times 3 \times 5 + 2 \times 6 \times 10 + 4 \times 12 \times 20 + 7 \times 21 \times 35}$

(小学数学奥林匹克初赛题)

12. 计算:  $1 \frac{1}{1024} + 2 \frac{1}{512} + 4 \frac{1}{256} + \dots + 256 \frac{1}{4} + 512 \frac{1}{2}$

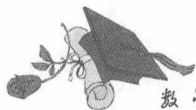
(第十届《小学数学报》数学竞赛试题)



竞赛题



MATH



13. 计算:  $1+3\frac{1}{6}+5\frac{1}{12}+7\frac{1}{20}+9\frac{1}{30}+11\frac{1}{42}$

(南京市第二届“兴趣杯”数学竞赛试题)

14. 计算:  $\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{3}}{(1+\frac{1}{2})(1+\frac{1}{3})} + \frac{\frac{1}{4}}{(1+\frac{1}{2})(1+\frac{1}{3})(1+\frac{1}{4})} + \dots +$

$$\frac{\frac{1}{1999}}{(1+\frac{1}{2})(1+\frac{1}{3})(1+\frac{1}{4})\dots(1+\frac{1}{1999})}$$

(南京市第三届“兴趣杯”决赛题)

15. 计算:  $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99}$

(第三届“华杯赛”决赛题)

16. 计算:  $1+3\frac{1}{6}+5\frac{1}{12}+7\frac{1}{20}+9\frac{1}{30}+11\frac{1}{42}+13\frac{1}{56}+15\frac{1}{72}+17\frac{1}{90}$

(第四届“华杯赛”复赛试题)

17. 和式:  $\frac{2}{1 \times (1+2)} + \frac{3}{(1+2) \times (1+2+3)} + \frac{4}{(1+2+3) \times (1+2+3+4)} + \dots + \frac{100}{(1+2+3+\dots+99) \times (1+2+3+\dots+99+100)}$  计算后化简得到一个最简分数, 它的分母与分子之差为多少?

(北京市第四届“迎春杯”刊赛试题)



### 综合创新

18. 先教你一个计算方式:  $1 \times 2 + 2 \times 3 = \frac{1 \times (2 \times 3)}{3} + \frac{3 \times (2 \times 3)}{3} = \frac{2 \times 3 \times 4}{3}$

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 = \frac{2 \times (3 \times 4)}{3} + \frac{3 \times (3 \times 4)}{3} = \frac{3 \times 4 \times 5}{3}$$

那么, 计算  $1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + 19 \times 20 + 20 \times 21$

(江苏省南通市“华杯赛”六年级试题)



进阶







### 3 分数应用题(一)



## 进阶

数学除了有助于敏锐地了  
解真理和发现真理外,它还有  
造型的功能,即它能使人们的  
思维综合为一种科学系统.

——格拉斯漫



### 知识纵贯

分数应用题是小学数学的重要内容,它是在整数应用题基础上的继续和深化,在解分数应用题中,数量之间相互依存的关系较为复杂,学会画线段示意图帮助理清思路和多角度思考问题是正确解答分数应用题的一个重要环节.



### 例题求解

**【例1】**小明看一本书,每天看15页,4天后还剩全书的 $\frac{3}{5}$ 没有看,问这本书共有多少页?

**思路点拨** 本题的关键是要找出小明已经看的页数相当于全书的几分之几.

**【例2】**修一条长2400米的公路,第一天修了全长的 $\frac{1}{4}$ ,第二天修了余下的 $\frac{1}{3}$ ,问还剩多少米?

**思路点拨** 关键是要将第二天修的“余下的 $\frac{1}{3}$ ”转化成第二天修了全长的几分之几.

应用数学知识和方法解决实际问题,是学习数学的重要目的之一.

分数应用题最基本的三种类型:

- (1) 求一个数是另一个数的几分之几;
- (2) 求一个数的几分之几是多少;
- (3) 已知一个数的几分之几是多少,求这个数.

解答分数应用题的关键是要找准已知数量的对应分率,即单位“1”的几分之几.正确转化单位“1”是重点也是难点.

