高中新课标·人教版

教材动态全解

主编／田祥高 黄浩胜

高中数学A版

必修⑤

NORTHEAST NORMAL UNIVERSITY PRESS
WWW.NENUP.COM
东北师范大学出版社

配人民教育出版社课程标准实验教科书

主编　田祥高　　黄浩胜

教材动态全解

DONGTAI

Q U A N J I E

高中数学必修⑤

NORTHEAST NORMAL UNIVERSITY PRESS
WWW.NENUP.COM
东北师范大学出版社　长　春

图书在版编目（CIP）数据

教材动态全解：人教版A版．高中数学．5：必修/田祥高，黄浩胜主编．—长春：东北师范大学出版社，2007.5
ISBN 978-7-5602-5047-2

Ⅰ．教… Ⅱ．①田… ②黄… Ⅲ．数学课－高中－教学参考资料 Ⅳ．G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2007）第071430号

□责任编辑：任桂菊　郭晓莉　□封面设计：宋　超
□责任校对：齐　虹　李春鹏　□责任印制：栾喜湖

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街5268号（130024）
销售热线：0431—85695744　85688470
传真：0431—85695734
网址：http：//www.nenup.com
电子函件：sdcbs@mail.jl.cn
东北师范大学出版社激光照排中心制版
沈阳新华印刷厂印装
沈阳市铁西区建设中路30号（110021）
2008年4月第1版　2008年4月第1次印刷
幅面尺寸：148 mm×210 mm　印张：10.75　字数：395千

定价：18.50元

动态全解·高中数学

作者名单

★主　编　田祥高　黄浩胜
★编　写　宋明华　黄浩胜　田　军　余方元
周金涛　王长法　王年贺　张亚良
胡冠群　方志芳　张天次　郭爱梅
李秀梅　闵　慧　汪　勇　夏海军
吴支明　吴小明　姚献平　李桂芳
吴　玮　孟　磊　张钦平　余　俊
宋水清　陈少华　张愿球　占国平

ZAIBAN SHUOMING

再版说明

本书在2006年国家新闻出版总署质量检查中全部合格

本书动态讲解　体现课堂互动

本书以最新版教材和考试大纲为编写依据，完全与现行教材同步

★本书特点

本书立足于对教材中基本概念、基本理论和基本方法的讲解。在编写过程中，对知识点的“三基”讲解严格把握“细”、“精”、“透”、“全”的原则。

1. 对知识点的讲解——细

全书知识点分布全面，对教材中涉及的每一个知识点不仅没有遗漏，而且详细解析。具体体现在：（1）对知识点的讲解细；（2）对例题的解析过程细；（3）对难点的解析细；（4）对知识点的归纳总结细；（5）对习题的解答细。

2. 对知识点的讲解——精

全书的讲解真正体现了“围绕重点，突破难点，解惑释疑，启发思维”。全书讲解既能够紧紧围绕重点内容精讲精析，又能够层层突破重点、难点和疑点，对各种题型及其变式、规律、误区等分析透彻，启发思维，提高知识的迁移能力。

3. 对知识点的讲解——透

在讲解的过程中既能够把握教材，又能够不拘泥于教材。全书注重知识点与面的联系，教与学的联系，学与用的联系，注重一题多解，一题多问，多侧面、多角度分析问题。

4. 对知识点的讲解——全

本书完全按最新教材的知识点顺序进行编写，不遗漏一个知识点，涵盖了中学教学的全过程，内容丰富，立体动态，适应读者面广。

ZAIBAN SHUOMING

再版说明

★本书与其他同类书的不同之处

1. 基础例题紧随知识点的讲解

在新知识点讲解辨析后，马上设置具有说明性的例题进行知识巩固，这样可以使学生做到“学一点，通一点，会一点”，不必来回翻书寻找知识点和例题的对应。

2. 设置小栏目进行动态讲解

在知识点的讲解过程中，根据课堂教学情况即时插入“释疑解难”、“探究学习”、“易错点提示”、“疑似点破译”、“课堂问答”、“方法提示”、“心灵交流”等动态小栏目，对教材内容予以补充说明，实现教与学的互动。

3. 基础提高两不误

本书不仅有对教材“三基”知识点的讲解，还有将教材中的知识点进行综合和提高总结。书中有综合问题的解析，综合方法的总结，综合题型的归纳，思维误区的提示，专项内容的总结提高，中高考题的讲解。综合性强，目标瞄准中高考。

4. 全面解读教材栏目

本书不仅对教材中的知识点进行全面细致的讲解，而且对教材中所涉及的“图表”，“活动”，“教材专栏文献资料”等小栏目都作了导读和提示，这些解读充分满足了广大学子的不同需求。

办公电话：0431－85693036 转 2026

电子函件：dongshijiaofu@126.com

读者来信选摘

★黑龙江哈尔滨市读者　毕欣

我喜欢《教材动态全解》，它特别符合我们的学习习惯，在详细讲解教材的每一个知识点后都配相应的例题进行说明，这样能使我们加深对知识的理解，谢谢贵社出版的这套书！

★广西河池市巴马县第一初级中学初三（1）班读者　饶碧刚

我是广西河池巴马县第一初级中学初三（1）班的一名学生，我是第一次使用贵社的《教材动态全解》，从中我得到了许多未见过的知识，受益匪浅……

★四川西昌市川兴中学初07级1班读者　赖皓

我是《教材动态全解》的一位忠实读者。《教材动态全解》陪我度过了两个春秋，未来的日子，它也是我学习生活中不可缺少的一部分。我选择了《教材动态全解》，就找到了一个解惑释疑的知心朋友；使用了《教材动态全解》，我的成绩有了一个令人欣喜的提高！

★湖北随州市万福店农场初级中学二年级4班读者　刘杰

我喜欢《教材动态全解》，因为它例题丰富，讲解透彻，解析知识点精确。尤其是十六章的“分式”，《教材动态全解》把每一节内容都讲得十分详细，根本不用老师讲解，我们完全能把握每一节的重点、难点和考点。

★福建长乐市温岭中学初二（1）班读者　周慧秋

我是《教材动态全解》的读者，我不得不承认这套书很好。书的内容详细，知识丰富，题目难度有高的，也有容易的，难易结合正适合我。

★河北邯郸市魏县读者　李亚杰

我是一名中学生，对于贵社出版的八年级物理上册《教材动态全解》尤其喜爱，这本书是我学习的好帮手。

★安徽寿县堰口中学初三（1）班读者　陶应明

我是一名中学生。自从我购买了贵社出版的《教材动态全解》，对它就十分喜爱。近年来，几乎每个学期我都会购买。使用过程中，我发现它内容充实，深浅适度，讲解透彻。

★云南读者　段伟高

我儿子就读于县一中，即将毕业。儿子在三年的初中阶段能保持良好的学习成绩，得益于你们出版的《教材动态全解》的辅助，在此表示深深感谢！

★广西南宁市第28中学读者　莫文新

我是贵社《教材动态全解》的使用者。这套书对于学生可谓是良师益友；对于教师可谓是参考之必备。我喜欢《教材动态全解》。

★云南红河州四中初三（2）班读者　杨良茜

自从我选购了《教材动态全解》以后，我的学习成绩有了很大的提高，尤其是英语成绩，以前总是上不去，自从选了贵社出版的这本书，成绩在年级里总算是出类拔萃了。谢谢贵社对我的帮助！

★广东雷州市龙门镇龙门中学初二（12）班读者　柯景威

您所编的《教材动态全解》，我非常喜欢它，它帮我渡过难关，使我的成绩一升再升，也使我找到了一个可释疑解惑的知心朋友。

★山东济宁市读者　郑小雯

我是一名高中生，以前学习总是抓不住重点，学习起来既费时又费力，而且成绩也很不理想，自从使用了贵社编写的《教材动态全解》，我的学习成绩有了很大的提高，已经是班里的中等生了。

「目 录」CONTENTS

「目 录」CONTENTS

「目 录」CONTENTS

第一章　解三角形

教学目标

一、课程目标与学习目标

1. 课程目标

在本章中，将在已有知识的基础上，通过对任意三角形边角关系的探究，发现并掌握三角形中的边长与角度之间的数量关系，运用它们解决一些与测量和几何计算有关的实际问题.

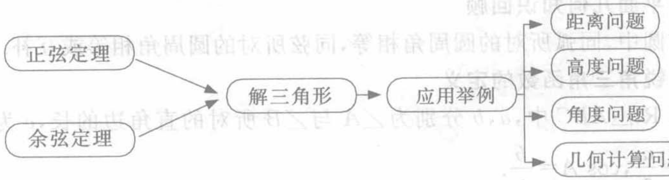
2. 学习目标

(1)通过对任意三角形边角关系的探究，掌握正弦定理、余弦定理，并能解决一些简单的三角形度量问题.

(2)能够运用正弦定理、余弦定理等知识和方法解决一些与测量和几何计算有关的实际问题.

二、本章内容结构

1. 本章知识结构框图



2. 本章主要内容

本章主要包括正弦定理和余弦定理、应用举例与实习作业三部分内容. 教材中以直角三角形为例引出正弦定理，然后利用向量方法证明了余弦定理. 正弦定理、余弦定理揭示了任意三角形边角之间的客观规律，是解三角形的重要工具.

本章内容与已学过的关于三角形的定性研究的结论相联系，与三角函数知识相联系，同时也体现了向量及其运算的应用，高考中常与三角函数、向量知识联系起来考查.

本章知识在现实生活中有着广泛的应用，如天文测量、航海测量、地理测量以及日常生活中的距离、高度、角度的测量等. 解三角形的理论

被用于解决许多测量问题,因此,通过对本章的学习,有利于提高数学建模能力.

三、本章学法点津

1. 重视数学思想方法的运用. 解三角形作为几何度量问题,要突出几何背景,注意数形结合思想的运用,在具体解题时,要注意函数与方程思想的运用.

2. 加强新、旧知识的联系. 本章知识与初中学习的三角形的边、角关系有密切联系,同时要注意与三角函数、平面向量等知识的联系,将新知识融入已有的知识体系,从而提高综合运用知识的能力.

3. 提高数学建模能力. 利用解三角形解决相关的实际问题,关键是读懂题意,找到量与量之间的关系,根据题意作出示意图,将实际问题抽象成解三角形的模型.

1.1 正弦定理和余弦定理

1.1.1 正 弦 定 理

◆相关知识链接

1. 平面向量的数量积

对于两个向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$,则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cos\theta$(其中 θ 为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角).

2. 平面几何知识回顾

在圆中,同弧所对的圆周角相等,同弦所对的圆周角相等或互补.

3. 锐角三角函数的定义

在 Rt$\triangle ABC$ 中,a,b 分别为$\angle A$ 与$\angle B$ 所对的直角边的长,c 为斜边的长,则 $\sin A=\frac{a}{c}$,$\cos A=\frac{b}{c}$.

◆教材新知识点讲解

知识点1　正弦定理

定　理

在一个三角形中,各边的长和它所对的角的正弦的比相等,即

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}.$$

应注意的问题

(1)教材中分锐角三角形和钝角三角形两种情形对定理进行了证明:

当$\triangle ABC$ 是锐角三角形(如图 1 - 1 - 1)时,设边 AB 上的高是 CD,根据三角

函数的定义有 $CD=a\sin B$，$CD=b\sin A$，$\therefore a\sin B=b\sin A$，则可得到 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$.

同理可得 $\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$.

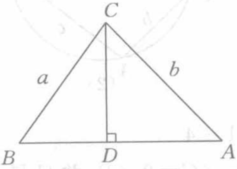


图 1 - 1 - 1

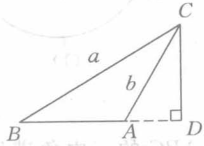


图 1 - 1 - 2

当 $\triangle ABC$ 是钝角三角形(如图 1 - 1 - 2)时，设 $\angle BAC$ 为钝角，AB 边上的高为 CD. $\because \angle BAC=\pi-\angle DAC$，$\therefore \sin\angle BAC=\sin(\pi-\angle DAC)=\sin\angle DAC$，$\therefore CD=b\sin\angle DAC=b\sin A$，并且 $CD=a\sin B$，$\therefore b\sin A=a\sin B$，即 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$. 同理可得 $\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$.

综上所述，有 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$.

(2)利用向量知识证明：

当 $\triangle ABC$ 是锐角三角形时，过 A 点作单位向量 $\boldsymbol{i}$ 垂直于 AB，如图 1 - 1 - 3(1).

$\because \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$，

$\therefore \boldsymbol{i}\cdot\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{i}\cdot(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})=\boldsymbol{i}\cdot\overrightarrow{AB}+\boldsymbol{i}\cdot\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{i}\cdot\overrightarrow{BC}$，

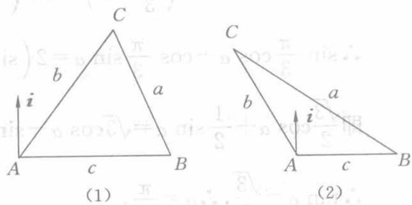


图 1 - 1 - 3

$\therefore b\cos\left(\frac{\pi}{2}-A\right)=a\cos\left(\frac{\pi}{2}-B\right)$，$\therefore b\sin A=a\sin B$，即 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$.

当 $\triangle ABC$ 为钝角三角形时，如图 1 - 1 - 3(2)，可类似地得出上述结论.

(3)利用平面几何知识证明：

如图 1 - 1 - 4 所示，设 O 为 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心，外接圆的半径为 R，连接 BO 并延长，交 $\odot O$ 于 A'，连接 $A'C$，则 $\angle A'=\angle A$ 或 $\angle A'=\pi-\angle A$，$\therefore \sin A=\sin A'=\frac{BC}{A'B}=\frac{a}{2R}$，即 $\frac{a}{\sin A}=2R$，同理可证 $\frac{b}{\sin B}=2R$，$\frac{c}{\sin C}=2R$，故有 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$.

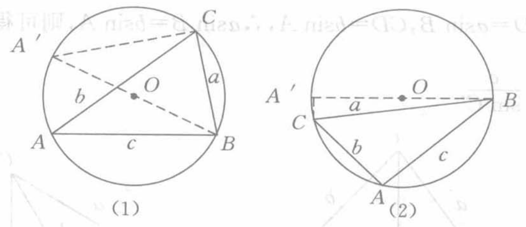


图 1-1-4

例 1 若$\triangle ABC$的三内角满足$\angle A+\angle C=2\angle B$,并且最长边为最短边的2倍,则此三角形的三内角之比为________.

解答 根据题意,设$\triangle ABC$的三内角从小到大依次为$\angle B-\alpha,\angle B,\angle B+\alpha$.

$\because \angle A+\angle B+\angle C=\pi$, $\therefore \angle B-\alpha+\angle B+\angle B+\alpha=\pi$, $\therefore \angle B=\frac{\pi}{3}$.

设$\triangle ABC$的最短边为a,则最长边为$2a$.

由正弦定理得$\frac{a}{\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)}=\frac{2a}{\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)}$,则$\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)$,

$\therefore \sin\frac{\pi}{3}\cos\alpha+\cos\frac{\pi}{3}\sin\alpha=2\left(\sin\frac{\pi}{3}\cos\alpha-\cos\frac{\pi}{3}\sin\alpha\right)$,

即$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha+\frac{1}{2}\sin\alpha=\sqrt{3}\cos\alpha-\sin\alpha$, $\therefore 3\sin\alpha=\sqrt{3}\cos\alpha$,

$\therefore \tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\therefore \alpha=\frac{\pi}{6}$,

$\therefore$三内角分别为$\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}$,它们的比为$1:2:3$.

点评 正弦定理具有把三角形的边角之间的关系进行相互转化的功能,如本例中,利用正弦定理把a与$2a$之间的关系转化为$\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)$,从而顺利地求出了三内角.本例还用到了公式:$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$, $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$, $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

知识点 2 正弦定理的活用

正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$(其中$R$为三角形的外接圆半径)有如下几个变形公式,它们在解题中有着广泛的应用.

(1)$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$, $\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$, $\frac{c}{\sin C}=\frac{a}{\sin A}$;

(2)$a\sin B=b\sin A, c\sin B=b\sin C, c\sin A=a\sin C$;

(3)$a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$;

(4)$\sin A=\frac{a}{2R}, \sin B=\frac{b}{2R}, \sin C=\frac{c}{2R}$;

(5)$a=2R\sin A, b=2R\sin B, c=2R\sin C$.

例 2 在$\triangle ABC$中,求证:$\frac{a^2-b^2}{\cos A+\cos B}+\frac{b^2-c^2}{\cos B+\cos C}+\frac{c^2-a^2}{\cos C+\cos A}=0$.

分析 根据所要求证的等式知,这三个分式中的角与边的关系具有对称性,因此只需将其中之一变形即可.分式中既有角又有边,需要作边与角的转化.

证明 设R为$\triangle ABC$的外接圆半径.

$$\because \frac{a^2-b^2}{\cos A+\cos B}=\frac{(2R\sin A)^2-(2R\sin B)^2}{\cos A+\cos B}$$

$$=\frac{4R^2[(1-\cos^2 A)-(1-\cos^2 B)]}{\cos A+\cos B}=\frac{4R^2(\cos^2 B-\cos^2 A)}{\cos A+\cos B}$$

$$=\frac{4R^2(\cos B-\cos A)(\cos B+\cos A)}{\cos A+\cos B}=4R^2(\cos B-\cos A),$$

同理,$\frac{b^2-c^2}{\cos B+\cos C}=4R^2(\cos C-\cos B)$,$\frac{c^2-a^2}{\cos C+\cos A}=4R^2(\cos A-\cos C)$,

$\therefore$左边$=4R^2(\cos B-\cos A)+4R^2(\cos C-\cos B)+4R^2(\cos A-\cos C)=0$,

故所求证的等式成立.

点评 等号左边是一个关于三角形的三边和三内角的轮换式(具有对称性),解题时应充分利用这一特点.

知识点 3 利用正弦定理解三角形

一般地,我们把三角形的三个角$\angle A$,$\angle B$,$\angle C$和它们的对边a,b,c叫做三角形的元素.已知三角形的几个元素,求其他元素的过程叫做解三角形.

利用正弦定理可解下列两种类型的三角形:

(1)已知两角及一边,求其余两边;

(2)已知两边及其中一边的对角,求另一边.

☑教材典例剖析

P3 例 1 是正弦定理的第一种应用,已知三角形的任意两角与一边,求三角形的另一角和另两边.解题思路:先由三角形的内角和定理求出另一角,然后利用正弦定理求另两边.

P4 例 2 是正弦定理的第二种应用,已知三角形的任意两边与其中一边的对角解三角形,本题的难点在于如何去判断解的个数.解决此类问题常采用的方法:在解题之前,可先根据三角形中大角对大边的性质对已知条件进行分析,判断解的个数,从而优化解题过程.

例3 已知△ABC.

(1)$a=\sqrt{3}$,$b=2$,$\angle B=45°$,求$\angle A$;

(2)$\angle A=30°$,$a=\sqrt{2}$,$b=2$,求$\angle B$;

(3)$a=3$,$b=4$,$\angle A=60°$,求$\angle B$;

(4)$\angle A=30°$,$\angle B=45°$,$a=2$,求c.

分析 利用正弦定理求解.

解答 (1)由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$得$\sin A=\frac{a\sin B}{b}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{4}$,

又$\angle A\in(0,\pi)$,$\therefore\angle A\approx37.76°$或$142.24°$,

而$142.24°+45°>180°$,这与$\angle A+\angle B<180°$矛盾,$\therefore\angle A=37.76°$.

(2)由正弦定理得$\sin B=\frac{b\sin A}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\therefore\angle B=45°$或$135°$.

(3)由正弦定理得$\sin B=\frac{b\sin A}{a}=\frac{2}{\sqrt{3}}>1$,故这样的$\angle B$不存在.

(4)$\because\angle C=180°-(\angle A+\angle B)=105°$,又$\frac{c}{\sin C}=\frac{a}{\sin A}$,

$\therefore c=\frac{a\sin C}{\sin A}=\frac{2\sin 105°}{\sin 30°}=\sqrt{6}+\sqrt{2}$.

点评 利用正弦定理解三角形时,有时不一定有解,那么何时无解?而有解时,有时有一解,有时有两解,那么何时有一解?何时有两解?请同学们思考并总结规律.

◆ 疑难问题辨析

疑难点 在上面的例3中我们看到,已知三角形的两边和其中一边的对角,解此三角形时,有时有两解,有时有一解,有时无解.如果不解三角形,那么能否确定三角形的解的个数呢?

点拨 若已知a,b,$\angle A$,由正弦定理可得$\sin B=\frac{b\sin A}{a}=m$,于是$\sin B$的值可知,利用三角函数知识可求出$\angle B$,求出$\angle B$后,可得$\angle C=\pi-(\angle A+\angle B)$,再利用正弦定理可求出边$c$.现在的问题是:由正弦定理得出的$\sin\angle B=\frac{b\sin A}{a}$的值不一定在$(0,1]$内(如例3(3)),即使$\sin B$的值在$(0,1]$内,根据三角函数知识可知,由$\sin B=m\ (0<m<1)$所得出的$\angle B$在$(0,\pi)$内有两个值,一个是锐角,一个是钝角,但这两个角不一定是三角形的解,因为它们与已知的$\angle A$的和有可能大于或等于$180°$.当$\sin B=m=1$时,$\angle B=\frac{\pi}{2}$,但此时$\angle A+\angle B$可能不在$(0,\pi)$内.由此可知,不解三角形而直接判定三角形的解的个数的程序如下:(1)先判定m的值是否在