与[illegible]版义务教育课程标准实验教科书配套

天生我材 TIANSHENGWOCAI

名师导练

数学

九年级
上册

总 策 划　张鹏涛
总 主 编　程小恒
本册主编　程小恒
　　　　　刘辉银

个性化辅导
快速提高成绩
人人成为优等生

大象出版社

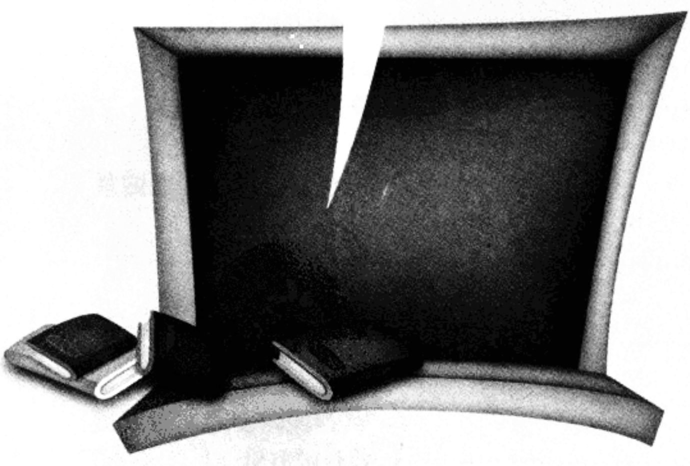
与北师大版义务教育课程标准实验教科书配套

名师导练

数学

九年级
上册

总 策 划　张鹏涛
总 主 编　程小恒
本册主编　刘辉银



大象出版社

“名师导练”丛书编委会

目 录

第六章 频率与概率

第一章

证明(二)

1　你能证明它们吗

名师开小灶

【例1】如图1－1,已知 $BE\perp AD$,$CF\perp AD$,且 $BE=CF$,请判断 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线还是角平分线,并说明你的理由.

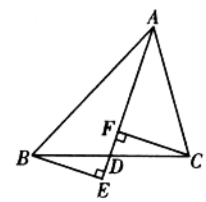


图1－1

【点拨】这是一道结论开放性试题,其目的是经过观察、归纳等合情推理后用演绎推理进行论证,反映了合情推理与演绎推理之间的相互关系,同时也考查了几何探究的方法.要判断 AD 是中线还是角平分线,首先通过观察,确定 D 为 BC 的中点,然后再根据 $\triangle CFD\cong\triangle BED$ 进行推理论证.

【解答】AD 是 $\triangle ABC$ 的中线.

方法一:$\because$　$BE\perp AD$,$CF\perp AD$(已知),

$\therefore$　$\angle CFD=\angle BED=90^\circ$(垂直定义).

在 $\triangle CFD$ 和 $\triangle BED$ 中,

$$\begin{cases}\angle CFD=\angle BED(\text{已证}),\\ \angle BDE=\angle CDF(\text{对顶角相等}),\\ BE=CF(\text{已知}),\end{cases}$$

$\therefore$　$\triangle CFD\cong\triangle BED$(AAS).

$\therefore$　$BD=CD$(全等三角形对应边相等).

$\therefore$　AD 是 $\triangle ABC$ 的中线(中线定义).

方法二:$\because$　$BE\perp AD$,$CF\perp AD$,$BE=CF$(已知),

$\therefore$　$S_{\triangle ADB}=S_{\triangle CAD}$(同底等高的两个三角形面积相等).

又$\because$　$\triangle ADB$ 和 $\triangle CAD$ 的边 BD、CD 上的高相等,

$\therefore$　$BD=CD$.

【方法规律】证明线段相等的方法很多,若所证线段与高有关,通常可以选用面积法,由面积相等得高或底相等;由高、底相等,可得面积相等.

【例2】如图1－2,在 $\triangle ABC$ 中,$\angle C=2\angle B$,AD 是角平分线,求证:$AB=AC+DC$.

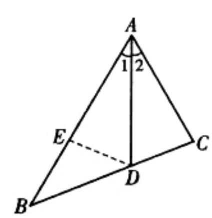


图1－2

【点拨】证明一条线段等于另两条线段的和、差,常用的方法是"截长补短",即把长线段分成两部分,使其中一部分与一较短线段相等,再证余下的部分等于另一条短线段;或者把短线段延长使它等于长线段,证明延长的部分与另一短线段相等.

【证明】方法一:在 AB 上截取 AE,使 $AE=AC$.

$\because$　$\angle 1=\angle 2$,AD 是公共边(已知),

∴　$\triangle AED \cong \triangle ACD$(SAS).

∴　$\angle C = \angle AED, DE = DC$(全等三角形对应边、对应角相等).

又∵　$\angle C = 2\angle B$(已知),

∴　$\angle AED = 2\angle B$.

又∵　$\angle AED = \angle B + \angle EDB$(三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角和),

∴　$\angle B = \angle EDB$.

∴　$BE = DE$(等角对等边).

∴　$BE = DC$(等量代换).

∴　$AB = AC + DC$.

方法二:延长 AC 到 M,使 $AM = AB$,连接 DM,具体证明可以自己试着完成.

【方法规律】当有角平分线时,常常沿角平分线对折图形构造全等三角形.

实战演练场

■夯实基础

知识点 1:全等三角形

1. 下列说法正确的是　　【　　】

A. 有两边和其中一边的对角对应相等的两个三角形全等

B. 有两边对应相等,且有一个角为 30°的两个等腰三角形全等

C. 有一角和一边对应相等的两个直角三角形全等

D. 有两角和一边对应相等的两个三角形全等

2. 如图 1-3,点 D 在 AB 上,点 E 在 AC 上,$\angle B = \angle C$,那么添加一个下列条件后,仍无法判断$\triangle ABE \cong \triangle ACD$ 的是　　【　　】

A. $AD = AE$　　B. $\angle AEB = \angle ADC$　　C. $BE = CD$　　D. $AB = AC$

3. 如图 1-4,在等腰梯形 $ABCD$ 中,$AD /\!/ BC$,AC、BD 相交于点 O,则图中全等的三角形共有【　　】

A. 1 对　　B. 2 对　　C. 3 对　　D. 4 对

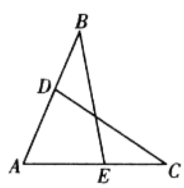


图 1-3

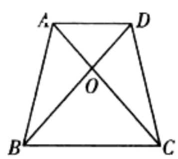


图 1-4

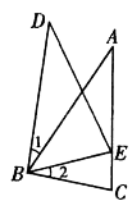


图 1-5

4. 如图 1-5,$AB = DB$,$\angle 1 = \angle 2$,请添加一个适当的条件,使$\triangle ABC \cong \triangle DBE$,则需添加的条件是________.

5. 如图 1-6,已知 $AE = AD$,$\angle B = \angle C = 50°$,若$\angle CEB = 110°$,$AB = 7$,则$\angle ADB =$ ________,$AC =$ ________.

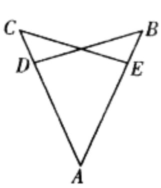


图 1-6

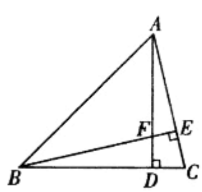


图 1-7

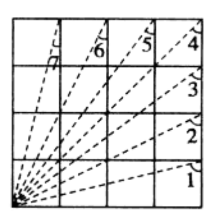


图 1-8

6. 如图 1－7，在$\triangle ABC$中，$AD\perp BC$于D，$BE\perp AC$于E，AD与BE相交于点F，若$BF=AC$，则$\angle ABC=$________.

7. 在图 1－8 所示的网格中（4×4 的正方形），$\angle1+\angle2+\angle3+\angle4+\angle5+\angle6+\angle7=$________.

知识点 2：等腰三角形

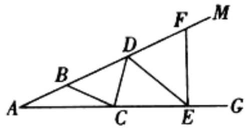


图 1－9

8. 如图 1－9，B、D、F在AM上，C、E在AG上，且$AB=BC=CD$，$EC=ED=EF$，若$\angle A=25°$，则$\angle FED=$________.

9. 等腰三角形有一个角是 50°，则其他两个角的度数是________.

10. 如图 1－10，在$\triangle ABC$中，$AB=AC=5$，D是BC上的点，$DE\parallel AB$交AC于点E，$DF\parallel AC$交AB于点F，那么四边形$AFDE$的周长是　【　　】

A. 5　　B. 10　　C. 15　　D. 20

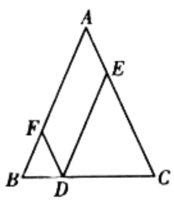


图 1－10

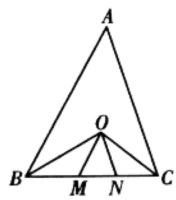


图 1－11

11. 如图 1－11，在$\triangle ABC$中，BO、CO分别平分$\angle ABC$、$\angle ACB$，若$OM\parallel AB$，$ON\parallel AC$，且$AB=8$，$BC=6$，则$\triangle OMN$的周长是　【　　】

A. 8　　B. 6　　C. 7　　D. 不能确定

12. 等腰三角形一腰上的高等于这腰的一半，则顶角的度数为　【　　】

A. 30°　　B. 60°　　C. 30°或 150°　　D. 60°或 120°

13. 在平面直角坐标系中，已知$A(2,-2)$，在y轴上确定点P，使$\triangle AOP$为等腰三角形，则符合条件的点P有　【　　】

A. 2 个　　B. 3 个　　C. 4 个　　D. 5 个

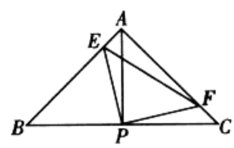


图 1－12

14. 如图 1－12，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle BAC=90°$，P是BC的中点，E、F分别是AB、AC上的动点，且$PE\perp PF$，在运动过程中，下列结论：①$AE=CF$；②$\triangle EPF$是等腰直角三角形；③$S_{四边形AEPF}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$；④$EF=AP$. 其中一定成立的是　【　　】

A. ①②　　B. ②③　　C. ③④　　D. ①②③

15. 用反证法证明：等腰三角形底角的外角一定大于 90°.

■提高能力

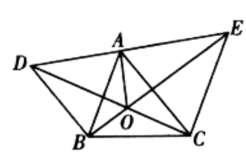


图 1－13

16. 如图 1－13，以$\triangle ABC$的边AB、AC为边向外作等边$\triangle ABD$和等边$\triangle ACE$，连接BE、CD交于点O.

(1) 求证：$DC=BE$；

(2)连接 OA,判断 OA 是否平分 $\angle DOE$,并说明理由.

17. 如图 1 - 14,已知 $\triangle ABC$ 中,$\angle BAC = 90°$,$AB = AC$,直线 l 是过点 A 的任一直线,分别过 B、C 点画 l 的垂线,垂足为 E、F.

(1)求证:$BE + CF = EF$;

(2)当 l 绕 A 点旋转任意位置时,其他条件不变,试问(1)中的结论会变吗?若变请画出图形并直接写出结论(不用证明);若不变请证明.

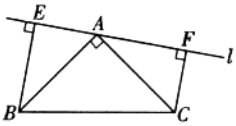


图 1 - 14

18. 如图 1 - 15,梯形 $ABCD$ 中,$AD \parallel BC$,AO 平分 $\angle BAD$,BO 平分 $\angle ABC$.

(1)下列结论:①O 为 DC 中点,②$AB = AD + BC$;③$S_{梯形ABCD} = 2S_{\triangle AOB}$,其中正确的结论是________.

(2)请从(1)中正确的结论中任选一个加以证明.

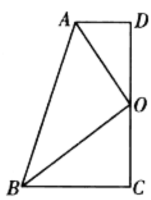


图 1 - 15

2 直角三角形

名师开小灶

【例 1】如图 1 - 16,在梯形 $ABCD$ 中,$AD \parallel BC$,对角线 $AC \perp BD$,且 $AC = 12$,$BD = 9$,求 $AD + BC$ 的长.

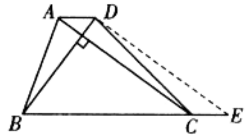


图 1 - 16

【点拨】因为线段 AC、BD 不在同一三角形中,所以必须通过平移,把 BD、AC 转化成三角形的边,同时把 $AD + BC$ 也转化为 BE.

【解答】过 D 点作 $DE \parallel AC$,交 BC 的延长线于点 E.

$\because$ $AD \parallel BC$(已知),

$\therefore$ 四边形 $ACED$ 是平行四边形(两组对边分别平行的四边形是平行四边形).

$\therefore$ $AD = CE$(平行四边形对边相等).

$\therefore$ $AD + BC = BE$.

又∵　$AC \perp BD$(已知),

∴　$\angle BDE = 90°$. ∴　$AD + BC = BE = \sqrt{AC^2 + BD^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$.

【方法规律】当题目中出现了勾股弦数时,一般应构造直角三角形,平移梯形的对角线就是一个重要方法.

【例2】如图 1 - 17,C、F 是 BE 上的两点,$BC = EF$,$BD = AE$,$AE \perp AC$,$BD \perp DF$. 求证:$\angle B = \angle E$,$AC /\!/ DF$.

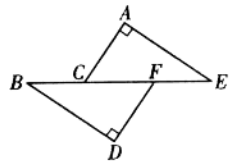


图 1 - 17

【点拨】由于$\angle B$、$\angle E$ 是两个直角三角形的角,所以应首先考虑斜边直角边定理.

【证明】∵　$BC = EF$,

∴　$BC + FC = EF + FC$,即 $BF = EC$.

又∵　$\angle A = \angle D = 90°$,$BD = AE$(已知),

∴　$\text{Rt}\triangle BDF \cong \text{Rt}\triangle EAC$(HL).

∴　$\angle B = \angle E$,$\angle DFB = \angle ACF$(全等三角形对应角相等).

∴　$AC /\!/ DF$(内错角相等,两直线平行).

【方法规律】要判断两个直角三角形全等,首先考虑斜边直角边定理(HL),若不行,再考虑一般三角形全等的判定方法,在运用斜边直角边定理时,对应相等的边中有一组是斜边.

实战演练场

■夯实基础

知识点 1:勾股定理与逆定理

1. 如图 1 - 18,$AB + BC =$ ________(每个小正方形的边长为 1).

2. 如图 1 - 19,在$\triangle ABC$ 中,$\angle ACB = 90°$,以$\triangle ABC$ 的各边为边在$\triangle ABC$ 外作三个正方形,S_1,S_2,S_3 分别表示这三个正方形的面积,$S_1 = 81$,$S_2 = 225$,则 $S_3 =$ ________.

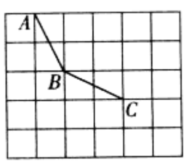


图 1 - 18

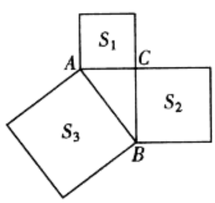


图 1 - 19

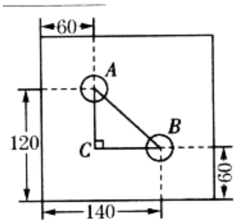


图 1 - 20

3. 图 1 - 20 是一个外轮廓为矩形的机器零件平面示意图,根据图中标出的尺寸(单位:mm),计算两圆孔中心 A 和 B 的距离为________.

4. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,$\angle C = 90°$,若 $AC = 6$,$BC = 8$,则 $AB =$ ________,AB 边上的高 $CH =$ ________.

5. 已知直角三角形两边的长分别为 3 和 4,则第三边的长为　【　　】

A. 5　　B. 3　　C. 4　　D. 5 或$\sqrt{7}$

6. 在$\triangle ABC$ 中,a、b、c 分别是$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边,满足下列选项条件,但不是直角三角形的是　【　　】

A. $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$　　B. $a : b : c = 1 : 2 : 3$

C. $a : b : c = 3 : 4 : 5$　　D. $\angle A + \angle B = \angle C$

7. 平地上有两棵树（如图 1－21），一棵高 8 米，另一棵高 2 米，两树相距 8 米，一只小鸟从一棵树的树梢飞到另一棵树的树梢，至少飞了 【　　】

A. 8 米　　B. 10 米　　C. 6 米　　D. 无法确定

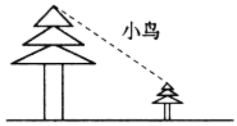


图 1－21

8. 若$\triangle ABC$的三边长 a、b、c 满足 $a^2+b^2+c^2+200=12a+16b+20c$，试判断$\triangle ABC$的形状.

知识点 2：逆命题与逆定理

9. 命题“等边三角形的每个角都是60°的逆命题是____________________，它是一个________（填“真”或“假”）命题.

10. 以下命题的逆命题为真命题的是 【　　】

A. 若 $a=b$，则 $|a|=|b|$　　B. 若 $a=b$，则 $\sqrt{a}=\sqrt{b}$

C. 邻补角的和为 180°　　D. 全等三角形的面积相等

11. 下列定理中，没有逆定理的是 【　　】

A. 两边相等的三角形是等腰三角形　　B. 全等三角形对应边相等

C. 内错角相等，两直线平行　　D. 全等三角形对应角相等

12. 已知定理：“直角三角形斜边中线等于斜边一半.”

(1) 写出这个定理的逆命题；

(2) 这个命题是真命题还是假命题？若是真命题请证明，若是假命题请举一反例说明.

知识点 3：直角三角形

13. 在$\triangle ABC$中，$AB=15$，$AC=13$，高 $AD=12$，则$\triangle ABC$的周长为 【　　】

A. 42　　B. 32　　C. 42 或 32　　D. 37 或 33

14. 如图 1－22，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，AD 平分$\angle CAB$，点 D 恰好在 AB 的垂直平分线上，下列说法不正确的是 【　　】

A. $AC=\frac{1}{2}AB$　　B. $S_{\triangle ACD}=\frac{1}{3}S_{\triangle ACB}$

C. 点 D 是 BC 的一个三等分点　　D. $\angle CAB=30°$

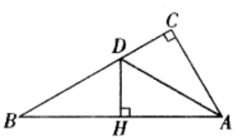


图 1－22

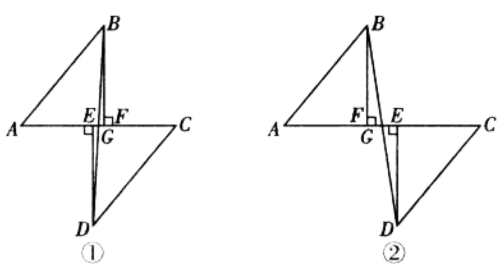


图 1－23

15. 如图 1－23①，A、E、F、C 在一条直线上，$AE=CF$，过 E、F 分别作 $DE\perp AC$，$BF\perp AC$.

(1)若 $AB=CD$，求证：BD 平分 EF；

(2)若将$\triangle DEC$ 的边 EC 沿 AC 方向移动变成图 1－23②时，其余条件不变，上述结论是否成立？请说明理由.

■**提高能力**

16. 如图 1－24，$\triangle ABC$ 和$\triangle ECD$ 都是等腰直角三角形，$\angle ACB=\angle DCE=90°$，$D$ 为 AB 边上一点.

(1)求证：$\triangle ACE\cong\triangle BCD$；

(2)若 $AD=1$，$DB=2$，求 ED 的长.

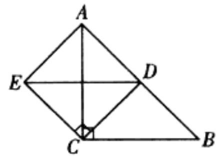


图 1－24

17. 如图 1－25，$\triangle ABC$ 的三边分别为 $AC=15$，$BC=20$，$AB=25$，将$\triangle ACD$ 沿 AD 折叠，使 AC 落在 AB 上，求折叠后重合部分的面积.

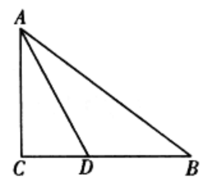


图 1－25

18. 如图 1－26，P 是等边三角形 ABC 内一点，$AP=4$，$BP=3$，$CP=5$，求$\angle APB$ 的度数.

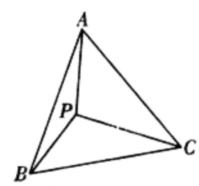


图 1－26

3 线段的垂直平分线

名师开小灶

【**例 1**】如图 1－27，在$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle BAC=120°$，AC 的垂直平分线交 BC 于 F，垂足为 E，求证：$BF=2FC$.

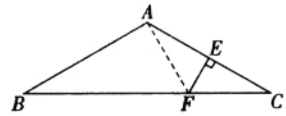


图 1－27

【**点拨**】因为 EF 是 AC 的垂直平分线，连接 AF，可得 $AF=FC$.

所以$\angle FAC=\angle C=30°$. 所以$\angle BAF=90°$. 根据直角三角形中$30°$的角所对的直角边等于斜边的一半，即可证$BF=2AF$，再运用等量代换，可证结论成立.

【证明】连接AF.

$\because$ EF是AC的垂直平分线，

$\therefore$ $AF=FC$（垂直平分线上的点到线段两端距离相等）.

又$\because$ $\angle BAC=120°$，$AB=AC$，

$\therefore$ $\angle C=\angle B=30°$（等边对等角）.

$\therefore$ $\angle FAC=30°$（等边对等角）.

$\therefore$ $\angle BAF=90°$.

$\therefore$ $BF=2AF$（直角三角形中$30°$的角所对的直角边等于斜边一半）.

$\therefore$ $BF=2FC$.

【方法规律】若EF是AC的垂直平分线，可由定理直接得$AF=FC$，不需再证$\triangle AEF\cong\triangle CEF$. 另一方面，连接$AF$构造线段垂直平分线定理所涵盖的图形（即补全图形）是解决类似问题的常用方法.

【例2】如图1－28，A、B、C是新建的三个居民小区，计划在三个小区之间建一所学校，要求学校到三个小区的距离相等，请通过作图确定学校的位置.

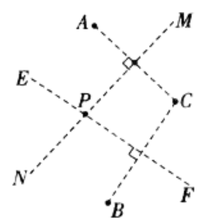


图1－28

【点拨】根据三角形三边垂直平分线交点的性质可知，学校的位置应在$\triangle ABC$三边的垂直平分线的交点处，又因为两条直线有且只有一个交点，所以我们只需作两边的垂直平分线即可找到学校的位置.

【作法】（1）连接AC、BC.

（2）分别作AC、BC的垂直平分线MN、EF，且相交于P点. 所以P点即为学校的位置.

【方法规律】确定三角形的外心一般来说只需作三角形两边的垂直平分线，因为两条直线相交有且只有一个交点.

实战演练场

■夯实基础

知识点1：线段垂直平分线的性质定理

1. 如图1－29，$\angle C=90°$，DE垂直平分AB，且AD平分$\angle BAC$，则$\angle B$＝________.

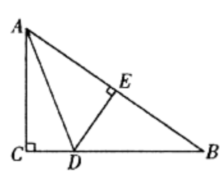


图1－29

2. 在$\triangle ABC$中，AB边的垂直平分线交AC于E，若$\triangle ABC$和$\triangle BEC$的周长分别是24和14，则$AB=$________.

3. 如图1－30，$\angle BAC=130°$，MP、NQ分别是AB、AC的垂直平分线，则$\angle PAQ=$________.

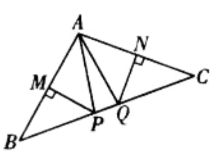


图1－30

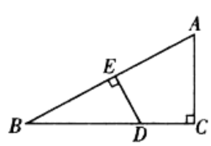


图1－31

4. 如图1－31，在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$\angle B=15°$，AB的垂直平分线交BC于D，交AB于E，

若 $BD = 10\text{cm}$,则 $AC =$ ________.

5. 已知 MN 是线段 AB 的垂直平分线,下列说法正确的是　　【　　】

A. 若 C 是 AB 上一点,则 $CM = CN$　　B. 若 C 是 MN 上一点,则 $CA = CB$

C. AB 是 MN 的垂直平分线　　D. 若 $CA = CB$,则点 C 一定不在线段 AB 上

6. 已知点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 的垂直平分线上,且 $AD + DC = AC$,若 $AC = 5\text{cm}$,$BC = 4\text{cm}$,则 $\triangle BDC$ 的周长是　　【　　】

A. 6cm　　B. 7cm　　C. 8cm　　D. 9cm

7. 如图 1－32,Rt$\triangle ABC$ 的斜边 AB 的中点是 E,$ED \perp AB$,且 $\angle CAD : \angle BAD = 1:7$,则 $\angle BAC$ 的度数为　　【　　】

A. 70°　　B. 48°　　C. 45°　　D. 60°

8. 如图 1－33,在 $\triangle ABC$ 中,$AB = AC$,AB 的垂直平分线 DE 交 BC 的延长线于 E,交 AC 于 F,若 $\angle A = 50°$,$AB = 7$,$BC = 6$,则 $\triangle BCF$ 的周长和 $\angle DEB$ 的度数分别为　　【　　】

A. 13cm,25°　　B. 8cm,50°　　C. 13cm,50°　　D. 8cm,40°

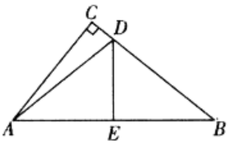


图 1－32

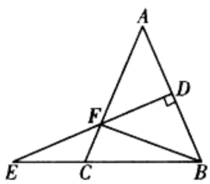


图 1－33

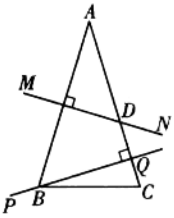


图 1－34

9. 如图 1－34,在 $\triangle ABC$ 中,$AB = AC$,AB 的垂直平分线 MN 交 AC 于 D,CD 的垂直平分线 PQ 恰经过点 B,求 $\angle A$ 的度数.

知识点 2:线段垂直平分线的判定

10. 如图 1－35,$AC = AD$,$BC = BD$,下列说法正确的为　　【　　】

A. CD 垂直平分 AB　　B. AB 垂直平分 CD

C. CD 与 AB 互相垂直平分　　D. 以上说法都正确

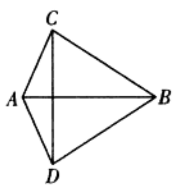


图 1－35

11. 在等边 $\triangle ABC$ 所在的平面内存在点 P,使 $\triangle PAB$、$\triangle PBC$、$\triangle PCA$ 都组成等腰三角形,则这样的点有　　【　　】

A. 7 个　　B. 8 个　　C. 9 个　　D. 10 个

12. 如图 1－36,在 $\triangle ABC$ 中,$\angle C = 90°$,$\angle A = 30°$,BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于 D,求证:D 在 AB 的垂直平分线上.

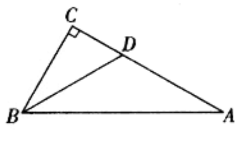


图 1－36

知识点3:三角形三边垂直平分线的交点

13. 若△*ABC* 中有两边的垂直平分线的交点恰好在第三边上,则△*ABC* 必为 【　　】

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形　　C. 等腰三角形　　D. 等边三角形

14. 在△*ABC* 中,$\angle BAC=80°$,*P* 是三边垂直平分线的交点,则$\angle BPC$的度数等于 【　　】

A. 80°　　B. 100°　　C. 120°　　D. 160°

知识点4:基本作图

15. 关于作线段 *AB* 的垂直平分线,小明、小英、小红用了三种不同的方法.

小明的方法(如图1-37①):

(1)取 *AB* 中点 *O*;

(2)用三角板过 *O* 点作垂线.

小英的方法(如图1-37②):

(1)分别以 *A*、*B* 为圆心,以大于$\frac{1}{2}AB$的长为半径画弧,两弧相交于点 *C*、*D*;

(2)作直线 *CD*.

小红的方法(如图1-37③):

(1)分别以 *A*、*B* 为圆心,以 *AC* 为半径画弧交于 *C*;

(2)分别以 *A*、*B* 为圆心,以 *AD* 为半径画弧交于 *D*;

(3)作直线 *CD*.

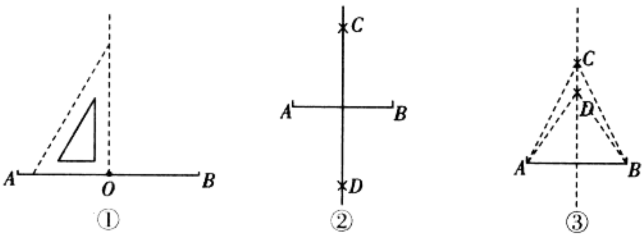


图1-37

阅读以上内容,请回答:

(1)三种方法,谁的作法有错误?并说明理由;

(2)小红的方法正确吗?请证明.

■提高能力

16. 如图1-38,四边形 *ABCD* 中,$AD\parallel BC$,$\angle A=90°$,$\angle D=135°$,*CD* 的垂直平分线交 *BC* 于 *E*,交 *AB* 的延长线于 *F*,垂足为 *H*,图中与线段 *AD* 相等的有哪些?并说明理由.

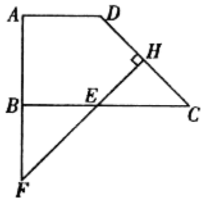


图1-38

17. 如图1-39,在$\triangle ABC$中,$AB>AC$,AD为$\angle BAC$的平分线,作$DE/\!/AC$交AB于E,$DF/\!/AB$交AC于F,EF与BC的延长线相交于G点.

(1)求证:EG为AD的垂直平分线;

(2)求证:$\angle ACG=\angle BAG$.

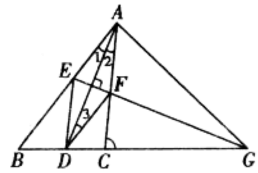


图1-39

18. 现有一张矩形纸片$ABCD$(如图1-40),其中$AB=4\text{cm}$,$BC=6\text{cm}$,点E是BC的中点,实施操作:将纸片沿直线AE折叠,使点B落在梯形$AECD$内,记为点B'.

(1)请用尺规,在图中作出$\triangle AEB'$(保留作图痕迹);

(2)试求B'、C两点之间的距离.

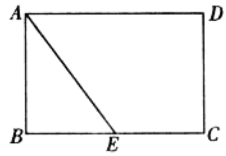


图1-40

4　角平分线

名师开小灶

【例1】如图1-41,已知$CE\perp AB$于点E,$BD\perp AC$于点D,BD、CE交于点O,且AO平分$\angle BAC$,求证:$OB=OC$.

【点拨】$\because$　点O在$\angle BAC$的平分线上,且$OD\perp AC$,$OE\perp AB$,$\therefore$　$DO=EO$.运用角边角可证$\triangle CDO\cong\triangle BEO$.

【证明】$\because$　AO平分$\angle CAB$,$OD\perp AC$,$OE\perp AB$,

$\therefore$　$DO=OE$(角平分线上一点到角两边的距离相等).

又$\because$　$\angle DOC=\angle EOB$(对顶角相等),

$\therefore$　$\triangle CDO\cong\triangle BEO$(ASA).

$\therefore$　$OB=OC$(全等三角形对应边相等).

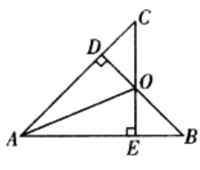


图1-41

【方法规律】有角的平分线,且有角平分线上点到角两边距离时,运用角平分线的性质要简捷,在本例中不需再证$\triangle ADO\cong\triangle AEO$.

【例2】如图1-42,BD是$\angle ABC$的平分线,$DE\perp AB$于E,$S_{\triangle ABC}=36\text{cm}^2$,$AB=18\text{cm}$,$BC=12\text{cm}$,求$DE$的长.

【点拨】因为BD平分$\angle ABC$,且$DE\perp AB$,可过D作$DF\perp BC$,运用角平分线的性质定理求解.

【解答】过D作$DF\perp BC$,垂足为F.

$\because$　BD平分$\angle ABC$,$DE\perp AB$,

$\therefore$　$DE=DF$(角平分线上一点到角两边距离相等).

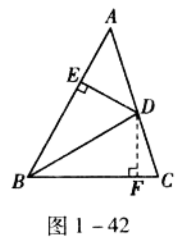


图1-42

又∵ $S_{\triangle ABC}=36\text{cm}^2, AB=18\text{cm}, BC=12\text{cm}$,

∴ $\frac{1}{2}AB\times DE+\frac{1}{2}BC\times DF=36$.

∴ $\frac{1}{2}\times 18\cdot DE+\frac{1}{2}\times 12\cdot DE=36$.

∴ $DE=\frac{12}{5}\text{cm}$.

实战演练场

■夯实基础

知识点1:角平分线的性质定理

1. 在$\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,$BC=16\text{cm}$,$\angle A$的平分线AD交BC于D,且$CD:DB=3:5$,则D到AB的距离为________.

2. 已知点P在$\angle AOB$的平分线上,$\angle AOB=60°$,$OP=10\text{cm}$,则点P到OA的距离为________.

3. 如图1-43,已知$\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,$AC=BC$,AD平分$\angle CAB$交BC于D,$DE\perp AB$于E,$AB=6\text{cm}$,则$\triangle DEB$的周长为________.

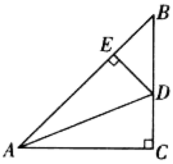


图1-43

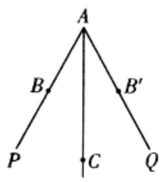


图1-44

4. 已知AC平分$\angle PAQ$,如图1-44,点B、B'分别是AP、AQ上的点,如果添加一个条件,可推出$AB=AB'$,那么该条件不可能是 【　　】

A. $BB'\perp AC$　　B. $BC=B'C$　　C. $\angle ACB=\angle ACB'$　　D. $\angle ABC=\angle AB'C$

5. 如图1-45,$\angle C=90°$,AD是$\angle BAC$的平分线,若$BD=2CD$,则$\angle B$的度数为 【　　】

A. 20°　　B. 30°　　C. 40°　　D. 60°

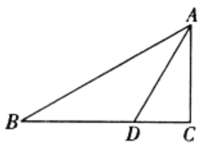


图1-45

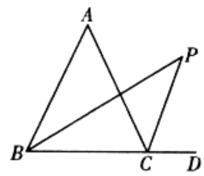


图1-46

6. 如图1-46,$\angle A=60°$,BP、CP分别是$\angle ABC$、$\angle ACD$的平分线,则$\angle P$的度数为 【　　】

A. 20°　　B. 30°　　C. 40°　　D. 60°

7. 如图1-47,在$\text{Rt}\triangle ABC$中,$\angle BAC=90°$,$AD\perp BC$于D,$\angle BCA$的平分线CE交AB于E,交AD于F,求证:$AE=AF$.

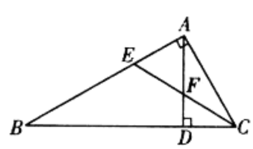


图1-47