

大学物理实验

DAXUE WULI SHIYAN DAXUE WULI SHIYAN DAXUE WULI SHIYAN DAXUE WULI SHIYAN

■ 施 卫 吕景林 杨党强 编著

西安地图出版社

前 言

本书是按照高等学校物理实验课程教学的基本要求,结合西安理工大学多年来开设工科物理实验课的教学实践,特别是近几年教学改革和课程建设的实践经验,也考虑到一般工科院校专业设置的特点和实验室仪器设备现状编写而成的。它包括力学、热学、电磁学、光学、近代物理、综合设计与现代物理技术应用和计算机在物理实验中的应用等具体实验 42 个。

物理实验是工科院校学生进行科学实验基本训练的一门必修课,也是学生进入大学后最先接触到的实践环节,物理实验课成为学生系统地学习实验知识、实验方法和实验技能的开端。西安理工大学历来重视实践性教学环节,十几年来为提高物理实验课的教学质量,在教学内容、教学方法各方面进行了一系列的探索与改革。本教材就是为了配合开放式教学和培养学生综合实验技能的系列改革措施而编写的,目的在于使物理实验课在培养学生动手能力、设计能力、独立思考能力以及创新意识方面有一个新的提高。

本书对所有实验选题都作了精心筛选,既保留了经长期教学实践证明对培养学生实验能力行之有效的典型实验,又增加了近代科技中最有代表性的实验如现代物理技术应用实验和计算机应用实验。在实验内容上体现综合性和独特性。在一些实验后编写了引伸扩展内容,不少实验还介绍了具有一定应用价值的实例。在内容编排上,循序渐进,联系实际,便于自学,引导思考。书中的名词、术语、概念、误差公式均采用或参照最新国际通用的定义或形式。各种数据选用最新发表的资料,真实可靠。

本书共分八章。第一章在数据处理及测量误差中,适当引入了不确定度的概念,以适应发展需要。第二章至第五章分别为力学和热学、电磁学、光学、近代物理

等基础实验,选题有较大更新,内容体现综合性。第六章是综合设计与现代物理应用技术实验,选编了有应用价值又较容易实现的内容。第七章是计算机在物理实验中的应用,包括用微机采集、数据处理、控制实验过程等。书末的附录和附表列出了本书涉及的常用实验仪器、仪表设备和有关物理常数以及物理实验课学生手册,以便读者查阅参考。

实验教学是一项集体的事业,本书凝聚了应用物理系多年来所有从事物理实验教学的教师和技术人员的智慧和劳动成果。是应用物理系全体同仁在长期教学实践中不断探索、充实和完善的结晶。他们无私奉献的精神永远不会被忘记。

本书由施卫、吕景林、杨党强主编。施卫编写第二章实验 1—实验 3、第四章实验 19—实验 25、第五章实验 26—实验 32、第六章实验 33—实验 39;吕景林编写绪论、第一章和第三章实验 8—实验 18;杨党强编写第二章实验 4—实验 7、第七章实验 40—实验 42、附录及第二章、第三章、第四章有关实验仪器介绍部分。全书由施卫统稿。本书在编写过程中,得到不少校内外同仁的帮助,借鉴和参阅了兄弟院校的有关教材和经验,特此深表谢意!由于编者水平有限,编写时间仓促,错误、疏漏之处恳请斧正!

对关心、支持本书编写的所有同仁表示衷心的感谢!

编者

2000 年元月

目 录

绪 论	(1)
第一章 数据处理及测量误差	(4)
1.1 测量方法及单位	(4)
1.2 有效数字及其运算	(5)
1.3 测量误差	(8)
1.4 随机误差的估算及测量结果的正确表达	(10)
1.5 测量结果的不确定度表达	(20)
1.6 实验数据处理的基本方法	(27)
第二章 力学和热学	(40)
2.1 长度测量器具	(40)
2.2 计时器	(45)
2.3 质量测量仪器	(47)
2.4 温度测量仪器	(49)
2.5 气压计和湿度计	(52)
实验 1 力学基本测量仪器的使用及弹性模量测定	(53)
实验 2 落球法测定液体的粘滞系数	(60)
实验 3 液体表面张力系数的测定	(63)
实验 4 用混合法测固体比热容	(67)
实验 5 转动惯量的测定	(70)
实验 6 弦振动的研究	(74)
实验 7 空气中的声速	(78)
第三章 电磁学	(82)
3.1 电磁学实验基本知识	(82)
3.2 标准电池	(89)
3.3 标准电阻	(89)
3.4 真空管毫伏表	(90)
3.5 指针式检流计	(90)
3.6 直流复射式电流计	(91)
3.7 直流电位差计	(92)
3.8 直流电阻电桥	(94)
3.9 XD22 型低频信号发生器	(97)
实验 8 线性和非线性电学元件伏安特性的测量	(98)
实验 9 用惠斯登电桥测电阻	(103)
实验 10 用开尔文电桥测低电阻	(111)
实验 11 用冲击电流计测高电阻	(115)
实验 12 直流电位差计原理及其应用	(120)

实验 13	灵敏电流计特性的研究	(128)
实验 14	用电流场模拟静电场	(135)
实验 15	霍尔效应法测磁场	(141)
实验 16	用冲击法测螺线管磁场	(147)
实验 17	电子示波器的原理和应用	(151)
实验 18	用磁聚焦法测定电子荷质比	(162)
第四章	光学	(168)
4.1	光学仪器的基本知识	(168)
4.2	眼睛光学	(169)
4.3	光具座与共轴调整	(170)
4.4	常用光源	(171)
4.5	分光计	(173)
4.6	滤光片	(173)
实验 19	薄透镜的成像规律	(174)
实验 20	用分光计测量棱镜玻璃的折射率	(178)
实验 21	等厚干涉	(182)
实验 22	单缝衍射的光强分布	(186)
实验 23	用光栅测量光波波长	(189)
实验 24	偏振光的观测	(194)
实验 25	频闪照相技术及应用	(197)
第五章	近代物理	(200)
实验 26	光学全息照相	(200)
实验 27	密立根油滴实验	(203)
实验 28	弗兰克——赫兹实验	(207)
实验 29	声光效应及其应用	(210)
实验 30	氢原子光谱	(212)
实验 31	迈克尔逊干涉仪的调整与使用	(214)
实验 32	光电效应及光纤信息传输技术	(219)
第六章	综合设计与现代物理应用	(227)
实验 33	光学滤光片特性参数测定	(227)
实验 34	激光多普勒效应	(228)
实验 35	利用红外技术检测水份含量	(231)
实验 36	He - Ne 放电管荧光光谱及增益特性分析	(234)
实验 37	用多种方法测定溶液浓度	(237)
实验 38	万用电表的设计	(239)
实验 39	硅光电池特性的研究	(242)
第七章	计算机在物理实验中的应用	(245)
实验 40	用计算机处理实验数据	(246)
实验 41	用微机研究 RC 串联电路暂态过程	(251)
实验 42	计算机在温度检测系统中的应用	(254)
附 录		(257)

绪 论

科学实验的地位及作用

人类漫长的文明史,是人们认识自然、开发自然、改造自然的历史,其实践活动不外乎两种,一种是科学实验,一种是生产实践。所谓科学实验,是指人们按照一定的研究目的,借助特定的仪器设备,人为地模拟或控制自然现象,突出主要因素,对自然事物和现象进行反复地观察和精密测试,以探索其内部规律性的活动。

显然,科学实验的探索活动是人们认识客观世界,改造客观世界的第一步,是工程技术的基础,因此许多现代化的企业都建有自己的研究实验室,以利于直接将新的实验规律应用于生产中,改进和开发新产品。同时,科学实验又是科学理论的依据,一个新规律的发现将导致新理论的产生,而一个新的理论要靠实验来验证并反过来指导新实验,理论和实验的这种相互依存、相互促进的关系正是推动科学事业发展的根本动力。

可见,做为一个科技工作者,无论是从事理论研究还是工程技术研究,都必须具备相当水平的科学实验能力,也即具备能够通过观察现象或透过诸量间的数值关系,揭示事物内部规律性的能力。只有这样,才能够突破感观的限制,将视野扩展到微观和宏观,才能够有所建树,有所创新。也正因此,大学教育的任务,不仅仅要求学生通过理论课掌握已有识知,还要安排一系列的实践性课程,以培养学生探索未知的能力,这是一条由已知通向未知的必经之路。

物理实验的地位及作用

物理学就其本质来说,是一门实验科学。物理学中每一个概念的提出,每一个定律的发现,每一个理论的建立,都以严格的实验事实为基础,并要接受实验的进一步检验,任何经不起实验检验的理论都终将被屏弃。例如,原子核模型的提出,源于 α 粒子的散射规律;电磁感应定律,基于对电磁感应现象规律的总结;赫兹的电磁波实验,使麦克斯韦的电磁场理论得以普遍承认;而迈克尔逊——莫雷实验,则否定了以太的存在和绝对空间的存在,进而导致狭义相对论的诞生。总之,在物理学的整个发展过程中,理论研究和实验研究是相辅相成的两个方面,理论指导实验,实验丰富理论,故感性地深入地理解实验原理和内容,是透彻掌握理论知识的必要辅助手段。

如前所述,大学学习期间有一系列的实践性课程,物理实验课就是这一系列实践性课程的开端。由于在长期的物理实验研究中,人们积累了丰富的实验方法,创造出各种精密巧妙的仪器,从而使得物理实验课有了充实的教学内容,通过物理实验课,可以学到许多基本实验方法和实验技能,观察到各种生动的自然现象,为今后的学习和工作奠定基础。

物理实验课的教学任务

本门课程以基本物理量的测量方法、基本物理现象的观察和分析、常用测量仪器的结构原理和使用方法为主要教学内容,对学生的基本实验能力、分析能力、表达能力和综合运用设计能力等进行较全面的培养,按照国家教委颁发的《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》的规定,大学物理实验课的具体任务为:

1. 通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量,学习物理实验知识,加深对物理学原理的理解。

2. 培养与提高学生的科学实验能力,其中包括:

(1) 能够通过自行阅读实验教材或资料,概括出实验原理和实验方法的要点,作好实验前的准备(培养阅读和运用资料的能力)。

(2) 能够借助于教材或仪器说明书,正确使用常用仪器(培养实验操作技能)。

(3) 能够运用物理学原理对实验现象进行初步分析、判断(培养分析问题、解决问题的能力)。

(4) 能够正确记录和处理实验数据,绘制曲线,说明实验结果,撰写合格的实验报告(培养正确论述的表达能力)。

(5) 能够完成简单的,具有设计性内容的实验(培养设计能力)。

3. 培养与提高学生的科学实验素质。要求学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风,严肃认真的科学态度,主动研究的探索精神,以及遵守纪律、团结协作和爱护公共财产的良好品德。

物理实验课的基本程序及学习方法

物理实验课的基本程序可分为课前预习,实验操作,撰写实验报告等三个阶段,各阶段要完成的任务及方法如下。

1. 课前预习

每次实验前要以实验报告册及教材上的思考题为索引,通过阅读实验教材和相关资料,弄清本次实验的目的、原理、测量方法、仪器的使用及测量内容,了解实验中特别要注意的问题(如测试条件、仪器正确使用规程及安全防护事项等),并在此基础上写出预习报告。预习报告应包括:实验名称、目的、仪器、原理简述、计算公式、电路或光路图,以及操作大致步骤、操作注意事项、数据记录表格等。

注意:此步工作是实验能否顺利进行的关键,且预习的好坏将作为课内评定成绩的一项内容,对于没有预习或预习不合格的学生,教师有权停止其本次实验,该次课内成绩评定为不及格。

2. 实验操作

正式测量前,应先将仪器合理摆放并安装(或连电路),熟悉仪器的操作使用。要将仪器设备调试至最佳工作状态下进行测量,操作中要明确每一步操作的意义及应出现的现象(或规律),若出现异常情况,则不能盲目操作,要分析可能的原因,找出解决办法。

注意:① 不能把实验仅仅理解成读取几组数据的过程,实验具体测试内容只是学习某种测量方法、某种仪器使用的载体,不能本末倒置。因此当实验遇到问题时,要看作是一次很好的学习机会,应开动脑筋,好好把握。

② 除需记录表格中测试内容外,还应记录所用仪器的规格、型号、准确度等级,必要时,还应记录实验环境条件,如室温、气压等。

③ 所测原始数据一定要真实,实验完成后,原始数据要经教师审阅签字,签字后方可将仪器拆除复原,离开实验室。否则实验数据视为无效。

3. 撰写实验报告

实验报告除应包括预习报告中的全部内容外,还应包括原始数据、数据处理(计算或图表),以及对测量结果的评价与分析。报告力求文字简洁、通顺,图表制作力求规范、正确。

值得强调的是,撰写实验报告一定要用自己的语言来表述所有内容,特别是对测量结果的评价与分析一项,一定要认真完成,这是一个融会贯通知识,培养自己分析问题、解决问题能力的窗口。若所得数据规律与预期相符,则可着力分析误差来源及提高测量精度的途径,若数据规律与预期不符,也未必是坏事,应分析主要原因,找出症结所在。(迈克尔逊—莫雷实验的“失败”,导致了新的时空观产生,那么你的实验失败,将给你以怎样的启迪?)

总之,做物理实验是一项脑手并用的智力活动,要想通过有限次实验获取尽可能多的知识,就需充分做好上述三个阶段中每一环节的工作,且对待每一个实验都要像一个科学工作者那样要求自己,要细心观察实验现象,认真思考实验中出现的問題。实验的好坏和成败,实验的收获和能力增长,不能单纯从实验结果与理论相符的程度来评定。实验中要多动脑筋,多问几个为什么,只有这样,才能够举一反三,灵活地学好物理实验课,提高学习效率,收到事半功倍的效果。

当今时代是科学技术迅猛发展的时代,具备良好的科学实验素质,是这个时代科学技术人材必备的基本条件,在培养既懂理论又会动手的高科技人材的过程中,物理实验课具有独特的重要作用,应该引起高度重视。

第一章 数据处理及测量误差

物理实验,是在实验室条件下科学地再现自然现象,并通过测量现象中有关物理量及它们之间的数量变化关系来寻找事物本质的。因此,如何正确地记录并处理一组实验数据,如何科学地评价测得的物理量或物理关系接近于客观真实的程度,是每一个实验工作者在从事具体实验工作之前所必须具备的能力。本章将就这方面的知识做一简单的入门介绍。

1.1 测量方法及单位

1.1.1 测量方法

物理实验的测量范围很广,小到基本粒子的微观世界,大至银河系的广阔太空;短到粒子碰撞、蜕变的瞬间,长至宇宙演变的漫长过程都是可测量的。测量是一种比较的过程,也即是将被测物理量与选作标准单位的同类物理量进行比较的过程,其比值即为被测物理量的测量值。

测量从形式上可分为三大类。即直接测量、间接测量和组合测量。其中,直接测量是指可用仪器、仪表直接得到被测量数值的测量,如米尺测长度,秒表测时间等。间接测量是指利用直接测量得出的各物理量 x 、 y 、 z ...等的数值,通过一定函数关系 $N=f(x,y,z,\dots)$ 的运算,才能得出测量结果 N 的测量。如对立方体体积 V 的测量,是通过对其长 x 、宽 y 、高 z 的测量,代入 $V=xyz$ 得到的。组合测量则是指为找出两个物理量 x 、 y 在某一区间的函数关系,而在该区间对这两个量进行的逐点测量,如测某元件的伏安特性时,是通过在一定范围内,对在不同电压 U 下所产生的电流 I 的测定 (U_1, I_1) 、 (U_2, I_2) ...而得出的。

在测量方法上,具体常用的有以下几种:

(1) 直读法。使用具有相应单位分度的量具或仪表直接读取被测量值的大小。如用安培表测量电流、伏特计测量电压等。其特点是测量方便,但受仪器示数误差和读数误差限制,测量准确度一般不很高。

(2) 比较法。是将被测对象直接与体现计量单位的标准器进行比较。如,用砝码和天平称质量,用惠更斯电桥测电阻,用电位差计测电动势,用标准信号源和示波器测频率等。当比较器选择适当时,这种方法的准确度仅取决于标准器,因而测量准确度高,但因一般操作较繁,故只在实验室中采用。

(3) 放大法。在测量中,若被测量很小,无法被观察者察觉,可通过某种方法将其放大后再进行测量。如用光杠杆可将微米级伸长量放大,使之在毫米尺上得到充分的反映。用螺旋测微计测长,采用的是螺旋放大微小间距的原理。示波器、望远镜……等都是由某种放大原理制成的仪器。

(4) 转换法。当待测物理量不便或无法直接测量时,可转化为对该量所产生的某种效应进

行测量。如玻璃温度计就是根据温度对液体的热胀冷缩效应,将温度量转化为长度量进行测量的。而将非电量转化成电量进行测量(如热电偶测温度、超声干涉测声速等),以及将非光学量转换成光学量进行测量(如干涉仪测长度、折射法测浓度等)的方法,已是现代精密计量的重要组成部分。

(5) 模拟法。有些不易测量的量,可根据相同的物理或数学模型有相似结果的特点,用模拟的测量代替对原型的测量。如静电场与稳恒电流场有相同的数学模型,所以可用对稳恒电流场等位线的测量,模拟静电场等位线的测量。

(6) 干涉测量法。利用光波干涉条纹的分布与变化,测量微小长度、微小角度、光洁度等量,干涉测量技术是现代精密测量的重要组成部分。

1.1.2 单位

任何测量都希望所测结果准确无误,这就要求选作标准单位的基准物理量具有很高的准确度和足够的稳定性。目前国际通用的,适合一切计量领域的单位制叫做国际单位制(简称SI制),它有七个基本单位,即长度单位用米(m),时间单位用秒(s),质量单位用千克(kg),电流单位用安培(A),热力学温度单位用开尔文(K),发光强度单位用坎德拉(cd),物质的量单位用摩尔(mol),这些基本单位的定义都是非常精确的,如铯 133 原子钟 300 年误差不到 1 秒钟,米的定义为光在真空中行进 $1/299792458$ 秒所前进的距离。有了这几个基本单位,其它物理量的单位全部可由此导出。本书中所涉及到的一切物理量均采用国际单位制。

1.2 有效数字及其运算

1.2.1 有效数字的基本概念

不管哪种测量的结果,都是用数字和单位表达的。用量具或仪器测得的数由两部分构成,一部分按仪器的刻度读出,可以读到它的最小分度,这部分以刻度为依据,应视为准确的,称为可靠数字,而另一部分则是在最小刻度以下估读的,不同的观测者可得出不同的结论,故此位上的数字不够准确,称为可疑数字。

如图 1.2 - 1,用米尺测量细棒的长度,可读出棒长为 4.14cm、4.15cm 或 4.16cm,前二位 4.1cm 是从米尺上整分度数读取的,是可靠数字,而第三位是测量者估读出来的,其值因人而异,为可疑数字,有效数字是指包括一位可疑数字在内的所有从仪器上直接读下来的数字。



图 1.2 - 1 估读

根据有效数字的定义,实验记录中的原始数据最后一位应该是估读的,所有实验工作者都应遵从这一规则来记录测量数据。用有效数字表示测量结果时,即使没有给出误差范围,也可粗略地表达测量的准确度。

关于有效数字的记录和表示应明确以下几个问题:

(1) 整数的记法。既然有效数字的最后一位是估读的,所以一般它的倒数第二位应该是仪

器的最小分度。故对于一个 20m 长的物体,将其记作 20m,则表示所用仪器最小分格的长度是 10m,而将其记作 20.0000m,则表示所用仪器最小分格长度是 1mm,可见有效数字的位数是不可以随便写的。故,如图 1.2-1 中所示的细棒右端刚好与 4cm 刻度线对齐,则应记作 4.00cm,而不能记作 4cm 或 40mm,因为这样记录,有效数字的位数与仪器分度不符。

(2) 特殊分度的读法。一般读仪表示数时,都要读到最小分度的下一位,即将最小分度分成十等份来读,如(1)中所提到的情况。但也有例外,如,有一量程为 5V 的直流电压表,表上有 100 个刻度,则每个分度代表 0.05V,此时百分位的 0.01V,0.02V,0.03V 及 0.04V 均为估读值,为保证测得所有数据准确度一致,且满足有效数字定义,则所有数据只能记到百分位,即将最小分度分成五等份来读。(那么若某仪表最小分度是 2,则应将其分成几等份来读呢?)

(3) 有效数字中“0”的性质。数字前的“0”只起定位作用,不是有效数字,数字中间和数字后面的“0”都是有效数字,10 的方幂只表示数量级,不表示有效数字。如 0.002030 和 2.030×10^{-3} 均为 4 位有效数字。

(4) 科学记数法。对一个物理量测量结果的有效数字位数,一方面与测量仪器的准确度有关,另一方面,若同样用米尺去测量两个物体,一个是几米,一个是十几米,则所测数据的有效数字位数也不同。故一个正确的测量数据将反映来自被测物理量和测量工具准确度这两方面的信息,即有效数字的位数由被测量及仪表的准确度决定,一般与单位无关。所以,将有效数字变换单位时,不能改变原数据的有效位数(对非十进制单位变换有例外),如 53.0V 可写成 0.0530kV,但不能写成 53000mV,因为后一种表示,将原始数据十分位上的误差移至千分位上,改变了原数据的准确度。为解决这个矛盾,应该使用科学记数法,即把数据写成小数点前面只有一位,再乘以 10 的幂次来表示。如上述电压数据应写成 $5.30 \times 10\text{V}$ 、 $5.30 \times 10^{-2}\text{kV}$ 或 $5.30 \times 10^4\text{mV}$ 。这种记法既能表达出有效数字位数,又能表达出数字的大小,而且计算起来容易定位,所以在实验数据的书写中,应该尽量采用科学记数法。

1.2.2 有效数字的运算规则 (精确度不同的有效数字运算)

有效数据运算的总原则为:可靠数字与可靠数字(含常数)之间的运算,得可靠数字,否则运算得可疑数字。运算的最后结果保留有效数字,即数据包含所有可靠数字和一位可疑数字,其后的数字按舍入规则处理。具体方法及规律如下。

1. 加减运算 一般,结果与位数少的一致。

方法:先将各数的单位统一,然后列出纵式进行运算。

规律:和或差的可疑数字位置,与参与运算各量中可疑数字数量级最大的一位对齐。

例 1 加减运算(数字下面划横线的为可疑数字)

(1)

$$\begin{array}{r} 521.\underline{3} \\ +) 10.\underline{04} \\ \hline 531.\underline{34} \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r} 53 \\ -) 21.\underline{2} \\ \hline 31.\underline{8} \end{array}$$

$$521.\underline{3} + 10.\underline{04} = 531.\underline{3}$$

$$53 - 21.\underline{2} = 32$$

2. 乘除运算

规律:所得积或商的有效数字位数一般与参与运算各量中有效数字位数最少的相同。但对于乘法运算,当两首位数相乘大于10时(有进位),其运算结果可多保留1位。

例2 乘除运算

(1)

$$\begin{array}{r} 33.11 \\ \times 2.11 \\ \hline 3311 \\ 6622 \\ 6622 \\ \hline 698621 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r} 321.2 \\ \times 8.01 \\ \hline 3212 \\ 25696 \\ 2572812 \\ \hline \end{array}$$

(3)

$$\begin{array}{r} 202 \\ 21 \overline{) 425} \\ \underline{42} \\ 50 \\ \underline{42} \\ 8 \end{array}$$

$$33.11 \times 2.11 = 69.9$$

$$321.2 \times 8.01 = 2573$$

$$425 \div 21 = 20$$

3. 乘方、开方运算

规律:运算结果的有效数字位数与其底的有效数字位数相同。也可按照乘除运算,将可疑数字划线的方法确定。如:

$$256^2 = 6.55 \times 10^4$$

$$\sqrt[3]{256} = 6.35$$

4. 函数运算

对数运算规律:对数尾数(即小数点后面的数)的有效数字位数与其真数的有效数字位数相同。如:

$$\ln 21.30 = 3.0587$$

$$\log 1.999 = 0.3008$$

$$\log 1999 = 3.3008$$

$$(\log 1999 = \log 1.999 + \log 10^3 = 3 + 0.3008 = 3.3008)$$

指数函数 e^x 、 10^x 的运算规律:把运算结果用科学记数法表示,小数点后面保留的位数与 x 在小数点后的位数相同(包括紧接小数点后的“0”)。如

$$e^{8.4} = 5.4 \times 10^3$$

$$e^{86} = 2 \times 10^{37}$$

$$10^{2.80} = 6.31 \times 10^2$$

$$10^{0.00280} = 1.00647$$

三角函数运算规律:运算结果由角度的有效位数,即以仪器的准确度来确定,若仪器能读到 $1'$,一般取四位有效数字。如:

$$\cos 30^\circ 24' = 0.8625$$

$$\operatorname{ctg} 5^\circ 21' = 1.068 \times 10^1$$

上面提到的几种函数只是一些特殊函数,一般地说,函数运算结果的有效数字位数应根据误差分析来决定。

此外,在混合运算中遇见诸如 $\frac{1}{3}$ 、 $\sqrt{5}$ 、 π 、 e 等纯数学数和常数时,有效数字位数可以认为是无限的,需要几位就取几位,一般取与各参与运算数据位数最多的相同或多取一位。

1.2.3 数字截尾的舍入规则

有了有效数字的概念,我们就知道在处理实验数据时,并不是运算结果的数字越多越准确。为了使运算结果中只含有一位可疑数字,往往要对可疑数字进行舍入,但在此我们所遵循的舍入规则与过去所说的“四舍五入”规则不尽相同。因为过去是“见五就入”,这样从1到9的9个数字中,入的概率大于舍的概率,从而引起舍入误差,显然不合理。故现在通用的规则是:对保留数字末位以后的部分,“四舍、六入、五凑偶”,即末位是奇数则将其变为偶数(五入),末位是偶数则不变(五舍)。例如:

$$435550 \rightarrow 4356 \text{ (5前面是奇数则进位)}$$

$$435650 \rightarrow 4356 \text{ (5前面是偶数则不变)}$$

$$435054 \rightarrow 4350 \text{ (5前面是零则不变)}$$

$$435549 \rightarrow 4355 \text{ (进位的5不能再进位)}$$

1.3 测量误差

1.3.1 测量误差的来源

在弄清测量误差来源之前,首先应明确以下几个概念。其一,真值。真值是指一个物理量在一定条件下是标准量(单位)的多少倍,它是客观存在的,实际具备的量值,不随测量而变化,用 μ 来表示。其二,测量值。这是通过实验测得的值,由于各种原因,每次测得值都有一定的近似性,因而真值无法测得,测量值只是对真值的近似描述,用 x 表示。其三,误差。真值与测量值之间总有或多或少的差异,这种差异在数值上的表示叫做误差,显然误差始终存在于一切科学实验和测量过程中,误差的大小反映了所得到的被测量的数值与真值之间的偏离程度。误差可分下面两种方式来表达:

绝对误差:
$$\Delta x = |x - \mu| \quad (1.3-1)$$

相对误差:
$$E = \frac{|x - \mu|}{\mu} \times 100\% \quad (1.3-2)$$

伴随于测量过程中的误差因素主要源于以下几个方面:

(1) 原理方法误差。我们为测试对象所设计的测量方法及相应推出的计算公式,往往是在将被测量模型化、理想化的条件下得到的。如理想气体、刚体、无限广延的均匀介质、光滑表面、长直螺线管、简谐振动、平行光线、点光源等,这些模型实际上只能是近似成立,故测量结果必然带有一定误差。这种误差,需要通过改善实验条件,使其尽量满足理论要求,或修正理论公式,使之与实际情况更相符的方法来减小。

(2) 仪器误差。任何量具、标准器、指示仪表等,都有一定的准确度等级限制,也即它们的标称值、分度值或指示值在体现计量单位时都有一定的误差范围。一些指零仪器,如天平、检流计、水平仪等的表观指“0”,告诉我们的信息只是某种变化量已小到它们的灵敏度以下。另外,一些仪器的设计本身也存在着固有的各种缺陷。这些因素都会给测量结果带来误差。

(3) 环境条件误差。测量系统以外的各种环境因素,如温度、湿度、气压、震动、灰尘、光照、电场、磁场、电磁波等,都可以引起测量装置及被测量本身发生变化,从而造成实验误差。

2. 误差：用算术平均值来代替真值。

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

 3. 误差 $\Delta x = \frac{|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|}{n}$
 4. 分类：系统（系统误差）、偶然（偶然误差）、过失（过失误差）
 系统误差：大小、方向恒定，且大小的概率相同。
 偶然误差：大小、方向不定，且大小的概率相同。
 过失误差：过失（错误）

(4) 主观误差。这是由操作者各方面素质的差异而引起的误差。如实验者的反应速度、分辨能力、心理素质、工作经验以及固有习惯等。

(5) 其它误差。除上面提到的四个方面会造成测量误差外，还有很多因素可以造成测量值与真值的偏离。如被测量本身的不稳定（电学测量中电流、电压的不稳定，光学测量中光源发光的不稳定等），测量仪器对被测量的扰动，以及人为误操作等。这些因素在设计实验方案和实施测量的过程中都应充分注意到。

1.3.2 误差分类及各类误差的特征

从研究和处理误差的需要出发，根据误差的表现形式，可将误差分为系统误差、随机误差和过失误差三大类。

1. 系统误差

系统误差是指在同一条件（方法、仪器、环境、人员等）下，多次测量同一量时，误差的绝对值（大小）、方向（正、负）均保持恒定，或在条件改变时，误差的绝对值和方向按一定规律变化的误差。前者称为定值系统误差，后者称为变值系统误差。

按对系统误差掌握的程度又可分为已定系统误差和未定系统误差，其中，对未定系统误差可按随机误差处理。

系统误差的形成主要是由于仪器不完善，测试理论及方法的近似等因素引起（如天平不等臂、表盘刻度不准、零点不准，以及实验中忽略散热、摩擦、电表内阻等造成的误差都属于系统误差），但不管是什么原因，所有系统误差的共同特征是具有确定性。即任一因素引起的误差总是使所有数据以恒定的规律偏大或偏小。

发现系统误差是一件细致的工作，需要仔细推敲理论和方法的每一步，检验或校准每一件仪器，分析实验理论和仪器所要求的各种实验条件是否能满足，考虑每一步调整和测量中各种因素对实验的影响等，另外还可根据系统误差反映在测量数据上的特点来判断系统误差的存在。如某测量数据列的所有数据均偏大、偏小（偏快的秒表测得时间总偏大，受热膨胀的钢质米尺测得长度总偏小），或周期性变化（测角计刻度盘偏心带来的角度测量误差以 360° 为周期），则说明测量中存在固定的或变化的系统误差。

消除或减弱系统误差的方法很多，如引入修正理论或修正值，利用精度更高的仪表对精度低的仪表测出校准曲线，用交换测量法以抵消仪器结构或电路的不对称，用补偿法消除导线电阻及标准电池内阻的影响，用半周期偶数观测法来消除周期性误差等等。总之，消除系统误差的工作是很细致、复杂的，需要丰富的实验工作经验，同时，这项工作的意义并不仅仅在于提高测量精度本身，许多系统误差的出现，是由于实验理论还不够完善的背后隐藏着某些未被发现的规律，系统误差的出现，促使人们更深入地进行研究并获得新的发现。

2. 随机误差

在同一条件下多次重复测量同一个量时，每次测量出现的误差大小、正负没有确定的规律，以不可预知的方式变化着的误差称随机误差。

随机误差的起因多半是由测量过程中许多相互独立的、难以控制的、不确定的随机因素造成的（如温度的起伏、电压的波动、不规则的微小振动、杂散电磁场的干扰、测量仪器的不稳定、被测对象的微小起伏变化，以及实验者每次操作在对准、估读、判断、辨认上的微小差异等），所有各种原因引起的随机误差的一个共同特征是偶然性。即在各次测量结果中，误差时大时小，

三、结果表示 $\bar{x} = (\bar{x} \pm \Delta \bar{x}) \times 10^{-n}$ (科学计数法)
 $\downarrow$ 为估值, 只取一位有效数字, 如 0.004 (若4处为1, 2, 可保留2位)
 与 $\Delta \bar{x}$ 位数相同。

时正时负, 对某次测量的误差大小及符号无法预知, 但若在相同条件下, 对同一物理量进行足够多次的重复测量, 则由于单个随机误差的无规则性, 导致了它们的和有正负误差相消的机会, 各次测量误差的算术平均值将趋于零。因此, 多次测量平均值的随机误差比单个测量的随机误差小。

随机误差是无法消除的, 只能探讨它的分布情况, 研究其出现的可能性, 也即出现的概率, 从统计的意义上估算它的大小。

系统误差和随机误差在一定条件下可以相互转化, 在一个具体测量中出现的误差往往既含有系统误差又含有随机误差。在实验中, 当实验条件稳定, 且系统误差可以掌握时, 就应尽量保持在相同条件下做实验, 以便修正系统误差; 当系统误差未能掌握时, 常常想出一些办法使系统误差随机化, 以便在多次测量取平均中抵消一部分。

3. 粗大误差

此是指超出常规预期的异常误差。它是由没有察觉到的实验条件的突变, 无意识地不正确的操作(如测错、读错或记错等), 实验状况未达到预定的指标而匆忙实验等因素造成的。含有粗大误差的测量值是不可信的, 称为坏值, 应按一定的统计准则予以剔除。故实验中所说的误差是由系统误差和随机误差两部分构成。

1.4 随机误差的估算及测量结果的正确表达

1.4.1 随机误差的概率分布规律

假设系统误差已消除, 被测量本身又是稳定的(否则测量结果将显示出被测量本身的统计分布), 大量的微小的干扰将使得在相同实验条件下, 多次重复测量所得结果彼此互有差异, 这是随机误差引起的, 对这类误差的数学描述, 是在多次测量的基础上, 从统计的意义上得出。当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时, 随机误差趋于正态分布, 具有以下几点统计规律:

(1) 单峰性: 绝对值小的误差比绝对值大的误差出现概率大。当 $n \rightarrow \infty$ 时, 随机误差在 0 附近有最大的概率。

(2) 对称性: 绝对值相等的正误差和负误差出现的概率接近相等, 因此多次测量可部分地排除随机干扰所带来的误差。

(3) 有界性: 误差的绝对值不会超过某一界限, 即绝对值很大的误差出现的概率为零。

(4) 补偿性: 由于绝对值相等的正、负误差出现的概率接近相等, 故当 $n \rightarrow \infty$ 时, 随机误差的算术平均值将趋于零(此性质是对称性的必然结果)。

Δ 随机误差的概率分布函数由数学家高斯给出, 称为高斯分布函数, 又叫正态分布函数, 其具体形式为:

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.4-1)$$

式中 $\Delta x = x - \mu$, 表示每次测量的随机误差。 $f(\Delta x)$ 的曲线如图 1.4-1 所示, 称误差曲线, $f(\Delta x)$ 是单位误差的概率, 称为随机误差的概率密度函数。

由概率统计知识可知, 误差出现在 $\Delta x - \Delta x + dx$ 区间的概率 P 与 dx 成正比, 即

$$P = f(\Delta x)dx \quad (1.4-2)$$

结果与小数位数最少的一致

此对应图中阴影部分面积,若将所有可能的 $f(\Delta x)d\Delta x$ 相加,则得曲线 $f(\Delta x)$ 与横轴所围的总面积,此面积必等于 1。即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\Delta x)d\Delta x = 1 \quad (1.4-3)$$

概率等于 1,表示事件的发生是确定的。这里的物理意义为:设在一次实验中,随便测出的任一个数不管误差多大都成立,则这种实验任何人都可以有绝对把握做成功。

式中 σ 对应 $f(\Delta x)$ 曲线拐点的横坐标值(可由 $f(\Delta x)$ 函数二阶导数为零求出),是(1.4-1)式中惟一的参量,现对 σ 的计算及用途作以下说明。

(1) σ 的具体数值是由一定条件决定的,即测量条件不同, σ 数值就不同。 σ 可由下式求出:

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}} \quad (1.4-4)$$

该式表示 σ 值是无穷多次测量所产生的随机误差的方均根值,称标准误差。

(2) 当 $\Delta x = 0$ 时(即真值所在处), $f(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \propto \frac{1}{\sigma}$, $f(0)$ 对应误差曲线的最高点,所以 σ 较小时,曲线峰值较大,又因为曲线下所围面积恒为 1,所以曲线两旁比较陡峭,见图 1.4-2 中曲线 1;反之, σ 值越大,曲线峰值越低,曲线两旁越变化平缓,见图 1.4-2 中曲线 2。故 σ 值可定性地给出误差曲线的形状。

(3) 由 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 之间,曲线下的面积为曲线与横轴所围总面积的 68.3%,它表示随机误差值落在 $[-\sigma, +\sigma]$ 区间内的概率为 68.3%,且由 $|\Delta x_i| = |x_i - \mu| \leq \sigma$ 可知,这个概率还可以说是测量值落在区间 $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$ 内的次数占总测量次数 $n(n \rightarrow \infty)$ 的 68.3%,或说当以任意一次测量值表示测量结果时,在 $[x_i \pm \sigma]$ 区间内包含真值 μ 的概率为 68.3%。

$[\pm \sigma]$ 称为置信区间,其包含真值的概率 ($P = 68.3\%$) 称为置信概率。因而,只要对测量结果给出置信区间 $[\pm \sigma]$ 和置信概率 P ,就表达了测量结果的精密程度。置信区间越小,则测量结果的精密程度越高。

应该注意, Δx 是实在的误差值,可正可负,而 σ 并不是一个具体的测量误差值,它是在相同条件下进行多次测量时,对随机误差变化

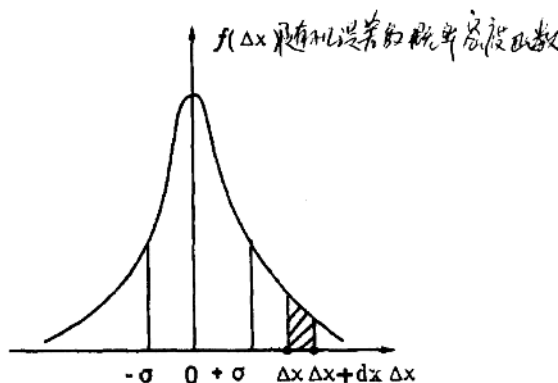


图 1.4-1 高斯分布 (误差曲线)

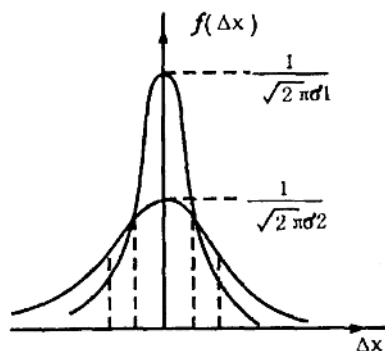


图 1.4-2 具有不同 σ 值的两个正态分布

范围的一个评定参数只具有统计意义。

(4) 扩大置信区间, 置信概率就会提高。如将区间扩大到 $[\pm 2\sigma]$, 则 $P = 95.4\%$, 扩大到 $[\pm 3\sigma]$, 则 $P = 99.7\%$ 。这表明在 1000 次的测量中, 只有 3 次左右的随机误差值超过这个范围。而通常我们对一个量的测量不超过几十次, 所以如此大的随机误差几乎不可能出现, 故将 3σ 称为极限误差(又叫误差限或置信限)。当某测量值的误差大于 3σ 时, 可认为此值是坏值, 应予以剔除。

1.4.2 直接测量随机误差的估算

1. 多次测量结果随机误差的估算

(1) 真值的估算值—— $\bar{x}$

即使测量的次数足够多, 真值也是无法直接测出的, 需通过对原始数据的处理方可得到最佳估计值。

假设在实验中系统误差已消除或已减小到可以忽略的程度, 通过 n 次等精度测量测得一系列测量数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 。

根据最小二乘法原理, 一个等精度测量列的最佳估计值, 是能使各次测量值与该值之差的平方和为最小的那个值。若设这个值为 x_0 , 则最小二乘法的数学表达可写为

$$f(x_0) = \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2 = \text{最小值} \quad (1.4-5)$$

令 $f(x_0)$ 的一阶导数为零, 则

$$\frac{df(x_0)}{dx_0} = -2 \sum_{i=1}^n (x_i - x_0) = 0$$
$$\sum_{i=1}^n x_i = nx_0$$

所以

$$x_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x} \quad (1.4-6)$$

即 n 次等精度测量数据的算术平均值就是真值的最佳估计值。所以在多次测量时, 用算术平均值表示测量结果。

请注意, 平均值只是真值的近似值, 当测量次数不同, 或对不同组数据进行计算时, 平均值会有差别, 因而平均值也是一个随机量。当测量次数无限增加时, 算术平均值才无限接近真值。

(2) σ 的估算值—— S_x, S_x

前面我们曾定义测量值与真值之差的绝对值为绝对误差, 当我们用算术平均值代替真值时, 测量值与平均值之差的绝对值称为(绝对)偏差, 又叫“残差”。由上可知, 当测量次数无限增加时, 偏差就无限接近于误差, 也即此时的绝对误差可用绝对偏差来代替。

同理, 可以证明, 多次测量中标准误差 σ 值, 也可通过样本标准偏差(简称标准差)来近似估算, 样本标准偏差用符号 S_x 表示, 计算公式为

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1.4-7)$$

上式称为贝塞尔公式, S_x 是测量列中任何一次测得值的标准偏差, 由于 S_x 是 σ 的近似值, 所以