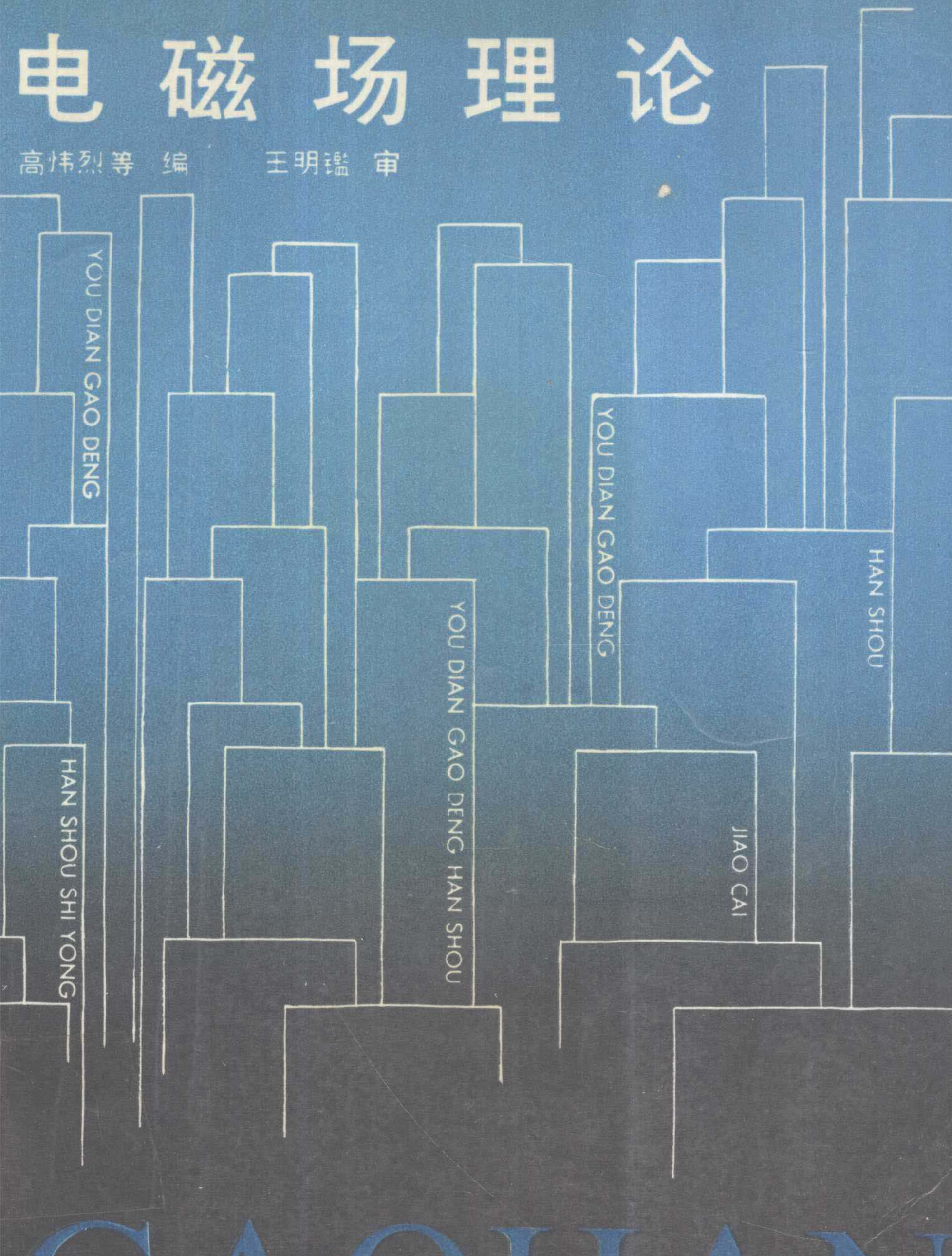
邮电高等函授试用教材

电磁场理论

高纬烈等 编　　王明鉴 审



GAOHAN

邮电高等函授试用教材

电磁场理论

高炜烈等　编

王明鑑　审

人民邮电出版社

内 容 提 要

本书是按1987年邮电函授教材编委会审定通过的教学大纲编写的。书中较全面、系统地阐述了电磁场和电磁波的基本理论。包括矢量分析、贝塞尔函数、静电场、恒定电场、恒定磁场、静态场解法、时变电磁场、平面电磁波的传播、导行电磁波、电磁波的辐射。

全书取材得当，条理清晰，由浅入深易懂易学，特别便于自学。并附有大量例题、习题及答案。

本书是邮电高等函授教材，也可作为工程技术人员的参考书。

邮电高等函授试用教材

电磁场理论

高炜烈等　编

王明鑑　审

*

人民邮电出版社出版

北 京 东 长 安 街 27 号

北京顺义兴华印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

各 地 新 华 书 店 经 售

*

开本：850×1168　1/32　　1990年11月　　第一版

印张：17 4/32　页数：274　　1990年11月北京　第1次印刷

字数：452　千字　　　　印数：　1—2 600　册

ISBN7-115-04349—3/G·074

定价：　4.00 元

前　　言

本书是根据1987年邮电高等函授教材编审委员会审定通过的《电磁场理论》教学大纲编写的。由微波教材编审组审稿，并经函授教材编委会推荐出版。

本书重点介绍电磁场理论中的基本理论和基本分析方法。第一、二章是分析电磁场时所用的两种基本教学工具。第三、四、五章主要介绍静电场、恒定电场、恒定磁场中的基本理论。第六章介绍求解静态场的方法。第七章讨论时变电磁场中的基本规律，它是电磁场理论的核心。第八章介绍平面波的传播和反射、折射理论。第九章对导波进行了分析。第十章介绍电磁波的辐射理论。

本教材是在内部讲义的基础上经过修改而写成的。原讲义是1978年开始编写的，先后有八届高函生使用过，并经过大小三次修改。为此，对编写原讲义做过贡献或曾给予帮助的刘文萃及其他同志表示由衷地感谢。

本书经北京邮电学院王明鑑教授审校，并对本书提出了宝贵的修改意见，在此表示衷心的谢意。

本教材一、二章由朱大成同志执笔编写；第三、四、五、六、七、九各章由高炜烈同志执笔编写；等八章由张金菊同志执笔编写；第十章由汪荣同志执笔编写。本教材的习题及解答是由马志刚、王迎春两位同志提供的。由高炜烈进行统编。

由于编者水平有限，书中难免有不妥和错误之处，希望指正。

编者

1990.1

目　　录

第一章　矢量分析

内 容 提 要

在电磁场理论的研究中，大量地用到矢量。有关“矢量分析的理论”是计论电磁场理论时的主要数学工具之一。因此，在学习电磁场理论之前首先要研究它。

本章所讨论的主要内容是

1.方向导数，数量场的梯度；

2.通量、矢量场的散度；

3.环流量，矢量场的旋度。

以及高斯散度定理，格林公式、斯托克斯定理。

作为上述内容的基础，本章还简单介绍了矢量的微分、积分。此外，还计论了一些其它问题。

本书是一本工程方面的教材，不是数字书。因此，在本章的一些论述和证明中，没有采取纯数学的论证方式。

§1-1　矢性函数的微分和积分

1-1-1　概述——有关名词介绍

标量与矢量————数学上称只有大小的量为标量。例如，时间、温度，电位，能量等。既有大小又有方向的量称为矢量。例如，力、速度、电场强度等。习惯上，矢量用黑体符号表示或在符号上加一个箭头。

模值＝1的矢量称为单位矢量。在本教材中用符号来e代表。它

的下标表示单位矢量所指的方向。例如，e_n即代表是指向n方向的单位矢量。e_x，e_y，e_z分别代表直角坐标系中在x、y、z方向上的单位矢量。但是，在有些参考书中，也有用其它符号来表示的。如：a_n，$\hat{e}$，$\hat{n}$，n°等。特别是常用$\hat{i}$、$\hat{j}$、$\hat{k}$来表示直角坐标系中x、y、z方向上的单位矢量。

常矢———矢量的模和方向都不变化的这种矢量称为常矢。像数量场中的常数一样。

变矢———矢量的模和方向或其中之一会改变的矢量为变矢。

矢性函数———如果某矢量是一个或几个变量的函数，则称这个矢量为变量的矢性函数。例如，矢量$\mathbf{A}(t)$随t而变化，则称$\mathbf{A}(t)$是t的矢性函数。在直角坐标系中$\mathbf{A}(t)$可写为它的三个分量和的形式为

$$\boldsymbol{A}(t)=A_x\boldsymbol{e}_x+A_y\boldsymbol{e}_y+A_z\boldsymbol{e}_z \qquad (1\text{-}1\text{-}1)$$

式中的e_x，e_y，e_z分别为X、Y、Z轴的正向单位矢量。

矢径———矢量的起始点与坐标原点O重合，而矢量的终点位于一个点M上，这个矢量$\boldsymbol{OM}$就称为M的矢径，记为$\boldsymbol{r}$，如图1—1—1示。

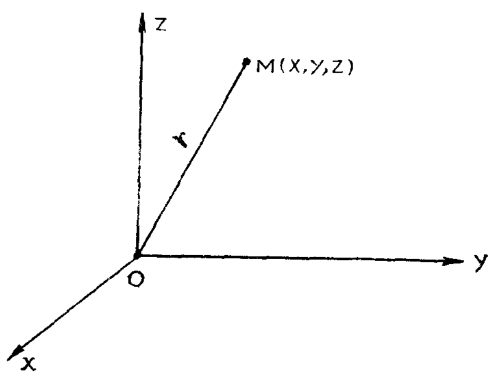


图1-1-1　矢径

1-1-2 矢性函数的极限和连续的定义

在高等数学中，大家对数性函数极限，连续的定义已很熟悉，在矢性函数的讨论中也会遇到这些问题。那么，它们是怎样定义的呢？

（一）矢性函数极限的定义

粗略地讲，极限就是描述某变量无限趋近于某常量的现象的一种数学表示方法。

矢性函数的极性，若用文字来说明，可表达为：

设矢性函数$\boldsymbol{A}(t)$在点t_0的某个邻域内有定义（但在t_0这个点上可以没有定义。因为，我们现在考虑的只是t趋近于t_0的情况，而不是$t=t_0$的情况）。如果t以任何方式趋近于t_0时，对应的矢性函数$\boldsymbol{A}(t)$与常矢$\boldsymbol{A}_0$之差的绝对值可以小于预先给定的不论多么小的正数ε。则常矢$\boldsymbol{A}_0$就叫做矢性函数$\boldsymbol{A}(t)$在$t\to t_0$时的极限。

极限的上述概念若用表达式定义出来则为；

如果对于给定的正数ε，总存在另一正数δ。当t满足如下不等式

$$0<|t-t_0|<\delta$$

时，则如下关系

$$|\boldsymbol{A}(t)-\boldsymbol{A}_0|<\varepsilon$$

永远成立。于是，我们把常矢$\boldsymbol{A}_0$称为矢性函数$\boldsymbol{A}(t)$在$t\to t_0$时的极限，记作

$$\lim_{t\to t_0}\boldsymbol{A}(t)=\boldsymbol{A}_0 \tag{1-1-2}$$

（二）矢性函数连续的定义

设有一矢性函数$\boldsymbol{A}(t)$，若在t_0的某个邻域内存在如下极限

$$\lim_{t\to t_0}\boldsymbol{A}(t)=\boldsymbol{A}(t_0)$$

则称$\boldsymbol{A}(t)$在t_o处连续。

它表明的概念是：当自变量t无限接近于t_o时，矢性函数$\boldsymbol{A}(t)$亦无限趋近于$\boldsymbol{A}(t_o)$。这说明当自变量略微变化时，矢性函数没有突然变化。亦即当自变量在某邻域变化时，矢性函数是连续变化的。

1-1-3 矢性函数的导数和微分

（一）矢性函数的导数

简单来说，导数就是变化率。在实际工程中常会遇到要求某矢性函数对时间，或对空间坐标的变化率问题。

（1）矢性函数导数的定义

矢性函数导数的定义，类似于读者熟悉的数性函数导数的定义，它为：

设矢性函数$\boldsymbol{A}(t)$为实变量t的连续函数，则如果极限

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\boldsymbol{A}(t_o+\Delta t)-\boldsymbol{A}(t_o)}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{A}(t)}{\Delta t}=\frac{d\boldsymbol{A}(t)}{dt}$$

存在，那么此极限即称为矢性函数$\boldsymbol{A}(t)$在t_o处的导数，又称导矢。

（2）矢性函数导数在直角坐标系中的表达式

由于$\boldsymbol{A}(t)$在直角坐标系中可用它的三个分量来给出，即

$$\boldsymbol{A}(t)=A_x(t)\,\boldsymbol{e}_x+A_y(t)\,\boldsymbol{e}_y+A_z(t)\,\boldsymbol{e}_z$$

从而稍加推导可得出

$$\Delta\boldsymbol{A}(t)=\Delta A_x(t)\,\boldsymbol{e}_x+\Delta A_y(t)\,\boldsymbol{e}_y+\Delta A_z(t)\,\boldsymbol{e}_z$$

于是，上述极限表达式可写为

$$\frac{d\boldsymbol{A}(t)}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta A_x(t)}{\Delta t}\boldsymbol{e}_x+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta A_y(t)}{\Delta t}\boldsymbol{e}_y+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta A_z(t)}{\Delta t}\boldsymbol{e}_z=\frac{dA_x(t)}{dt}\boldsymbol{e}_x+\frac{dA_y(t)}{dt}\boldsymbol{e}_y+\frac{dA_z(t)}{dt}\boldsymbol{e}_z \qquad (1\text{-}1\text{-}3)$$

或写为

$$\boldsymbol{A}'(t)=A_x'(t)\boldsymbol{e}_x+A'_y(t)\boldsymbol{e}_y+A'_z(t)\boldsymbol{e}_z$$

上述结论表明：一个矢性函数的求导问题可变为求三个数性函数的导数。而数性函数求导是读者十分熟悉的问题。

（3）导矢的几何意义

由于矢量$\boldsymbol{A}(t)$的大小和方向都随t而变化，是一个变矢量。随着t的增大$\boldsymbol{A}(t)$的端点在空间可描绘出一条空间曲线如图1-1-2所示。

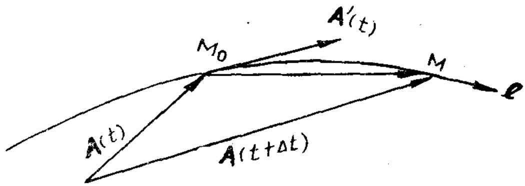


图1-1-2　导矢的几何意义

由图看出，矢量$\boldsymbol{M_0M}$对应于$\boldsymbol{A}(t+\Delta t)-\boldsymbol{A}(t)$即

$$\boldsymbol{M_0M}=\boldsymbol{A}(t+\Delta t)-\boldsymbol{A}(t)=\Delta\boldsymbol{A}(t)$$

当用Δt除等式两端，可得到

$$\frac{\boldsymbol{M_0M}}{\Delta t}=\frac{\Delta\boldsymbol{A}(t)}{\Delta t}$$

所得的矢量位置显然仍在$\boldsymbol{M_0M}$上，其方向指向曲线l的正方向。当$\Delta t\to 0$的极限情况下，矢 量$\dfrac{\Delta\boldsymbol{A}(t)}{\Delta t}$将以曲线$l$在$M_0$点的切线方 向 为其极限位置。

然而，$\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\boldsymbol{A}(t)}{\Delta t}$就是前面定义的导矢，把上述两个方面结合起来，就可得到如下的结论：导矢的几何意义，就 是位置在M_0点，方向指向t增大的方向（曲线的正方向）的一个切向矢量。

（二）矢性函数的微分

（1）定义

矢性函数的微分也可以仿照数性函数的微分来下定义：

设矢性函数为$\boldsymbol{A}(t)$，我们把

$$d\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}(t)dt \tag{1-1-4}$$

称为矢性函数$\boldsymbol{A}(t)$在t处的微分。

（2）坐标系中的表达式

微分$d\boldsymbol{A}$在坐标系中的表达式是在实际运算时经常要用到的。

以直角坐标系为例，可将$d\boldsymbol{A}$写为三个坐标分量矢量和的形式，由式（1-1-4）

$$d\boldsymbol{A}=A'_x(t)dt\,\boldsymbol{e}_x+A'_y(t)dt\,\boldsymbol{e}_y+A'_z(t)dt\,\boldsymbol{e}_z$$

由于

$$A'_x(t)dt=dA_x;\quad A_y'(t)dt=dA_y;\quad A'_z(t)dt=dA_z$$

所以

$$d\boldsymbol{A}=dA_x\boldsymbol{e}_x+dA_y\boldsymbol{e}_y+dA_z\boldsymbol{e}_z \tag{1-1-5}$$

其模值为

$$|d\boldsymbol{A}|=\sqrt{dA_x{}^2+dA_y{}^2+dA_z{}^2} \tag{1-1-6}$$

（三）矢性函数的导数公式

对矢性函数来说，有与数性函数类似的求导法则。设矢性函数$\boldsymbol{A}(t)$，$\boldsymbol{B}(t)$及数性函数$u(t)$则

（1）$\frac{d}{dt}C=0$；　　（C为常矢量）

（2）$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{A}\pm\boldsymbol{B})=\frac{d\boldsymbol{A}}{dt}\pm\frac{d\boldsymbol{B}}{dt}$；

（3）$\frac{d}{dt}(k\boldsymbol{A})=k\frac{d\boldsymbol{A}}{dt}$；（$k$为常数）

（4）$\frac{d}{dt}(u\boldsymbol{A})=\frac{du}{dt}\boldsymbol{A}+u\frac{d\boldsymbol{A}}{dt}$；

（5）$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})=\boldsymbol{A}\cdot\frac{d\boldsymbol{B}}{dt}+\frac{d\boldsymbol{A}}{dt}\cdot\boldsymbol{B}$；

特例 $\frac{d}{dt}\boldsymbol{A}^2=2\boldsymbol{A}\frac{d\boldsymbol{A}}{dt}$；（其中 $\boldsymbol{A}^2=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}$）

（6）$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})=\boldsymbol{A}\times\frac{d\boldsymbol{B}}{dt}+\frac{d\boldsymbol{A}}{dt}\times\boldsymbol{B}$；

（7）如果 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}(u)$　　$u=u(t)$ 则

$$\frac{d\boldsymbol{A}}{dt}=\frac{d\boldsymbol{A}}{du}\frac{du}{dt}。$$

这些公式证明方法与微积分学中的数性函数类似，这里就不再去证明了。

1-1-4　矢性函数的积分

矢性函数也有不定积分和定积分，曲线积分和曲面积分之分。

（一）矢性函数的不定积分

定义：如果在 t 的某个区间 G 上，有 $\boldsymbol{B}(t)=\boldsymbol{A}(t)$，则称 $\boldsymbol{B}(t)$ 为 $\boldsymbol{A}(t)$ 在此区间上的一个原函数，在 G 区间上，$\boldsymbol{A}(t)$ 的原函数的全体，叫做 $\boldsymbol{A}(t)$ 在 G 上的不定积分，记作

$$\int\boldsymbol{A}(t)\mathrm{d}t=\boldsymbol{B}(t)+\boldsymbol{C}\text{（}\boldsymbol{C}\text{为任意常矢量）}\qquad(1\text{-}1\text{-}7)$$

而且，数性函数不定积分的性质对矢性函数仍然成立。例如：

（1）$\int K\boldsymbol{A}(t)\,dt=K\int\boldsymbol{A}(t)\mathrm{d}t$；$K$ 为常数。

（2）$\int[\boldsymbol{A}(t)\pm\boldsymbol{B}(t)]\mathrm{d}t=\int\boldsymbol{A}(t)\mathrm{d}t\pm\int\boldsymbol{B}(t)\mathrm{d}t$；

（3）$\int u(t)\boldsymbol{C}\mathrm{d}t=\boldsymbol{C}\int u(t)\mathrm{d}t$；

（4）$\int\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{A}(t)\mathrm{d}t=\boldsymbol{C}\cdot\int\boldsymbol{A}(t)\mathrm{d}t$；

（5）$\int[\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{A}(t)]\mathrm{d}t=\boldsymbol{C}\times\int\boldsymbol{A}(t)\mathrm{d}t$。$\boldsymbol{C}$ 为常矢量。

利用上述定理，可以把矢性函数的不定积分归结为它的坐标函

数的不定积分。设

$$A(t)=A_x(t)\,e_x+A_y(t)\,e_y+A_z(t)\,e_z$$

则

$$\int A(t)\mathrm{d}t=\int A_x(t)\mathrm{d}t\,e_x+\int A_y(t)\mathrm{d}t\,e_y+\int A_z(t)\mathrm{d}t\,e_z \tag{1-1-8}$$

（二）矢性函数的定积分

定义： 设$A(t)$和$B(t)$为矢性函数，则

$$\int_{t_1}^{t_2}A(t)\mathrm{d}t=B(t_2)-B(t_1) \tag{1-1-9}$$

称为矢性函数$A(t)$的定积分。式中t_2、t_1为定积分的上、下限。

如同不定积分一样，定积分亦可写为三个数性函数定积分之和的形式。参照式（1-1-8），可有

$$\int_{t_1}^{t_2}A(t)\mathrm{d}t=\int_{t_1}^{t_2}A_x(t)\mathrm{d}t\,e_x+\int_{t_1}^{t_2}A_y(t)\mathrm{d}t\,e_y+\int_{t_1}^{t_2}A_z(t)\mathrm{d}t\,e_z \tag{1-1-10}$$

例〔1-1-1〕

已知$A(t)=(1+3t^2)\,e_x-2t^3\,e_y+\dfrac{t}{2}\,e_z$求$\int_0^2 A(t)\mathrm{d}t$。

解：

$$\int_0^2 A(t)\mathrm{d}t=e_x\int_0^2(1+3t^2)\mathrm{d}t-e_y\int_0^2 2t^3\mathrm{d}t+e_z\int_0^2\frac{t}{2}\mathrm{d}t$$

$$=e_x(t+t^3)\Big|_0^2-e_y\left(\frac{t^4}{2}\right)\Big|_0^2+e_z\left(\frac{t^2}{4}\right)\Big|_0^2$$

$$=10e_x-8e_y+e_z$$