



● 新课标·高中同步·鼎尖学案（个性化学案）

新课标

鼎尖教案

教材教案、
教辅教案、
习题教案

数学

选修
2-3

人教B版

● 新课标·高中同步·鼎尖教案（通用型教案）

丛书主编：严治理 黄俊葵
马拴虎 刘芳芳

延边教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

· 鼎尖教案: 数学·2—3: 选修/王金兴, 李文华主编.
—延吉: 延边教育出版社, 2008.10

ISBN 978-7-5437-7429-2

I. 鼎… II. ①王…②李… III. 数学课—教案 (教育)—
高中 IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 159090 号

- 本册主编: 王金兴 李文华
- 副主编: 姚永奎 仇素玲
- 编 著: 马秀萍 李志强 齐建宏 孙兆文 陈志强 逢小玲
张 美 杨红英 郑玉三 刘福兴 常文芹 安仲伟
常洪德 刘秀花 管延霞 王克明 管延娥 刘福强
丁祥芳 徐 红 陈 健
- 责任编辑: 严今石
- 法律顾问: 北京陈鹰律师事务所 (010-64970501)

与 人教 B 版 普通高中课程标准实验教科书同步
《鼎尖教案》数学 选修 2—3

出版发行: 延边教育出版社

地 址: 吉林省延吉市友谊路 363 号 (133000)

北京市海淀区苏州街 18 号院长远天地 4 号楼 A1 座 1003 (100080)

网 址: <http://www.topedu.org>

电 话: 0433-2913975 010-82608550

传 真: 0433-2913971 010-82608856

排 版: 北京鼎尖雷射图文设计有限公司

印 刷: 大厂书文印刷有限公司

开 本: 890×1240 16 开本

印 张: 13.75

字 数: 525 千字

版 次: 2009 年 2 月第 1 版

印 次: 2009 年 2 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5437-7429-2

定 价: 27.50 元



我们提供的
不仅是传统的教案
还有
实现教学模式多样化的系统方法

我们提供的
不仅是不同思路的教学模式
还有
为实现这些思路而搭建的
一个动态开放的平台

在这个平台上
你尽可以
自由释放自己的教学思想、智慧与个性
组合适合自己的教学模式

而这一切
正是我们
对新课程教学改革的探索与回应
体现着我们
对人民教师的
充分尊重和终极关怀





学案教案配套用，老师学生真轻松！

教材教案、教辅教案、习题教案，两种思路任你选择。
 课前预习、课堂笔记、课后作业，多种模式自由组合。

《鼎尖学案》丛书特色

- **学案模式自主定制** 《鼎尖学案》将教学过程分为课前预习、课堂笔记、课后作业三个环节，充分考虑教师的教学习惯和学生的差异性。同时依托《鼎尖教案》，提供多种学案组合模式，供您自由选择定制，满足师生的个性化需求。《鼎尖学案》的问世，标志着教辅个性化时代的到来。
- **教案学案配套使用** 丛书的编写以《鼎尖教案》为基础，合理区分教师教案和学生学案的内容功能，强调教案和学案的配套使用，强调教案与学案的实质性互动对接，方便于教师教学和学生听课、做笔记、训练，有助于提高教师的教学效果和学生的听课效率。是学生听课的笔记本，课堂训练、课后作业的作业本，让上课更方便，让学习更轻松。
- **互动开放方便实用** 《鼎尖学案》充分利用“鼎尖教案”这一动态开放式资源平台，体现教案与学案的互补功能，通过预留空白等形式，避免了以往的教案和学案对教学过程统得过多、过死以及不符合教学实际等问题，为教师主导作用和学生主体作用的充分发挥，提供了广阔的思维空间。在装订方式上，我们也将根据您的要求，或采用成书的方式，或采用活页的方式进行制作，方便您的使用。

国家新课程改革的教学观，强调教学目标的全面性和具体化，强调学习方式、教学活动方式的多样化，强调学习的选择性。要适应新课程教学改革的要求，提倡自主、探索与合作的学习方式，使学生在教师指导下主动地、富有个性和创造性地学习，就必须坚持教学模式的多样化。

教学模式的多样化是新课程实施的重要途径，也为教学模式的多样化研究提供了有利的理论和实践环境。教学模式的多样化，要求教师必须在准确把握教学目标、教学内容、师生情况、运用条件和评价体系特点的前提下，利用和发挥自身特长、体现自身特色，采用相应的教学模式。

《鼎尖教案》系列丛书，是依托延边教育出版社多年教案出版经验和资源优势，由近百名教辅研究专家精心策划的一套教案丛书。书中的教学案例，大都是在全国范围内广泛征集的优秀作品，是全国一线特高级教师经验智慧的结晶，代表着当前教学改革方向和最高水平，堪称精品。

丛书以“教学模式多样化”为基本原则，通过科学合理的设计，克服了以往教案类产品无法解决的教学模式单一的问题，对于推进新课程改革具有很强的指导意义，是广大教师教学的参考和帮手，其主要特点如下：

- **工具性** 突出实用性、系统性、工具性、资料性，汇集教学教案、重难点知识讲解、类题（题型）讲解、规律方法总结、知识体系构建、训练题库等内容，为教师提供融课堂教学、钻研教材、课后辅导、习题编选于一体的全息资源库。
- **选择性** 体现教学模式多样化原则，对同一知识体系的教授和解读方式，提供两种教学形式和教学思路，展示两种解决问题的方法，搭建动态开放的资源平台。教师可根据学生特点和教学习惯自由选择组合，形成多种教学模式。
- **系统性** 创新教案编写模式，内容包括教材教案、教辅教案、习题教案三个板块，为教师提供教学模式多样化的全方位系统解决之道，教师得到的不仅是新授课的教案，更有复习课、训练讲评等内容的教案。同时注重教师用书与学生用书的配套互补功能，同步推出配套学案，方便教师教学。

教学模式开发和应用的过程，是一个随着教育理论和教学实践不断发展的双向的动态的过程，在探索教学模式多样化的过程中，按照“学习—实践—评价—创新—构建”的思路，我们将不断探索和创新更多的教学模式。同时感谢在本书编写和教案征集中，为我们提供帮助和支持的广大教师，也希望有更多的人能够参与进来，与我们共同探索实现教学模式多样化的思路和办法。

北京世纪鼎尖教育研究中心

教材教案

教学目标

- 知识与技能
- 过程与方法
- 情感、态度与价值观

重点难点

- 重点
- 难点

案例一、二(以课时为单位)

- 教学过程
- 板书设计
- 教学反思(随机设置)

教辅教案

案例一 课时详解(以课时为单位)

- 课堂导入
- 课前自主学习
- 课堂合作探究
 - 情景激疑
 - 知识点归纳
 - 典例剖析
- 概括整合

案例二 精析精练(以节为单位)

- 课堂合作探究
 - 重点难点突破
 - 典型例题分析
- 规律方法总结

定时巩固检测

- 基础训练
- 能力提升

习题教案

案例一 同步练习(以课时为单位)

案例二 一课3练(以节为单位)

- 基础巩固
- 能力升级
- 拓展探究

单元末

单元概括整合

- 单元复习课
- 单元测试卷



体例表解

主要栏目名称		栏目设计功能	栏目使用建议		
教材教案	[教学目标]	[知识与技能]	依据教材和课程标准,让学生了解本课时的“三维目标”		
		[过程与方法]			
		[情感、态度与价值观]			
	[重点难点]	[重点]	帮助教师、学生准确把握教材的深广度,明确本课时学习的重点、难点		
		[难点]			
	案例一 案例二 (以课时为单位)	[教学过程]	体现情景设置、师生互动等课堂教学思路,既给教师以启发,又不束缚教师的创造性	两套案例体现了不同的教学思路和技巧,教师可根据自己的授课模式,自主选择一种教学案例,师生互动,完成教学	
[板书设计]		直观、清晰地呈现本课时的主要内容			
[教学反思](机动)		对教学方法和教学过程的反思,提出改进设想			
教辅教案	[课堂导入]	[课堂导入]	激发学生学习兴趣,导入本课内容	学生课前自主完成	
		[课前自主学习]	引导学生自学课本内容,培养自主学习能力		
	案例一 课时详解 (以课时为单位)	[课堂合作探究]	[情景激疑]	提供课堂讨论材料,学生思考归纳出知识点	可供教师授课,学生自主学习时使用
			[知识点归纳]	通过情景激疑的讨论引出知识点内容,按知识分块讲解,各个击破	
			[典例剖析]	通过例题讲解、变式练习,理解、巩固知识点	
	[概括整合]	将本课时主要内容总结归纳,帮助学生形成知识网络			
	案例二 精析精练 (以节为单位)	[课堂合作探究]	[重点难点突破]	对本节重点和难点知识进行详细全面讲解,按知识层次整体突破	
			[典型例题分析]	通过例题讲解、变式练习,理解、巩固知识点内容	
		[规律方法总结]	将本节主要规律、方法总结归纳,帮助学生形成知识网络		
	[定时巩固检测]		通过强化训练,巩固所学知识	教师可安排学生课堂集中检测和课后自主完成相结合	
习题教案	案例一 同步练习(以课时为单位)		用习题让学生对本课时所学知识进行检测	教师可安排学生课堂集中检测和课后自主完成相结合	
	案例二 一课3练(以节为单位)		将习题划分为“基础巩固——能力升级——拓展探究”,让学生对本节所学知识分层次进行检测		
单元末	[单元概括整合]	[单元复习课]	通过例题分析导入,归纳总结知识规律或解题方法,提高解题能力	教师指导学生对本章内容进行回顾	
		[单元测试卷]	以测试卷的形式对本章学习效果进行检测	教师安排学生课堂集中检测,或者学生课后自主完成	

第一章 计数原理

1

1.1 基本计数原理(1课时)	(1)
第一教案 教材教案	(1)
案例(一)	(1)
案例(二)	(2)
第二教案 教辅教案	(4)
案例(一) 课时详解	(4)
案例(二) 精析精练	(5)
定时巩固检测	(6)
第三教案 习题教案	(7)
案例(一) 同步练习	(7)
案例(二) 一课3练	(8)
1.2 排列与组合	(10)
1.2.1 排列(1课时)	(10)
第一教案 教材教案	(10)
案例(一)	(10)
案例(二)	(12)
第二教案 教辅教案	(14)
案例(一) 课时详解	(14)
案例(二) 精析精练	(16)
定时巩固检测	(17)
第三教案 习题教案	(18)
案例(一) 同步练习	(18)
案例(二) 一课3练	(19)
1.2.2 组合(3课时)	(21)
第一教案 教材教案	(21)
第1课时 组合及组合数公式	(21)
案例(一)	(21)
案例(二)	(22)
第2课时 组合数的两个性质	(23)
案例(一)	(23)
案例(二)	(24)
第3课时 组合及组合数的综合应用	(26)
案例(一)	(26)
案例(二)	(27)
第二教案 教辅教案	(28)
案例(一) 课时详解	(28)
第1课时 组合及组合数公式	(28)
第2课时 组合数的两个性质	(29)
第3课时 组合及组合数的综合应用	(30)

案例(二) 精析精练	(32)
定时巩固检测	(34)
第三教案 习题教案	(36)
案例(一) 同步练习	(36)
案例(二) 一课3练	(39)
1.3 二项式定理	(40)
1.3.1 二项式定理(1课时)	(40)
第一教案 教材教案	(40)
案例(一)	(40)
案例(二)	(42)
第二教案 教辅教案	(43)
案例(一) 课时详解	(43)
案例(二) 精析精练	(45)
定时巩固检测	(46)
第三教案 习题教案	(47)
案例(一) 同步练习	(47)
案例(二) 一课3练	(48)
1.3.2 杨辉三角(1课时)	(50)
第一教案 教材教案	(50)
案例(一)	(50)
案例(二)	(51)
第二教案 教辅教案	(53)
案例(一) 课时详解	(53)
案例(二) 精析精练	(55)
定时巩固检测	(56)
第三教案 习题教案	(57)
案例(一) 同步练习	(57)
案例(二) 一课3练	(58)
单元概括整合	(59)
单元复习课	(59)
单元测试卷(A)	(63)
单元测试卷(B)	(64)
第二章 概率	67
2.1 离散型随机变量及其分布列	(67)
2.1.1 离散型随机变量	(67)
2.1.2 离散型随机变量的分布列(1课时)	(67)
第一教案 教材教案	(67)
案例(一)	(67)
案例(二)	(69)

目录 CONTENTS



第二教案 教辅教案	(70)	2.2.3 独立重复试验与二项分布(1课时)	(107)
案例(一) 课时详解	(70)	第一教案 教材教案	(107)
案例(二) 精析精练	(73)	案例(一)	(107)
定时巩固检测	(74)	案例(二)	(109)
第三教案 习题教案	(75)	第二教案 教辅教案	(111)
案例(一) 同步练习	(75)	案例(一) 课时详解	(111)
案例(二) 一课3练	(76)	案例(二) 精析精练	(113)
2.1.3 超几何分布(1课时)	(78)	定时巩固检测	(115)
第一教案 教材教案	(78)	第三教案 习题教案	(116)
案例(一)	(79)	案例(一) 同步练习	(116)
案例(二)	(80)	案例(二) 一课3练	(117)
第二教案 教辅教案	(81)	2.3 随机变量的数字特征	(119)
案例(一) 课时详解	(81)	2.3.1 离散型随机变量的数学期望(1课时)	(119)
案例(二) 精析精练	(82)	第一教案 教材教案	(119)
定时巩固检测	(83)	案例(一)	(120)
第三教案 习题教案	(84)	案例(二)	(121)
案例(一) 同步练习	(84)	第二教案 教辅教案	(124)
案例(二) 一课3练	(85)	案例(一) 课时详解	(124)
2.2 条件概率与事件的独立性	(87)	案例(二) 精析精练	(126)
2.2.1 条件概率(1课时)	(87)	定时巩固检测	(128)
第一教案 教材教案	(87)	第三教案 习题教案	(129)
案例(一)	(87)	案例(一) 同步练习	(129)
案例(二)	(88)	案例(二) 一课3练	(131)
第二教案 教辅教案	(89)	2.3.2 离散型随机变量的方差(1课时)	(134)
案例(一) 课时详解	(89)	第一教案 教材教案	(134)
案例(二) 精析精练	(91)	案例(一)	(134)
定时巩固检测	(92)	案例(二)	(136)
第三教案 习题教案	(93)	第二教案 教辅教案	(137)
案例(一) 同步练习	(93)	案例(一) 课时详解	(137)
案例(二) 一课3练	(94)	案例(二) 精析精练	(139)
2.2.2 事件的独立性(1课时)	(96)	定时巩固检测	(140)
第一教案 教材教案	(96)	第三教案 习题教案	(142)
案例(一)	(96)	案例(一) 同步练习	(142)
案例(二)	(97)	案例(二) 一课3练	(143)
第二教案 教辅教案	(100)	2.4 正态分布(1课时)	(145)
案例(一) 课时详解	(100)	第一教案 教材教案	(145)
案例(二) 精析精练	(101)	案例(一)	(145)
定时巩固检测	(103)	案例(二)	(146)
第三教案 习题教案	(104)	第二教案 教辅教案	(148)
案例(一) 同步练习	(104)	案例(一) 课时详解	(148)
案例(二) 一课3练	(105)		

CONTENTS 目录

案例(二) 精析精练	(149)
定时巩固检测	(151)
第三教案 习题教案	(151)
案例(一) 同步练习	(151)
案例(二) 一课3练	(153)
单元概括整合	(155)
单元复习课	(155)
单元测试卷(A)	(158)
单元测试卷(B)	(161)

第三章 统计案例 164

3.1 独立性检验(1课时)	(164)
第一教案 教材教案	(164)
案例(一)	(164)
案例(二)	(165)
第二教案 教辅教案	(166)
案例(一) 课时详解	(166)
案例(二) 精析精练	(167)
定时巩固检测	(169)
第三教案 习题教案	(170)
案例(一) 同步练习	(170)

案例(二) 一课3练	(171)
3.2 回归分析(1课时)	(172)
第一教案 教材教案	(172)
案例(一)	(173)
案例(二)	(174)
第二教案 教辅教案	(175)
案例(一) 课时详解	(175)
案例(二) 精析精练	(178)
定时巩固检测	(179)
第三教案 习题教案	(180)
案例(一) 同步练习	(180)
案例(二) 一课3练	(182)
单元概括整合	(185)
单元复习课	(185)
单元测试卷(A)	(187)
单元测试卷(B)	(190)

模块综合测试卷(A) 193

模块综合测试卷(B) 196

附录 个性化学案模式说明

选择适合您的“学案”模式	(198)
个性化学案组合	(200)

第一章 计数原理

1.1 基本计数原理(1课时)

第一教案

教材教案

教学 目标

知识与技能

理解分类加法计数原理和分步乘法计数原理的基本特点.

过程与方法

通过具体的例子,探索总结两个基本原理的应用.

情感、态度与价值观

本节的学习,体现数学在实际中的应用,认识科学的科学

价值.

重点 难点

重点

理解分类加法计数原理与分步乘法计数原理.

难点

会利用两个原理分析和解决一些简单的应用问题.

案例 (一)

教学 过程

一、复习引入

设计意图:通过具体例子,引入课堂,更能集中学生的注意力.

[师]显示问题:

(1)一次集会共 50 人参加,结束时,大家两两握手,互相道别,请你统计一下,大家握手次数共有多少?

(2)某商场有东南西北四个大门,当你从一个大门进去又从另一个大门出来,问你共有多少种不同走法?

[生]思考回答问题.

二、新课讲授

[师]提出问题.

问题 1:春天来了,要从上海到北京旅游,有三种交通工具供选择:长途汽车、旅客列车和客机.已知当天长途车有 2 班,列车有 3 班.问共有多少种走法?

设问 1:从上海到北京按交通工具可分几类方法?

第一类方法,乘火车,有 _____ 种方法;

第二类方法,乘汽车,有 _____ 种方法;

∴ 从甲地到乙地共有 _____ 种方法.

[生]思考讨论.

设问 2:每类方法中的每一种方法有什么特征?

问题 2:春天来了,要从上海到北京旅游,若想中途参观南开大学,已知从上海到天津有 3 种走法,从天津到北京有两种走法;问要从上海到北京共有多少种不同的方法?

从上海到北京须经 _____,再由 _____ 到北京,有 _____ 个步骤.

第一步,由上海去天津有 _____ 种方法;

第二步,由天津去北京有 _____ 种方法.

设问:上述每步中的每种方法能否单独实现从上海经天津到达北京的目的?

[生]思考讨论.

(一)基本概念:

1. 分类加法计数原理

做一件事,完成它有 n 类办法,在第一类办法中有 m_1 种不同的方法,在第二类办法中有 m_2 种不同的方法……在第 n 类办法中有 m_n 种不同的方法.那么完成这件事共有 $N = m_1 + m_2 + \dots + m_n$ 种不同的方法.

2. 分步乘法计数原理

做一件事,完成它需要分成 n 个步骤,做第一个步骤有 m_1 种不同的方法,做第二个步骤有 m_2 种不同的方法……做第 n 个步骤有 m_n 种不同的方法.那么完成这件事共有 $N = m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ 种不同的方法.

3. 概念拓展

[师]让学生思考讨论,引导他们共同分析概念的特征和应注意的问题.

①标准必须一致,而且全面、不重不漏.

②“类”与“类”之间是并列的、互斥的、独立的,即:它们两两的交集为空集.

③每一类方法中的任何一种方法均能将这件事情从头至尾完成.

④“步”与“步”之间是连续的,不间断的,缺一不可;但也不能重复、交叉.

⑤若完成某件事情需 n 步,每一步的任何一种方法只能完成这件事的一部分且必须依次完成这 n 个步骤后,这件事情才算完成.

(二)典型例题

例 1:书架的第 1 层放有 4 本不同的计算机书,第 2 层放有 3 本不同的文艺书,第 3 层放有 2 本不同的体育书.

(1)从书架上任取 1 本书,有多少种不同的取法?

(2)从书架的第 1、2、3 层各取 1 本书,有多少种不同的取法?

解:(1)从书架上任取 1 本书,有 3 类办法:第 1 类办法是从第 1 层取 1 本计算机书,有 4 种方法;第 2 类办法是从第 2 层取

1本文艺书,有3种方法;第3类办法是从第3层取1本体育书,有2种方法,根据分类加法计数原理,不同取法的种数是 $4+3+2=9$.

所以,从书架上任取1本书,有9种不同的取法.

(2)从书架的第1、2、3层各取1本书,可以分成3个步骤完成:第1步从第1层取1本计算机书,有4种方法;第2步从第2层取1本文艺书,有3种方法;第3步从第3层取1本体育书,有2种方法,根据分步乘法计数原理,从书架的第1、2、3层各取1本书,不同取法的种数是 $4 \times 3 \times 2 = 24$.

所以,从书架的第1、2、3层各取1本书,有24种不同的取法.

例2:一种号码拨号锁有4个拨号盘,每个拨号盘上有从0到9共10个数字,这4个拨号盘可以组成多少个四位数码?

解:每个拨号盘上的数字有10种取法,根据分步乘法计数原理,4个拨号盘上各取1个数字组成的四位数字号码的个数是 $N=10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$.

所以,可以组成10 000个四位数码.

例3:要从甲、乙、丙3名工人中选出2名分别上日班和晚班,有多少种不同的选法?

解:从3名工人中选1名上日班和1名上晚班,可以看成是经过先选1名上日班,再选1名上晚班两个步骤完成,先选1名上日班,共有3种选法;上日班的工人选定后,上晚班的工人有

2种选法.根据分步乘法计数原理,不同的选法数是 $N=3 \times 2 = 6$ (种),6种选法可以表示如下:

日班	晚班
甲	乙
甲	丙
乙	甲
乙	丙
丙	甲
丙	乙

所以,从3名工人中选出2名分别上日班和晚班,有6种不同的选法.

(三)变式训练

[师]显示变式训练题目:

若分给你10块完全一样的糖,规定每天至少吃一块,每天吃的块数不限,问共有多少种不同的吃法? n 块糖呢?

[生]完成题目训练.

三、课堂小结

本节课学习了两个重要的计数原理及简单应用.

四、课堂练习

教材练习A第1、2题.

五、课后作业

教材习题1-1A第1、2题,习题1-1B第2题.

板 书 设计

一、复习引入	(一)基本概念	例2
二、新课讲授	1. 分类加法计数原理	例3
问题展示	2. 分步乘法计数原理	(三)变式训练
问题1:	3. 概念拓展	三、课堂小结
问题2:	(二)典型例题	四、课堂练习
	例1	五、课后作业

案 例 (二)

教 学 过 程

一、课题导入

[师]从引言部分大家了解到,排列组合是有关完成某项工作的方法种数的知识,在实际生产生活中有着十分广泛的应用,而学习排列组合知识,首先要熟悉分类加法计数原理与分步乘法计数原理这两个关于计数的基本原理,它们是在人们大量实践经验的基础上归纳出来的基本规律.它们不但是推导排列数、组合数计算公式的依据,而且其基本思想方法贯穿在解决本章应用问题的始终.

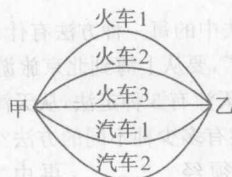
下面,我们将通过实例给出两个基本原理,并结合实例进一步熟悉两个原理.

二、讲授新课

[师]首先,我们来看问题一.

问题一:从甲地到乙地,可以乘火车,也可以乘汽车.一天中,火车有3班,汽车有2班.那么一天中,乘坐这些交通工具从甲地到乙地共有多少种不同的走法?

[师生共析]要完成从甲地到乙地这件事,从交通工具上可以分为两类选择,即乘火车或者乘汽车,无论乘坐哪一类都可到达目的地.若乘火车有3种走法,若乘汽车有2种走法.由于每一种走法都可以从甲地到达乙地,所以共有 $3+2=5$ 种不同的走法,如图所示.



[师]在上述的分析过程中,就体现了分类加法计数原理.(板书原理内容)

分类加法计数原理:做一件事,完成它有 n 类办法,在第一类办法中有 m_1 种不同的方法,在第二类办法中有 m_2 种不同的方法……在第 n 类办法中有 m_n 种不同的方法.那么完成这件事共有 $N=m_1+m_2+\dots+m_n$ 种不同的方法.

[师]对于分类加法计数原理,我们应注意以下几点:

- (1)从分类加法计数原理中可以看出,各类之间相互独立,都能完成这件事,且各类方法数相加;
- (2)分类时,首先要根据问题的特点确定一个分类的标准,然后在确定的分类标准下进行分类;
- (3)完成这件事的任何一种方法必属于某一类,并且分别属于不同两类的两种方法都是不同的方法.

[师]接下来,我们再看问题二.

问题二:从甲地到乙地,要从甲地先乘火车到丙地,再于次日从丙地乘汽车到乙地.一天中,火车有3班,汽车有2班,那么两天中,从甲地到乙地共有多少种不同的走法?

[师]问题二与问题一同是研究从甲地到乙地的不同走法,但是,我们要注意找出这两个问题的不同之处.

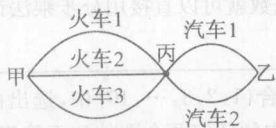
[生]在前一问题中,采用乘火车或乘汽车中的任何一种方式,都可以从甲地到达乙地.而在这个问题中,必须经过先乘火车,后乘汽车两个步骤,才能从甲地到达乙地.

[师]很好,下面我们就按照上述思路来完成问题二的解答.

[师生共析]要完成从甲地到乙地这件事,需要分成两个步骤,即第一步乘火车,第二步乘汽车.因为乘火车有3种走法,乘汽车有2种走法,并且两步依次完成后才能达到目的,所以乘一次火车再接乘一次汽车从甲地到乙地,共有 $3 \times 2 = 6$ 种不同的走法.

[师]从如下的图示中,我们可以具体地看到这6种走法.

图示:



所有走法:

- | | |
|-----------|-----------|
| 火车1——汽车1; | 火车1——汽车2; |
| 火车2——汽车1; | 火车2——汽车2; |
| 火车3——汽车1; | 火车3——汽车2. |

[师]在问题二的分析过程中,就体现了分步乘法计数原理.

(板书原理内容)

分步乘法计数原理:做一件事,完成它需要分成 n 个步骤,做第一个步骤有 m_1 种不同的方法,做第二个步骤有 m_2 种不同的方法……做第 n 个步骤有 m_n 种不同的方法.那么完成这件事共有 $N = m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ 种不同的方法.

[师]对于分步乘法计数原理,我们还应注意以下几点:

- (1)分步乘法计数原理与“分步”有关,各个步骤相互依存,只有各个步骤都完成了,这件事才算完成;
- (2)分步时首先要根据问题的特点确定一个分步的标准;
- (3)分步时还要注意满足完成一件事必须并且只需连续完成 n 个步骤后这件事才算完成.

[师]下面,我们结合例题来一起体会两个基本原理的正确运用.

[例1]电视台在“欢乐大本营”节目中拿出两个信箱,其中存放着先后两次竞猜中成绩优秀的观众来信,甲信箱中有30封,乙信箱中有20封,现由主持人抽奖确定幸运观众,若先确定一名幸运之星,再从两信箱中各确定一名幸运伙伴,有多少种不同的结果?

分析:抽奖过程分三步完成,考虑到幸运之星可分别出现在两个信箱中,故可分两种情形考虑.

解:分两大类:

(1)幸运之星在甲箱中抽,先定幸运之星,再在两箱中各定一名幸运伙伴有 $30 \times 29 \times 20 = 17\,400$ 种结果;

(2)幸运之星在乙箱中抽,同理有 $20 \times 19 \times 30 = 11\,400$ 种结果.

因此共有不同结果 $17\,400 + 11\,400 = 28\,800$ 种.

[师]大家在综合运用两个原理时,既要会合理分类,又能合理分步,一般情形是先分类后分步.

[例2]4张卡片的正、反面分别有0与1,2与3,4与5,6与7,将其中3张卡片排放在一起,可组成多少个不同的三位数?

分析:分三步确定百位、十位、个位,注意到首位不能为0,且正反两面可用.

解:分三个步骤:

第一步:首位可放 $8 - 1 = 7$ 个数;

第二步:十位可放6个数;

第三步:个位可放4个数.

根据分步乘法计数原理,可以组成 $N = 7 \times 6 \times 4 = 168$ 个数.

[师]分类加法计数原理和分步乘法计数原理是排列组合的理论基础,这两个原理的本质区别在于分类与分步,分类用分类加法计数原理,分步用分步乘法计数原理.用分类加法计数原理的关键在于恰当分类,分类要做到“不重不漏”,应用分步乘法计数原理的关键在于分步,要正确设计分步程序.

[师]下面我们通过课堂练习来进一步熟悉基本原理的应用.

三、课堂练习

教材练习A.

四、课堂小结

[师]通过本节学习,要求大家正确理解分类加法计数原理与分步乘法计数原理,并能正确运用两个基本原理分析、解决生产生活中的实际应用问题.

五、课后作业

- 1.教材习题1-1A第2、3题,习题1-1B第2、3题.
- 2.自我提高:
 - (1)熟悉基本原理应用;
 - (2)各例题中分类或分步的标准是什么?

板书设计

一、课题导入	2.分步乘法计数原理	三、课堂练习
二、讲授新课	3.例1	四、课堂小结
1.分类加法计数原理	4.例2	五、课后作业



解析 从题意来看6部分种4种颜色的花,又从图形看知必有2组同颜色的花,从同颜色的花入手分类求.

(1)②与⑤同色,则③⑥也同色或④⑥也同色,所以共有 $N_1=4 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1=48$ 种;

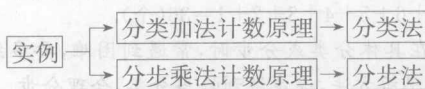
(2)③与⑤同色,则②④或⑥④同色,所以共有 $N_2=4 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1=48$ 种;

(3)②与④且③与⑥同色,则共有 $N_3=4 \times 3 \times 2 \times 1=24$ 种,所以,共有 $N=N_1+N_2+N_3=48+48+24=120$ 种.

答案 120

概括 整合

1. 网络结构图



2. 两个原理的区别:都是涉及完成一件事的不同方法种类的计数方法,它们的区别在于:分类加法计数原理与“分类”有关,各种方法独立,用任何一种都可以完成这件事.分步乘法计数原理与“分步”有关,各步骤相互依存,只有各个步骤都完成了这件事才算完成.

案例(二)——精析精练

课堂 合作 探究

重点难点突破

知识点一 正确理解分类加法计数原理

要正确理解分类加法计数原理,需要注意以下三点:

①清楚做“一件事”的含义,即知道做“一件事”,或叫完成一个“事件”在每个题中的具体所指;②解决“分类”问题用分类加法计数原理.需要分类的事件不妨叫做“独立事件”,即完成事件通过途径A,则不必再通过途径B就可以单独完成,每类办法都可完成这件事.注意各类方法之间的独立性和并列性.否则,不独立会出现重复,不并列会出现遗漏;③每个题中,标准不同,分类也不同.分类的基本要求是,每一种方法必属于某一类(不漏),任意两种方法是不同类的方法(不重复).

知识点二 正确理解分步乘法计数原理

要正确理解分步乘法计数原理,需要注意以下三点:

①清楚做“一件事”的含义,即知道做“一件事”,在每个题中需要经过哪几个步骤;②“分步”用分步乘法计数原理,需要分成若干个步骤,每个步骤都完成了,才算完成一个事件,不妨称此为“相关事件”.注意各步骤之间的连续性;③每个题中,标准不同,分步也不同.分步的基本要求是:一是完成一件事,必须且只需连续做完几步,既不漏步也不重步;二是两个步骤的方法之间是无关的,不能互相替代.

知识点三 分类加法计数原理和分步乘法计数原理的区别和联系

分类加法计数原理与分步乘法计数原理的共同点是把一个原始事件分解成若干个分事件来完成.

两个原理的区别在于一个和分类有关,一个和分步有关.

“做一件事,完成它有 n 类办法”,这里是对完成这件事情的所有办法的一个分类,分类时,首先要根据问题的特点确定一个适合它的分类标准,然后在这个分类标准下进行分类;其次,分类时要注意满足一个基本要求:完成这类事情的任何一种方法必须属于某一类,并且分别属于不同种类的两种方法是不同的方法,只有满足这些条件,才可以用分类计数原理.

“做一件事,完成它需要分成 n 个步骤”,这是指完成这件事情的任何一种方法,都要分成 n 个步骤,分步时,首先要根据问题的特点,确定一个分步的可行标准;其次,分步时还要注意满足

完成一件事情必须且只需连续完成这 n 个步骤,这件事情才算圆满完成,只有满足这些条件,才能使用分步计数原理.

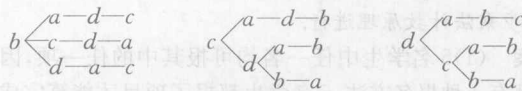
典型例题分析

题型1 分类加法计数原理问题

【例1】 a, b, c, d 排成一行,其中 a 不排第一, b 不排第二, c 不排第三, d 不排第四的不同排法共有多少种?

解析 根据四个元素的不同情况,逐步分类,研究所有的排列方式有几种.

答案 依题意,符合要求的排法可分为第一个排 b, c, d 中的某一个,共3类,每一类中不同排法可采用画“树图”的方式逐一排出:



∴符合题意的不同排法共有9种.

方法规律 用树图法,解决一些个数不多的问题比较适合,但是当数目很多时就不好用,再就是注意不要重复和遗漏.

【变式训练1】 从长度分别为1、2、3、4的四条线段中,任取三条的不同取法共有 n 种,在这些取法中,以取出的三条线段为边可组成的三角形的个数为 m ,则 $\frac{m}{n}$ 等于

- A. 0
- B. $\frac{1}{4}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{3}{4}$

解析 $n=4$,在“1、2、3、4”这四条线段中,由三角形的性质“两边之和大于第三边,两边之差小于第三边”知可组成三角形的有“2、3、4”, $m=1$, ∴ $\frac{m}{n}=\frac{1}{4}$.

答案 B

【例2】 在所有两位数中,个位数字大于十位数字的两位数共有多少个?

解析 在0~9这10个数字中,按照题目要求组成的两位数中,个位数字不能为0和1,十位数字不能为0和9,也就是说组成两位数的数字可按个位分类或按十位分类来计算.

答案 解法一:按个位数字是2、3、4、5、6、7、8、9分成8类,在每一类中满足条件的两位数分别是1个、2个、3个、4个、5个、6个、7个、8个.

则共有 $1+2+3+4+\dots+7+8=36$ (个).

解法二:按十位数字是 1,2,3,4,5,6,7,8 分成 8 类,在每一类中满足条件的两位数分别是 8 个,7 个,6 个,5 个,4 个,3 个,2 个,1 个.

则共有 $8+7+6+5+4+3+2+1=36$ (个).

思维点拨 在具体分类或分步时,常遇到困难,要多练习,多积累经验,掌握思维方法,逐步做到恰当分类,合理分步.

【变式训练 2】 三边长均为整数,且最大边长为 11 的三角形的个数是多少?

答案 设较小的两边长为 x, y 且 $x \leq y$,

则 $x \leq y \leq 11, x+y > 11, x, y \in \mathbf{N}_+$.

当 $x=1$ 时, $y=11$;

当 $x=2$ 时, $y=10, 11$;

当 $x=3$ 时, $y=9, 10, 11$;

当 $x=4$ 时, $y=8, 9, 10, 11$;

当 $x=5$ 时, $y=7, 8, 9, 10, 11$;

当 $x=6$ 时, $y=6, 7, 8, 9, 10, 11$;

当 $x=7$ 时, $y=7, 8, 9, 10, 11$;

.....

当 $x=11$ 时, $y=11$.

所以不同三角形的个数为

$$1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1=36.$$

题型 2 分步乘法计数原理问题

【例 3】 五名学生报名参加四项体育比赛,每人限报一项,报名方法的种数为多少?又他们争夺这四项比赛的冠军,获得冠军的可能性有多少种?

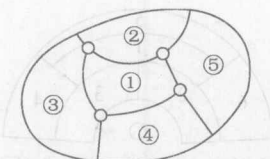
解析 根据学生报名情况,每人都可以从任何一项中选一项,用分步乘法计数原理进行.

答案 (1)5 名学生中任一名均可报其中的任一项,因此每个学生都有 4 种报名方法,5 名学生都报了项目才能算完成这一事件,故报名方法种数为 $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$.

(2)每个项目只有一个冠军,每一名学生都可能获得其中的一项冠军,因此每个项目获冠军的可能性有 5 种,故有 $n = 5 \times 5 \times 5 = 5^4$ 种.

方法规律 涉及分步计算问题,采用分步乘法计数原理进行.

【变式训练 3】 如下图,一个地区分为 5 个行政区域,现给地图着色,要求相邻区域不得使用同一颜色,现有 4 种颜色可供选择,则不同的着色方法共有_____种.(以数字作答)



解析 依次染①、②、③、④、⑤,故有 $4 \times 3 \times 2 \times 3 \times 1 = 72$ 种.

答案 72

【例 4】 关于正整数 2 160,求:

(1)它有多少个不同的正因数?

(2)它的所有正因数的和是多少?

解析 对正因数有不同的认识,即把 2 160 分解成几个因数的乘积形式.

答案 (1) $\because N = 2\ 160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$,

$\therefore 2\ 160$ 的正因数为 $P = 2^\alpha \cdot 3^\beta \cdot 5^\gamma$,

其中 $\alpha = 0, 1, 2, 3, 4, \beta = 0, 1, 2, 3, \gamma = 0, 1$.

$\therefore 2\ 160$ 的正因数共有 $5 \times 4 \times 2 = 40$ 个.

(2)式子 $(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4) \times (3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3) \times (5^0 + 5^1)$ 的展开式就是 40 个正因数.

\therefore 正因数之和为 $31 \times 40 \times 6 = 7\ 440$.

方法规律 根据分步乘法计数原理对因式分解进行求解,第(2)问展开后有多项正因数,即从每个括号中取一项,再相乘即可.

【变式训练 4】 从 -1, 0, 1, 2 这四个数中选三个不同的数作为函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的系数,可组成不同的二次函数共有_____个,其中不同的偶函数共有_____个.(用数字作答)

解析 一个二次函数对应着 $a, b, c (a \neq 0)$ 的一组取值, a 的取法有 3 种, b 的取法有 3 种, c 的取法有 2 种,由分步乘法计数原理,知共有二次函数 $3 \times 3 \times 2 = 18$ 个.当 $b = 0$ 时,函数为偶函数.

答案 18 6

规律方法总结

1. 在解决问题时要分清分类与分步的标准和方式,并且要遵循两个原则:(1)按事情发生的过程进行分步;(2)按元素的性质进行分类.

2. 分类加法计数原理与分步乘法计数原理使用方法有两种:①单独使用;②联合使用.不管怎么用,都要注意做到不重复不遗漏.

定时巩固检测

基础训练

1. 某城市的电话号码,由六位升为七位(首位数字均不为零),则该城市可增加的电话部数是_____.

A. $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3$ B. 8×9^6

C. 9×10^6 D. 81×10^5

【答案】 D(点拨:电话号码是六位数字时,该城市可安装电话 9×10^5 部,同理升为七位时为 9×10^6 部, \therefore 可增加的电话部数是 $9 \times 10^6 - 9 \times 10^5 = 81 \times 10^5$.)

2. 有 4 部车床,需加工 3 个不同的零件,其不同的安排方法有_____种.

A. 3^4 B. 4^3 C. $4 \times 3 \times 2$ D. 4^4

【答案】 B(点拨:事件为“加工 3 个零件”,每个零件都加工完这件事就算完成,应以“每个零件”为分步标准,共 3 步,而每个零件能在四部机床中的任一台上加工,所以有 4 种方法,于是安排方法有 $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$ 种.)

3. 5 名同学去听同时进行的 4 个课外知识讲座,每个同学可自由选择,则不同的选择种数是_____.

A. 5^4 B. 4^5 C. $5 \times 4 \times 3 \times 2$ D. $\frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{4}$

【答案】 B(点拨:因为 5 名同学都去听讲座,这件事才能完

成,所以应以同学进行分步,又因为讲座是同时进行的,每个同学只能选择其中一个讲座来听,于是有4种选择.当完成时共有 $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$ 种不同选法.)

4. 集合 $M = \{1, 2, 3\}$ 的子集共有 ()
 A. 8 B. 7 C. 6 D. 5

【答案】 A(点拨:此题事件为:从集合 M 中选取部分元素组成子集,因此就以元素为对象进行分步.而 M 中每个元素有选与不选两种情况,于是子集的个数应为 $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$.)

5. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{5, 6, 7\}$, 则从 A 到 B 的所有不同映射的个数是 ()
 A. 81
 B. 64
 C. 12
 D. 以上都不正确

【答案】 A(点拨:因映射为从 A 到 B , 所以 A 中每一个元素在 B 中应有一元素与之对应,也就是 A 中所有元素在 B 中都有象,因此应按 A 中元素分为4步,而对于 A 中每一元素,可与 B 中任一元素对应,于是不同对应个数应为 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$.)

6. 从1到10的正整数中,任意抽取两个相加,所得和为奇数的不同情形有_____种.

【答案】 25(点拨:当且仅当偶数加上奇数后和为奇数,从而不同情形有 $5 \times 5 = 25$ 种.)

7. 72的正约数(包括1和72)共有_____个.

【答案】 12(点拨: $72 = 2^3 \times 3^2$, $\therefore 2^m \cdot 3^n$ ($0 \leq m \leq 3, 0 \leq n \leq 2, m, n \in \mathbb{N}$) 都是72的正约数. m 的取法有4种, n 的取法有3种,由分步乘法计数原理共 3×4 个.)

能力提升

8. (1)4名同学选报跑步、跳高、跳远三个项目,每人报一项,共有多少种报名方法?

(2)4名同学争夺跑步、跳高、跳远三项冠军,共有多少种可能的结果?

【答案】 (1)要完成的是“4名同学每人从三个项目中选一项报名”这件事,因为每人必报一项,四人都报完才算完成,于是按人分步,且分为四步,又每人可在三项中选一项,选法为3种,所以共有 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ 种报名方法.

(2)完成的是“三个项目冠军的获取”这件事,因为每项冠军只能有一人获得,三项冠军都有得主,这件事才算完成,于是应以“确定三项冠军得主”为线索进行分步.而每项冠军是四人中的某一人,有4种可能情况,于是共有 $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$ 种可能的情况.

9. 乘积 $(a_1 + a_2 + a_3)(b_1 + b_2 + b_3 + b_4)(c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5)$ 展开后共有多少项?

【答案】 因为展开后的每一项为第一个括号中的一个,第二个括号中的一个与第三个括号中的一个的乘积,所以应分三步: $m_1 = 3, m_2 = 4, m_3 = 5$,于是展开后共有 $m_1 \times m_2 \times m_3 = 3 \times 4 \times 5 = 60$ 项.

10. 在1~20共20个整数中取两个数相加,使其和为偶数的不同取法共有多少种?

【答案】 取 $a + b$ 与取 $b + a$ 是同一种取法.分类标准为两加数的奇偶性,第一类,偶偶相加,由分步乘法计数原理得 $\frac{10 \times 9}{2} = 45$ 种取法,第二类,奇奇相加,也有 $\frac{10 \times 9}{2} = 45$ 种取法.根据分类计数原理共有 $45 + 45 = 90$ 种不同取法.

第三教案

习题教案

案例(一)——同步练习

1. 某小组有男生8名,女生7名,要从中选出一名组长,不同的选法种数共有 ()

A. 8种 B. 7种 C. 15种 D. 56种

- 【答案】** C(点拨:只要选出一名组长即可,共有 $8 + 7 = 15$ 种方法.)

2. 书架上层放4本不同的数学书,中层放6本不同的外语书,下层放5本不同的语文书,从中任取1本,不同的取法种数有 ()

A. 15 B. 120 C. 3 D. 1

- 【答案】** A(点拨:用分类加法计数原理.)

3. 从甲地到乙地一天有汽车8班,火车3班,轮船2班,则某人一天内乘坐不同班次的汽车、火车或轮船到乙地时,共有不同的走法数为 ()

A. 13种 B. 16种 C. 24种 D. 48种

- 【答案】** A(点拨:用分类加法计数原理.)

4. 某电脑用户计划使用不超过500元的资金购买单价分别为60元、70元的单片软件和盒装磁盘.根据需要,软件至少买3件,磁盘至少买两盒,则不同的选购方式共有 ()

A. 5种 B. 6种 C. 7种 D. 8种

- 【答案】** C(点拨: $500 - 3 \times 60 - 2 \times 70 = 180$, 设用剩余的180元选购单片软件 x 片,盒装磁盘 y 盒,则 $60x + 70y \leq 180$ 元

($x, y \in \mathbb{N}$). 当 $x = 0$ 时, $y = 0, 1, 2$; 当 $x = 1$ 时, $y = 0, 1$; 当 $x = 2$ 时, $y = 0$; 当 $x = 3$ 时, $y = 0$. 不等式共7组解, \therefore 选购方法有7种.)

5. 5个高中毕业生报考三所重点院校,每人报且只报一所,则不同的报名方法有 ()

A. 3^5 (种) B. 5^3 (种)
 C. $5 \times 4 \times 3$ (种) D. 5×3 (种)

【答案】 A(点拨:5个高中毕业生报考重点院校这件事可分为5个步骤完成.每步完成一个人的报考,有三种方法,由分步乘法计数原理可得报名方法总数为 $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$.)

6. 为了对某种新品种选择最佳的生产条件,在分别有4种土质、2种不同的施肥量、3种不同的种植密度、2种不同的播种时间的因素下进行种植试验,则不同的试验方案共有_____种.

【答案】 48(点拨:进行种植试验有4个步骤.)

7. 已知 $a \in \{0, 3, 4\}$, $b \in \{1, 2, 7, 8\}$, $r \in \{8, 9\}$, 则方程 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 表示不同的圆的个数是_____.

【答案】 24(点拨:按选取分三步来完成共有 $3 \times 4 \times 2 = 24$.)

8. 甲厂生产的空调外壳形状有3种,颜色有4种,乙厂生产的空调外壳形状有4种,颜色有5种,均与甲厂的不同.这两厂生产的空调仅从外壳的形状和颜色看,共有_____种不同的