

21世纪高等教育系列教材

大学物理实验

主 编 韩春艳
副主编 贾天俊 李宏伟 薛 华



电子科技大学出版社

新世纪高等教育系列教材

大学物理实验

主 编 韩春艳

副主编 贾天俊 李宏伟

薛 芳 薛 芳

西安理工大学

主 编

学 号 1000000000 0000000000

非物理专业学生选修，物理专业学生必修。可作为理工类大学物理实验教材。

理

电子科技大学出版社

地址：四川省成都市高新区世纪城新蜀大道中段1号

电话：(028) 85412000 85412001 85412002

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/韩春艳主编. —成都:电子科技大学出版社, 2008. 8

(21世纪高等教育系列教材)

ISBN 978-7-81114-950-0

I. 大… II. 韩… III. 物理学—实验—高等学校—教材 IV. O4-38

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第122040号

21世纪高等教育系列教材

大学物理实验

主 编 韩春艳

副主编 贾天俊 李宏伟 薛 华

出 版: 电子科技大学出版社(成都市一环路东一段159号电子信息产业大厦 邮编: 610051)

策划编辑: 谢晓辉

责任编辑: 辜守义

主 页: www.uestcp.com.cn

电子邮箱: uestcp@uestcp.com.cn

发 行: 新华书店经销

印 刷: 北京广达印刷有限公司

成品尺寸: 170 mm×228 mm 印张 13.5 字数 250 千字

版 次: 2008年8月第一版

印 次: 2008年8月第一次印刷

书 号: ISBN 978-7-81114-950-0

定 价: 21.00 元

■ 版权所有 侵权必究 ■

- ◆ 本社发行部电话: 028-83202463, 本社邮购电话: 028-83208003。
- ◆ 本书如有缺页、破损、装订错误, 请寄回印刷厂调换。
- ◆ 课件下载在我社主页“下载专区”。

前 言

本教材参照教育部高等学校非物理类专业物理基础课程教学指导委员会公布的“非物理类学科大学物理实验课程教学基本要求”(正式报告稿)和“高等工业学校物理实验课程教学基本要求”,借鉴兄弟院校成熟的物理实验教材,结合作者多年教学实践经验编写而成。

本教材借鉴国内外物理实验教学改革成果,从结构上和内容上进行了重大改革,力求理论完整,实验知识系统化,课题设置层次化,其特点如下:

1. 教材总体结构安排上打破了物理实验教材按照物理学理论知识体系编排的传统方法,采用了基础性实验、综合性实验、设计性实验的架构。在内容安排上充分考虑到理工科有关专业特点及基础课教学的需要,其内容涉及面广、实用性强;在内容阐述上,既考虑到多数学生的认知规律和教学基本要求,也兼顾了优秀学生深入研究的需求,为因材施教提供了更多的教学层次和伸缩空间。

2. 改变了物理实验教材中实验课题按“传授知识”思路的传统编写方法,突出了基本能力和创新思维、创新方法、创新能力的培养。实验课题除了包括基础性实验和综合性实验外,还增加了设计性实验,以便学生在完成一定数量的基础性和综合性实验后,逐步学会独立进行实验设计,以培养学生的独立实验能力、分析与研究问题能力和创新能力,为今后从事科研工作打下基础。

3. 精选了必做的实验内容,压缩了传统性的验证课题。在大部分传统实验中引入了新的测量方法、现代通用测量仪器、能拓宽思维的具体实验内容。使学生在进行基础训练的同时,了解更多的现代测量新技术、新方法;同时,也有利于开拓学生的眼界。

4. 在数据处理方面,采用了前细后粗的引导方式,使学生不仅逐步掌握数据处理的基本方法,还能够自主发挥。在实验结果的质量评价方面,采用了“不确定度”的概念及相关理论,使学生掌握这种国际标准评价方法。

本书由韩春艳主编,贾天俊、李宏伟、薛华担任副主编。本书在

编写过程中得到本院普通物理教研室全体人员的鼓励和支持,在此谨致以深切的谢意。

由于编者学识和水平有限,书中难免存在不妥甚至错误之处,敬请广大读者不吝批评、指正。

编 者

2008 年 8 月

目 录

绪 论	(1)
第 1 章 测量误差与实验数据处理基本知识	(3)
1.1 测量与误差	(3)
1.2 误差的处理基础	(7)
1.3 测量不确定度	(12)
1.4 有效数字与数据处理	(17)
第 2 章 物理实验常用仪器及其使用	(23)
2.1 基本的长度测量仪器	(23)
2.2 基本的质量测量仪器	(29)
2.3 基本的时间测量仪器	(32)
2.4 基本的温度测量仪器	(37)
2.5 基本电磁学实验仪器	(39)
2.6 普通物理实验室常用光源	(60)
2.7 气压计	(63)
第 3 章 基础性实验	(65)
3.1 长度的测量	(65)
3.2 固体密度的测量	(67)
3.3 气垫导轨测速度和加速度	(70)
3.4 金属杨氏弹性模量的测定	(74)
3.5 三线摆法测物体的转动惯量	(80)
附录 三线摆转动惯量公式的推导	(83)
3.6 测定冰的熔解热	(84)
3.7 电表的改装与校准	(87)
附录 Fz-DJB 型电表改装与校准实验仪使用说明	(94)
3.8 用模拟法测绘静电场	(95)
3.9 电位差计的应用	(101)
3.10 单臂电桥测电阻	(103)
3.11 双臂电桥测金属导体的电阻率	(107)
3.12 霍尔效应及其应用	(110)

3.13	示波器的使用	(118)
3.14	薄透镜焦距的测定	(127)
3.15	利用牛顿环测量透镜的曲率半径	(132)
3.16	分光计的调整和使用	(136)
3.17	迈克尔逊干涉仪的使用	(142)
3.18	光的偏振现象的研究	(148)
第4章	综合性实验	(154)
4.1	密立根油滴实验	(154)
4.2	弗兰克-赫兹实验	(163)
4.3	用光电效应测普朗克常量	(169)
4.4	空气中声速的测定	(173)
4.5	液体表面张力系数测定	(178)
4.6	用动态悬挂法测金属材料的杨氏模量	(182)
4.7	用透射光栅测光波波长	(185)
4.8	全息照相	(190)
4.9	用旋光仪测旋光率和浓度	(195)
第5章	设计性实验	(199)
5.1	概 述	(199)
5.2	用伏安法测量低值电阻	(201)
5.3	用电势差计校准电流表	(202)
5.4	用劈尖法测量细丝的直径	(202)
5.5	用灵敏电流计测量二极管的反向电流	(203)
5.6	用交流电桥测电阻	(203)
5.7	万用电表的设计与定标	(204)
5.8	非平衡电桥的应用(自组热敏电阻温度计)	(205)
附 录		(206)
附录 A	物理实验中常用仪器的基本误差允许极限(Δ 值)	(206)
附录 B	国际单位制(SI)	(208)
附录 C	基本物理常数(1986年国际推荐表)	(209)
参考文献		(210)

绪 论

一、开设物理实验课的目的

科学实验是人们探索自然规律的一种研究方法。物理实验是科学实验的重要组成部分,是科学实验的先驱,它体现了大多数科学实验的共性,实验思想、实验方法和实验手段等方面是各学科科学实验的基础。

物理实验课是高等理工科院校对学生进行科学实验基本训练的基础课程,是本科生接受系统实验方法和实验技能训练的开端。它将使学生得到系统的实验方法和实验技能的训练,了解科学实验的主要过程和基本方法,为实验能力和综合素质的培养与发展奠定基础。同时它的实验思想和方法、实验设计和测量方法以及分析问题与解决问题的方法也将对学生的智力发展,特别是对创新意识的发展大有裨益。整个实验教学活动的进行也将有助于学生实事求是的作风、严谨的科学态度及高尚的品德的培养。

二、物理实验课的任务

(1)通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量,使学生进一步掌握物理实验的基本知识、基本方法和基本技能;并能运用物理学原理和物理实验方法研究物理现象和规律,加深对物理学原理的理解。

(2)培养与提高学生的科学实验基本能力,其中包括:

- 1)能够自行阅读实验教材或资料,做好实验前的准备。
- 2)能够借助教材或仪器说明书,正确调整和使用常用仪器。
- 3)能够对常用物理量进行一般测量,了解常用的实验方法。
- 4)能够运用物理学理论知识,对实验现象进行初步分析和判断。
- 5)能够正确记录和处理实验数据、绘制曲线、分析误差原因、说明实验结果、撰写合格的实验报告。
- 6)能够完成简单的设计性实验。

(3)培养与提高学生的创新思维、创新意识、创新能力。通过物理实验引导学生深入观察实验现象、建立合理的模型、定量研究物理规律;能够运用物理学理论对实验现象进行初步的分析判断,逐步学会提出问题、分析问题、解决问题的方法和激发学生创造性思维;能够完成符合规范要求的设计性内容

的实验,进行简单的具有研究性或创意性内容的实验。

(4)培养与提高学生的科学实验素养。要求学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风,严肃认真的工作态度,整洁有序的良好习惯,勇于探索的创新精神和遵守纪律、团结协作、爱护公物的优良品德。

三、物理实验课的要求

(1)实验预习。认真阅读实验教材,对实验内容作全面了解。明确本次实验要达到的目的,以此为出发点,理解实验所依据的理论、所采用的实验方法;了解控制物理过程的关键和必要的实验条件;知道实验要进行的内容和实施步骤;了解实验仪器的构造原理、使用方法、读数方法及注意事项等。在此基础上写出实验预习报告。

(2)实验过程。实验操作是整个实验教学中最重要的环节。在实验中,要按实验要求,独立进行仪器的安装和调整,认真做好实验的每一步;要努力弄懂为何要这样安排实验、如此规定实验步骤的道理;要仔细观察各种实验现象,认真记录测量的数据;要注意观察到的现象是否与预期的一样,这些现象说明了什么问题,出现故障时如何根据现象分析产生的原因等。实验中要遵守各项规章制度,注意安全。

(3)实验报告。实验报告是对实验工作的全面总结,应做到用词确切、字迹整洁、数据完整、图表规范、结果明确。实验报告包括以下内容:

- 1)实验名称、实验目的。
- 2)仪器设备记录,包括型号、规格、参数等。
- 3)简要的实验原理,包括基本公式、必要的电路图、光路图。
- 4)实验内容及简要步骤。
- 5)实验数据记录表格。原始数据在教师审核、签字后有效,必须将原始数据附在实验报告中。
- 6)数据处理,包括利用各种方法如列表法、作图法、逐差法或最小二乘法处理实验数据,计算实验结果及计算测量不确定度。最后要给出实验结论。
- 7)分析讨论,包括对实验误差的分析、实验方法的改进与建议、实验后的体会等。

第1章 测量误差与实验数据处理 基本知识

1.1 测量与误差

物理实验离不开对物理量的测量,测量有直接的,也有间接的。由于仪器、实验条件、环境等因素的限制,测量不可能无限精确,物理量的测量值与客观存在的真实值之间总会存在着一定的差异,这种差异就是测量误差。

1.1.1 测量

1. 测量的概念

测量是指为确定被测量对象的量值而进行的被测量与仪器相比较的实验过程。

例如,用直尺去测量某钢丝的长度,把直尺作为标准的长度量具,使钢丝伸直与之对齐并记录钢丝两端相应的读数之差。

2. 测量的分类

测量分为直接测量和间接测量。

(1)直接测量。是指被测量与仪器直接比较,得出被测物体量值的测量。

例如,一张桌子的长度与米尺相比,得出桌子的长度是 1.522 m。

(2)间接测量。是指由一个或几个直接测得量经已知函数关系计算出被测量值的测量。

例如,测量单摆的摆长 l 和振动周期 T ,由已知公式 $g=4\pi^2 l/T^2$ 计算出重力加速度 g 值的过程,就是间接测量。

1.1.2 误差

1. 误差的有关概念

(1)真值。物理实验时要对一些物理量进行测量。各被测量在实验当时条件下均有不以人的意志为转移的真实大小,称此值为被测量的真值。测量的理想结果是真值。

(2) 测量值。实验时所测得的被测量的值。

(3) 误差。测量仪器只能准确到一定程度,再加上有环境条件的影响以及观测者操作和读数不能十分准确,理论上也有近似性,测量值和真值总是不一致的。测量值减去真值的差为测量值的误差。

$$\text{测量值} - \text{真实值} = \text{误差}$$

2. 误差的表示

(1) 绝对误差。设某物理量的测量值为 x , 它的真值为 x_0 , 则 $x - x_0 = \delta_x$; 由此式所表示的误差 δ_x 和测量值 x 具有相同的单位, 它反映测量值偏离真值的大小, 所以称为绝对误差。

(2) 相对误差。误差还有一种表示方法, 叫做相对误差。它反映的是测量值偏离真值的相对大小, 其公式为

$$E_x = \frac{\delta_x}{x_0} \times 100\%$$

相对误差 E_x 没有量纲, 是一个用百分数表示的比值, 通常取两位有效数字。

绝对误差可以表示一个测量结果的可靠程度, 而相对误差则可以比较不同测量结果的可靠性。例如, 测量两条线段的长度, 第一条线段用最小刻度为毫米的刻度尺测量时读数为 10.3 mm, 绝对误差为 0.1 mm (值读得比较准确时), 相对误差为 0.97%, 而用准确度为 0.02 mm 的游标卡尺测得的结果为 10.28 mm, 绝对误差为 0.02 mm, 相对误差为 0.19%; 第二条线用上述测量工具分别测出的结果为 19.6 mm 和 19.64 mm, 前者的绝对误差仍为 0.1 mm, 相对误差为 0.51%, 后者的绝对误差为 0.02 mm, 相对误差为 0.1%。比较这两条线的测量结果, 可以看到, 用相同的测量工具测量时, 绝对误差没有变化, 用不同的测量工具测量时, 绝对误差明显不同, 准确度高的工具所得到的绝对误差小。然而相对误差则不仅与所用测量工具有关, 而且也与被测量的大小有关, 当用同一种工具测量时, 被测量的数值越大, 测量结果的相对误差就越小。

3. 误差的分类

在实验中进行测量和数据处理时, 都应着眼于减少误差, 尽可能使实验结果接近真值。误差产生的原因是多方面的, 按误差的性质和产生的原因可分为系统误差和随机误差两大类。

(1) 系统误差。系统误差的特点是在相同条件下, 对同一物理量进行多次测量时, 误差的大小和正负总保持不变, 或按一定的规律变化, 或是有规律地

重复。相同条件包括:相同的测量程序、相同的观测者、在相同的条件下使用相同的测量仪器、在相同地点、在短期内重复测量等。系统误差等于多次测量的平均值减去测量的真值。设被测量的真值为 x_0 , 多次测量的算术平均值为 $\bar{x}$, 一系列测量结果为 x_i , 则系统误差

$$\delta_{\text{系统}} = \bar{x} - x_0$$

系统误差主要来自以下三个方面:

1) 仪器误差

这是由于测量仪器不完善或有缺陷, 以及没有按规定条件使用而造成的误差。仪器误差常表现为下面三种情况:

①示值误差。如米尺由于变形造成刻度不标准; 电表的轴承磨损引起示值不标准等。

②零值误差。如千分尺由于磨损致使在零位时, 读数不为零; 电表在使用之前未调整零位等。

③仪器机构和附件误差。如天平两臂不等长, 砝码不准, 电桥的标准电阻不准等。

2) 方法误差

这是由于实验理论、实验方法或实验条件不合要求而引起的误差。如用伏安法测电阻, 采用不同的连接方法, 电表的内阻会给测量带来误差; 在热学实验中, 绝热条件的好坏对测量结果的影响等。

3) 人员误差

这是由于观测者个人生理和心理上的特点所造成的误差。如在使用停表计时中, 有的人失之过长, 有的人失之过短; 在电表读数时, 有人偏左而有人偏右; 在估计读数时, 有人习惯偏大而有人习惯偏小等。

系统误差常分为两类, 即已定系统误差和未定系统误差。前者指其误差的符号和绝对值均已确定, 而后者是指其误差的符号或绝对值尚未确定。

(2) 随机误差或称偶然误差。在同一条件下, 对某一物理量进行多次测量时, 每次测量的结果有差异, 其差异的大小和符号以不可预定的方式变化着。这种误差称为随机误差或偶然误差。随机误差等于测量结果减去多次测量的平均值, 即随机误差

$$\delta_{\text{随机}} = x_i - \bar{x}$$

随机误差是由于一些偶然的、不确定的因素引起的。例如, 各次观察时仪器对得不准; 调节平衡时, 平衡点确定不准; 读数不准确; 实验仪器由于环境温度、湿度、振动、杂散电磁场的干扰, 电源电压的波动等因素引起测量值的变化。这些因素的影响一般是微小的、混杂的, 并且是随机出现的, 这就难以确

定某个因素产生的具体影响的大小。

每项测量的随机误差是无规则的,但若测量次数充分多时,就会发现在一定条件下,它具有一定的规律性。这种规律性表现在随机误差服从一定的统计规律,具体表现为:

1)绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率要大得多。

2)比真值大的测量值与比真值小的测量值出现的概率相等。

3)绝对值相等的正误差与负误差出现的概率相等。

(3)系统误差与随机误差的关系。系统误差的特征是它的确定性,而随机误差的特征是它的随机性,两者经常同时存在于实验之中,有时难以严格区分。通常把一些不确定的系统误差看做随机误差,也常把一些确定的但规律过于复杂的系统误差当做随机误差来处理。有时,两者的区别与空间和时间的因素有关。例如,环境温度对标准仪器的影响,在短时间内可以看成是系统误差,而在长时间内则认为是随机误差。另外,随着科学技术的发展,人们对误差来源及其变化规律的认识加深,有可能把过去认识不到而归于随机误差的某些误差,确定为系统误差。

还必须指出,在测量中,由于读数或计算时发生错误,致使测量结果与真值之间产生较大的偏差(过失误差或粗大误差),这种偏差是错误而不是误差,它是不应该出现的,也是完全可以避免的。

4. 对误差大小的评价

实验中常用精密度、准确度和精确度来评价实验结果中误差的大小。这三个概念的含义不同,应加以区别。

(1)精密度。表示测量结果中随机误差大小的程度。精密度高是指在多次测量中,数据的离散性小,随机误差小。

(2)准确度。表示测量结果中系统误差大小的程度。准确度高表示多次测量数据的平均值偏离真值的程度小,系统误差小。

(3)精确度。精确度是对测量结果中系统误差和随机误差大小的综合评价。精确度高表示在多次测量中,数据比较集中,且逼近真值,即测量结果中的系统误差和随机误差都比较小。

另外,在评价测量结果时,常用到精度这个概念。精度是一个泛指的概念,有时它是表示系统误差的大小,即准确度的高低;有时它是表示随机误差的大小,即精密度的大小;同时,它也可用来综合评定系统误差和随机误差的大小,即表示测量结果的精确度。

1.2 误差的处理基础

1.2.1 随机误差的处理

1. 随机误差的概率分布

大量实践和理论都证明,大部分测量的随机误差服从统计规律。

(1)正态分布。正态分布的测量值 x 的概率密度 $f(x)$ 为

$$f(x) = \frac{1}{\sigma(x) \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-x_0}{\sigma(x)} \right)^2 \right]$$

式中, σ —— $n \rightarrow \infty$ 时的标准偏差, 其中 $\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n}}$;
 x_0 —— x 的期望值。

用随机误差 δ 代替变量 x , 用 δ 的期望值 0 代替 x_0 , 正态分布的随机误差 δ 的概率密度 $f(\delta)$ 为

$$f(\delta) = \frac{1}{\sigma(\delta) \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\delta}{\sigma(\delta)} \right)^2 \right]$$

服从正态分布的随机误差概率密度分布曲线如图 1-1 所示, 标准偏差越大, 随机误差的分布范围越宽, 测量结果的分散性越大; 反之, 标准偏差越小, 随机误差分布在 0 值附近很小的范围内, 测量结果的分散程度小。

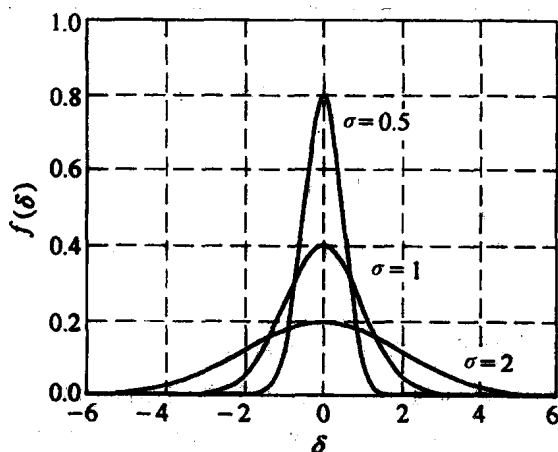


图 1-1 不同 σ 值的正态分布曲线图

正态分布的随机误差的统计特点:

1) 对称性: 绝对值相同的正、负误差出现的次数相同;

2) 抵偿性: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \delta_i = 0$;

3) 单峰性: 在 $\delta=0$ 处, 概率最大;

4) 有界性: 随机误差的绝对值不会超过一定界限。

随机误差在 $(-\infty, +\infty)$ 区间内取值的概率为 1。标准偏差 σ 越小, 正态分布曲线越陡, 则小误差出现的概率也越大, 大误差出现的概率就越小, 这意味着测量值越集中。因此, σ 的大小说明了测量值的离散性, 即测量值相对于真值的分散程度。

(2) 均匀分布。误差的均匀分布曲线如图 1-2 所示, 特点是误差均匀地分布在某一区域, 在此区域内误差出现的概率密度处处相同, 而在该区域以外误差出现的概率为零。

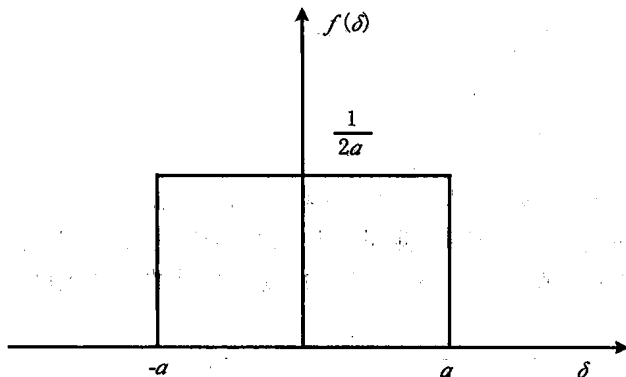


图 1-2 误差的均匀分布曲线

$$f(\delta) = \begin{cases} \frac{1}{2a} & (-a \leq \delta \leq a) \\ 0 & (-a > \delta \text{ 或 } \delta > a) \end{cases}$$

2. 被测量真值和测量方差的估计值

理论上计算被测量的真值 x_0 (即数学期望 $M(x)$) 与方差 $\sigma^2(x)$ 需要 $n \rightarrow \infty$, 即有无限多个测量数据。但是在实际情况下, 只能进行有限次测量, 得到有限多个测量数据。利用这有限多个测量数据我们可以求得被测量的真值 x_0 (即数学期望 $M(x)$) 的估计值 $\hat{x}_0$ 和方差的估计值 $\hat{\sigma}^2(x)$ 。这里“ $\hat{}$ ”是表示

估计值的符号。

(1) 被测量真值的最佳估计值。通常把测量数据的算术平均值 $\bar{x}$ 作为被测量真值 x_0 的最佳估计值 $\hat{x}_0$, 即

$$\hat{x}_0 = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

把测量值与算术平均值之差称为剩余误差, 简称残差, 即

$$\nu_i = x_i - \bar{x}$$

(2) 方差的估计值

方差的估计值:

$$\hat{\sigma}^2(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \nu_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

标准偏差的估计值:

$$\hat{\sigma}(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \nu_i^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

上式称为贝塞尔公式。

在一般情况下, 我们对 σ 和 $\hat{\sigma}$ 并不加以严格区别, 统称为标准偏差。

(3) 算术平均值的标准偏差及其估计值

算术平均值的标准偏差为 $\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma(x)}{\sqrt{n}}$

算术平均值的方差估计值为 $\hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{\sigma}^2(x)}{n}$

算术平均值的标准偏差估计值为 $\hat{\sigma}(\bar{x}) = \frac{\hat{\sigma}(x)}{\sqrt{n}}$

在实际测量中, 一般取 $n=5 \sim 10$ 次即可。

例 1-1 甲、乙两人分别用不同的方法对同一电感进行多次测量。结果如下(均无系统误差及粗差):

甲 $x_a(\text{mH}): 1.28 \quad 1.31 \quad 1.27 \quad 1.26 \quad 1.19 \quad 1.25$

乙 $x_b(\text{mH}): 1.19 \quad 1.23 \quad 1.22 \quad 1.24 \quad 1.25 \quad 1.20$

试根据测量数据对他们的测量结果进行粗略评价。

解 分别计算两组算术平均值得

$$\bar{x}_a = 1.26 \text{ mH}$$

$$\bar{x}_b = 1.22 \text{ mH}$$

分别计算两组测量数据的方差估计值(总体方差估计值)为

$$\hat{\sigma}^2(x_a) = 1.6 \times 10^{-3}$$

$$\hat{\sigma}^2(x_b) = 0.54 \times 10^{-3}$$

计算两组测量数据算术平均值的方差估计值时,得到的结果是

$$\hat{\sigma}^2(\bar{x}_a) = \frac{1}{6} \times 1.6 \times 10^{-3} = 0.27 \times 10^{-3}$$

$$\hat{\sigma}^2(\bar{x}_b) = \frac{1}{6} \times 0.54 \times 10^{-3} = 0.09 \times 10^{-3}$$

可见,两人测量次数虽相同,但算术平均值和方差估计值相差较大,表明乙所进行的测量精密度高。

3. 测量结果的置信度与表示方法

(1) 置信区间与置信概率

1) 置信度:测量结果值得信赖的程度。随机变量的“置信度”,通常用随机变量落于某一区间(称为“置信区间”)的概率(称为“置信概率”)来表示。

2) 置信区间:测量数据 x 的取值范围,即置信区间为 $[M(x)-a, M(x)+a]$ 。随机误差 δ 的取值范围即置信区间为 $[-a, +a]$ 。

3) 置信概率:随机变量落于“置信区间”的概率。置信概率可用概率密度曲线 $f(\delta)$ 与置信区间横坐标包围的面积表示。测量数据 x 落入置信区间 $[M(x)-a, M(x)+a]$ 的概率等于随机误差 δ 落入置信区间 $[-a, +a]$ 的概率。

$$P_c = P\{|\delta| \leq a\} = P\{|x - M(x)| \leq a\}$$

4) 超差概率:随机变量落在置信区间以外的概率,又称为置信水平或显著性水平。

$$\alpha = P\{|\delta| \geq a\} = 1 - P_c$$

5) 置信系数:置信区间极限 a 与标准偏差 σ 的比值。

$$K = \frac{a}{\sigma}$$

(2) 置信度的计算

1) 正态分布之测量数据的置信度

$$P_c = \frac{2}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^{K\sigma} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right) d\delta$$

2) 有限次测量情况下的置信度——通常采用 t 分布来计算置信概率。

$$t = \frac{\bar{x} - M(x)}{\hat{\sigma}(x)} = \frac{\bar{x} - M(x)}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}}$$

随机变量 t 的概率密度 $f(t)$ 服从 t 分布。 t 分布的一个重要特点是其分布与 σ 无关。当测量次数 n 较小时, t 分布与正态分布的差别较大,但当 $n \rightarrow \infty$ 时,分布趋于正态分布。