数学小品译丛

〔美〕H. 伊乌斯 著
江 嘉 禾 译

数学史菁华

（下）

四 川 教 育 出 版 社

数学小品译丛

数学史菁华

下卷（1650年后）

H.伊乌斯著
江 嘉 禾 译

四 川 教 育 出 版 社
一九八九年·成都

责任编辑：胡师度
封面设计：文小牛
版面设计：顾求实

数学史菁华（下）　　数学小品译丛

四川教育出版社出版发行　　（成都盐道街三号）
四川省新华书店经销　　四川新华印刷厂印刷

开本787×960毫米1/32　印张11.75　插页4　字数192千
1989年9月第一版　　1989年9月第一次印刷
印数：1—1000册

ISBN7—5408—1115—3/G·1086 定价：3.25元

作者为汉译本写的附言

江嘉禾教授担负起将我的《数学史菁华》一书译为汉语的任务，从而使我们两国又靠近了一点。为此我殊感荣幸，极为欣喜。数学史上的这些菁华说明，数学是没有国界的，也许这就是“四海之内皆兄弟也”这个箴言的寓意吧。

H.伊乌斯

1986.9.16.

前　言

美国数学协会的《多尔恰尼数学介绍性著作》丛书，是因机缘巧合而问世的。

纽约市立大学亨特学院多尔恰尼 (Mary P. Dolciani) 教授，本人是一位才华出众、工作热情的教师和作者，她一直在追求数学讲解工作中理想的上乘境界。

美国数学协会乐于接受多尔恰尼教授设置这套丛书的慷慨馈赠。她既是协会出版委员会的委员，又是管理委员会的委员，为协会服务，成绩斐然。管理委员会真诚愉快地决定将这套丛书冠以她的名字，以示敬意。

本丛书的选题既要求清新的口语风格，也要求引人入胜的数学内容。预期，各卷都有丰富的习题。很多卷还附有解答。因此，这套丛书将能提供有价值的丰富材料，尤其是综述性课题的材料。我们设想，这套丛书是有数学才能的中学生可以看懂的，但水平更高的数学工作者也不能对此掉以轻心。

美国数学协会出版委员会主席

贝肯巴赫

(EdwinF. Beckenbach)

序　　言

《数学史菁华》下卷是上卷中展开的那一系列讲演的继续．在上卷里，我们提出了20个讲演，专讲1650年以前数学史上发生的重大事件；在下卷里，我们也提出20个讲演，专讲1650年以后数学史上发生的重大事件．但是，现在选择题目比上卷困难得多，因为近代数学中可以考虑收入《数学史菁华》的精品真是琳琅满目，而由于篇幅匮乏，很多精品只好割爱了，实为憾事．

读者将会发现，下卷的要求比上卷稍高一些，这一点当非意外，不过多少懂一点初等微积分也就足以对材料有一个基本了解了．

我们要再次致歉的是，口语讲演原有的生动活泼、情趣盎然的气氛被简略的书面形式弄得黯然失色了；一大堆各式各样的教具（仰射透明膠片、彩色幻灯片、地图、画像、实物、课桌实验等等）无法使用了；由于篇幅匮乏，许多令人着迷的轶事和有关的故事只好舍去．例如，第二十九讲介绍第一个非交换代数的发现，这是很令人激动的，但其书面介绍却是多么索然无味，缺少情趣：哈密尔顿、

格拉斯曼、凯利、格布斯等人的透明画像无影无踪了；瞻仰都柏林附近皇家运河上布茹姆大桥时拍摄的一组彩色幻灯片也束之高阁了，其中有一个镜头拍的是一块石碑，碑文是纪念哈密尔顿于1843年10月16日傍晚在石碑所在之处突然想出了四元数的乘法表，还有几个镜头拍的是人们沿着运河纤道散步的情景，那是这位著名数学家喜爱的活动；此外，还有三一学院、敦辛克天文台、哈密尔顿诗集样本和别的哈密尔顿纪念品的照片，以及有关这位爱尔兰第一流数学家发人深省的轶事，也都概付阙如了。

H.伊乌斯

1978～1979年冬于缅因州，

鲁贝克，狐谷

答 谢

多尔恰尼丛书委员会主任R.洪斯贝格尔教授以及委员G.L.阿列克山得森教授、J.马尔凯维契教授、K.R.芮卜曼教授细心阅读了原稿，提出了建设性的意见，他们的批评和建议都是非常宝贵的．为此我向他们表示最真诚的谢意．

H·伊乌斯

* * *

献给C.V.纽瑟，

以示友谊与谢忱。

目　录

二十一、杂乱有章

在人脚复杂的骨骼结构中，脚后跟里有一块骨头，正好在踝骨上方，叫做**距骨**．在人身上，在脚部发达的动物身上，距骨是很不规则的，但是在有蹄动物如绵羊、山羊以及各种鹿身上，距骨却有粗略的对称性：横截面呈方形．两底边呈弧形，一条稍凸，另一条稍凹．这种骨头密实无髓，坚固耐磨，近似于立方体，边长不足一英寸，经过打磨可以具有很高的光洁度．

发掘史前遗址的考古学家发现大量成堆的有蹄小动物的距骨，有时发现成堆的五颜六色的小石头，这种事情并不罕见．因此，如果猜测这些骨头或石子可能被史前期人类用来作为计数石或筹码，用来作为大人及其子女的玩物，似乎是合情合理的．尽管距骨在史前期的这样一种用处只是猜测，但是，毫无疑问，公元前的古巴比伦人和埃及人，古希腊人和罗马人，的确曾经把距骨用来作为儿童

玩具的．我们知道，到处的学童们都玩距骨，有时候是这样玩的：把四个距骨平放在手指关节上，手轻轻一抬，把距骨抛向空中，然后在距骨下落时尽力把它们一把抓住．此外，从希腊的瓶绘艺术可见，有时是把距骨投进画在地上的一个小圆圈里，很象是今天的孩子们玩弹子．究竟是大人采用了孩子们的玩具，还是孩子们照搬大人的工具，这是没法说清的，但是到了埃及第一个朝代（约公元前3500年），距骨确实在形形色色的竞赛游戏里得到利用，在有些游戏里，棋子是按照上抛距骨的下落情况在棋盘上走动的．有一幅埃及墓画，画的是一位晚年的贵族，他面前放了一张棋盘，他的手指尖上巧妙地平放着一个距骨，正要往上抛起的情景．今天法国和意大利的孩子们还在拿距骨做游戏，乡村店铺里可以买到金属做成的距骨．

这里自然不宜侈谈那虚无缥缈的游戏史，也不宜深究那迷离惝恍的赌博起源．赌博是从比赛发展而来，还是从打赌、抓阄产生，抑或由迷信的占卜打卦、求签扶乩而来？不管怎样，到公元前1200年左右，有标记的立方形骰子已经演变成形，成为在比赛中比距骨更合适的一种机遇发生器．这种理想工具是在世界各地同时出现的，头一批原始的骰子很可能是把距骨的两个弯曲的对立面磨平而造出来的．一颗骰子的各面有不同的标记，是用某种略呈

圆形的雕刻工具在诸面上钻出若干小的浅坑表示的.

赌博,作为一项比赛,只用骰子而不使用穿连裆裤的棋盘和棋子，自然会应运而生，而局中人自然也会关心掷两颗或多颗骰子得钱的机遇或概率. 因此，虽然古希腊哲学家曾经相当详细地讨论过必然性和偶然性问题，但是对概率的研究却是由于试图估计某些赌博性比赛，特别是掷骰子比赛中的机遇而发端的，这样说也许是对的.

概率论史家很难说出这一学科的理论发展何以姗姗来迟的理由. 当然，掷骰子要实现机会均等，那就一定要等到造出了“童叟无欺”的骰子才行；只要比赛或占卜仍在使用打磨光滑、适当标记的距骨或简便的木块、象牙、石块，各面下落的规律就很难看清；此外，计算经验概率需要一些冗长的试验序列，以前可能没有什么人能够记录掷骰子的情况并达到所要求的试验长度. 因此，人们似乎只能感到骰子或距骨的下落是完全由神意支配的.

我们知道，古罗马帝王以及周围的有闲富豪们曾经对赌博达到了如痴如醉的地步，例如，克罗迪尔斯一世（公元前10年至公元54年）据说对掷骰子真是废寝忘食，甚至出过一本书，题为《掷骰子取胜法》，不幸未能流传下来. 但是，对于随机事件的估算，只是到了文艺复兴时期才有了真正的开

始，那时写作与计数的能力已经流传很广，简单的代数也已发展.

15世纪末叶及16世纪初叶，有些意大利数学家试图估计某些赌博比赛，如骰子比赛中的机遇，只是到了这个时候对概率才有了真正数学上的处理，这样说看来是恰当的. 第十六讲里曾经提到，卡大诺（1501～1576）写过一本赌徒指南的小册子，其中涉及数学概率的某些比较简单的问题. 但是，一般认为，可以作为概率论起源的一个问题，则是所谓的**分数问题**. 这个问题要求对一场中断了的机遇性比赛确定赌注的分配，假定两个局中人技艺相当，已知他们在中断时各自的分数以及赢得这场比赛所需的分数. 帕丘里（1445～1509）修士在其1494年的通俗读物《概要》①一书中首先把这个分数问题写进了一本数学著作. 这个问题后来又经卡大诺及塔塔里亚（约1499～1557）加以讨论. 这些人得到的都是不正确的答案. 直到1654年，一个技艺高超、经验丰富的赌徒梅雷鉴于其理论推理与其观察不符，把这个问题向巴斯卡尔提出后，才取得了真正的进展. 巴斯卡尔对这个问题很感兴趣，写信告诉了费马. 随后，这两位法国数学家便展开了一场著名的通信②，结果，问题得到了正确的解决，

①全名是《算术、几何、比及比例概要》. ——原注

②通信收入D. E. Smith的《数学渊源》—原注.

殊途同归，各有千秋．正是在1654年这场通信的过程中，巴斯卡尔和费马共同奠定了数学概率论的基础，数学史上的一个菁华终于到来．

巴斯卡尔于1623年生于法国的哦威涅省，幼年就显露出非凡的数学才能，他年仅12岁时，就完全独力地发现了初等平面几何的许多定理．14岁他参加一群法国数学家每周非正式的集会，法国科学院就是靠这些人终于在1666年建立起来的．16岁他还发现了射影几何中他那光怪陆离的“神秘六线形”定理①．几年以后，他发明并构造第一台加法器，开始对物理和力学施展他那非凡的才能．1648年，他写了一本内容丰富的射影几何专著，但现已荡然无存．

1650年，巴斯卡尔由于身体虚弱多病，决定放弃他的数学和科学工作，献身于宗教的默祷，于是他那令人惊叹的、才华横溢的活动便突然偃旗息鼓了．不过，三年以后，他又回头搞了一阵数学，那时他写了《论算术三角形》一文，下面将会看到，这篇著作对于我们在本讲中讨论的问题起了重要的作用．他进行了若干次有关流体压力的实验，结果使他发明了水压机，此外，在1654年，他同费马进行了历史性的通信，奠定了数学概率论的基础．

① 任何圆锥曲线的内接六边形，其三双对边的三个交点共线．——原注．

后来，1654年底，为巴斯卡尔拉车的马受惊狂奔，冲过纳伊大桥的高栏殒命，他自己仅因最后一刻缰绳断裂才奇迹般地幸免于难．巴斯卡尔觉得这是一个强烈的神谕，暗示他在数学及科学上复苏的活动正在激怒着上帝．此后，他把这次事故写在一小块羊皮纸上，贴胸收藏，一想起就产生一种强烈的道义感，所以他又虔诚地回归到他那宗教的默祷．

可是，1658年，巴斯卡尔再次回来搞数学了：当时他的牙剧痛难忍，但脑子里突然冒出一些几何思想，他的牙也立刻不痛了．巴斯卡尔认为这是神意的兆头，便废寝忘食地花了八天工夫努力扩展他的思想，结果写出了一份相当完备的旋轮线几何的报告．

巴斯卡尔的名著《教区书简》及《游思浮想集》是在他短暂的一生行将结束时编成的，两书都是讲宗教问题，今天已经视为早期法国文学的楷模．他长期缠绵病榻，病情日趋恶化，不幸于1662年夭逝巴黎，年仅39岁．

巴斯卡尔在数学史上向来被称为最伟大的“本可脱颖而出者”．巴斯卡尔天赋如此非凡，几何直观如此敏锐，其成果本应更为丰硕，但不幸的是，长年累月痛苦难捱，严重的神经痛使他体力上遭受剧烈的疼痛，宗教上的神经病又给他精神上令人苦