

电子信息与电气工程技术丛书 E&E

滑模变结构控制 MATLAB 仿真 (第3版) 先进控制系统设计方法

Sliding Mode Control Design and MATLAB Simulation (Third Edition)
The Design Method of Advanced Control System

刘金琨
Liu Jinkun
著

清华大学出版社



电子信息与电气工程技术丛书 E&E

滑模变结构控制 MATLAB 仿真 (第3版) 先进控制系统设计方法

Sliding Mode Control Design and MATLAB Simulation (Third Edition)
The Design Method of Advanced Control System

刘金琨

Liu Jinkun

著

清华大学出版社

北京

内 容 简 介

本书以 MATLAB 作为仿真环境,系统地介绍了滑模变结构控制的几种先进的控制方法。本书凝练了作者多年来从事控制系统教学和科研工作的经验,同时融入了国内外同行近年来取得的最新成果。

本书在第 2 版的基础上修改而成,并增加和修改了部分内容。全书共分 10 章,包括欠驱动系统滑模控制、基于观测器和解耦算法的欠驱动系统滑模控制、控制输入受限条件下的滑模控制、挠性系统和奇异摄动系统的滑模控制、机械手滑模控制、基于函数逼近的机械手滑模控制、基于干扰观测器的机械手滑模控制、柔性机械手滑模控制、飞行器滑模控制、基于最优轨迹规划的滑模控制。每种控制方法都通过 MATLAB 仿真程序进行了仿真分析。

本书各部分内容既相互联系又相互独立,读者可根据自己需要选择学习。本书适用于从事生产过程自动化、计算机应用、机械电子和电气自动化领域工作的工程技术人员阅读,也可作为普通高等学校自动化、电气工程、机械工程、仪器仪表、计算机应用等专业的教学参考书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

滑模变结构控制 MATLAB 仿真:先进控制系统设计方法/刘金琨著.--3 版.--北京:清华大学出版社,2015

(电子信息与电气工程技术丛书)

ISBN 978-7-302-41353-0

I. ①滑… II. ①刘… III. ①变结构控制—系统仿真—MATLAB 软件 IV. ①TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 195837 号

责任编辑:盛东亮

封面设计:李召霞

责任校对:李建庄

责任印制:宋 林

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社 总 机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

课件下载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印 装 者:北京嘉实印刷有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:28.75 字 数:714 千字

版 次:2005 年 9 月第 1 版 2015 年 12 月第 3 版 印 次:2015 年 12 月第 1 次印刷

印 数:1~2000

定 价:69.00 元

产品编号:062773-01

有关滑模变结构控制理论及其工程应用,近年来已有大量的论文发表。作者多年来一直从事控制理论及应用方面的研究和教学工作,为了促进变结构控制和自动化技术的进步,反映滑模变结构控制设计与应用中的最新研究成果,并使广大工程技术人员能了解、掌握和应用这一领域的最新技术,学会用 MATLAB 语言进行滑模变结构控制器的设计,作者编写了这本书,抛砖引玉,供广大读者学习参考。

本书是在总结作者多年研究成果的基础上,进一步理论化、系统化、规范化、实用化后编写而成的,其特点是:

(1) 滑模变结构控制算法取材新颖,内容先进,重点置于学科交叉部分的前沿研究和介绍一些有潜力的新思想、新方法和新技术,取材着重于基本概念、基本理论和基本方法。

(2) 针对每种滑模控制算法,都给出了完整的 MATLAB 仿真程序,并给出了程序的说明和仿真结果,具有很强的可读性。

(3) 着重从应用角度出发,理论联系实际,面向广大工程技术人员,具有很强的工程性和实用性,书中有大量应用实例及其结果分析,可为读者提供有益的借鉴。

(4) 书中给出的各种滑模变结构控制算法非常完整,程序设计结构设计简单明了,便于自学和进一步开发。

全书为《滑模控制 MATLAB 仿真(第3版)》的下册,全书共分 10 章,包括欠驱动系统滑模控制、基于观测器和解耦算法的欠驱动系统滑模控制、控制输入受限条件下的滑模控制、挠性系统和奇异摄动系统的滑模控制、机械手滑模控制、基于函数逼近的机械手滑模控制、基于干扰观测器的机械手滑模控制、柔性机械手滑模控制、飞行器滑模控制、基于最优轨迹规划的滑模控制。

本书是基于 MATLAB R2013a 环境编写的,各章内容具有很强的独立性,读者可以结合自己的研究方向深入学习。

本书程序算法使用说明如下:

- (1) 本书程序可到 www.tup.com.cn 或 <http://ljk.buaa.edu.cn> 下载。
- (2) 下载程序并复制到硬盘 MATLAB 运行的路径中,即可运行仿真;
- (3) 所有算法均在 MATLAB R2013a 版本下运行成功,也兼容更高级版本;
- (4) 所有控制算法按章归类,程序名与书中对应一致;
- (5) 如果读者对算法和仿真程序有疑问,请通过电子邮件(ljk@buaa.edu.cn)与作者联系。

作者在滑模控制的研究中得到北京航空航天大学尔联洁教授的热情支持和指导。在本书的撰写中,研究生贺庆、杨弘竣、刘志杰、杨柳、姜婷婷等参与了部分算法的论证,在此一一表示感谢。

前言

本书的研究工作得到了国家自然科学基金项目“N 连杆柔性机械臂 PDE 建模及自适应边界控制理论研究”(编号: 61374048)的支持。

由于作者水平有限,书中难免存在一些不足和错误之处,欢迎广大读者批评指正。

刘金琨

2015 年 12 月于北京航空航天大学

第 1 章 欠驱动系统滑模控制	1
1.1 一类欠驱动系统的滑模控制	1
1.1.1 系统描述	1
1.1.2 滑模控制律的设计及分析	2
1.1.3 位置和速度跟踪	4
1.1.4 仿真实例	4
1.2 基于 Hurwitz 稳定的欠驱动系统滑模控制	18
1.2.1 基于 Hurwitz 稳定的简单欠驱动系统滑模控制	18
1.2.2 基于 Hurwitz 稳定的小车倒立摆系统滑模控制	23
1.3 一类特殊的欠驱动系统的滑模控制	31
1.3.1 系统描述	31
1.3.2 控制问题描述	31
1.3.3 滑模控制算法设计	31
1.3.4 收敛性分析	33
1.3.5 仿真实例	34
1.4 TORA 欠驱动系统的滑模控制	37
1.4.1 系统描述	37
1.4.2 模型的通用解耦算法	38
1.4.3 模型的解耦	38
1.4.4 滑模控制算法设计	40
1.4.5 收敛性分析	40
1.4.6 仿真实例	41
1.5 移动机器人的滑模轨迹跟踪控制	46
1.5.1 移动机器人运动学模型	46
1.5.2 位置控制律设计	47
1.5.3 姿态控制律设计	48
1.5.4 闭环系统的设计关键	48
1.5.5 仿真实例	49
1.6 基于全局稳定的移动机器人双环轨迹跟踪控制	57
1.6.1 移动机器人运动学模型	57
1.6.2 动态系统全局渐近稳定定理	57
1.6.3 控制系统设计	58
1.6.4 整个闭环稳定性分析	59

目录

1.6.5 仿真实例	61
参考文献	68
第2章 基于观测器和解耦算法的欠驱动系统滑模控制	69
2.1 基于高增益观测器分离定理的倒立摆系统滑模控制	69
2.1.1 高增益观测器分离定理	69
2.1.2 基于高增益观测器的倒立摆角度镇定	70
2.1.3 基于高增益观测器的欠驱动倒立摆控制	76
2.2 基于欠驱动系统解耦算法的滑模控制	84
2.2.1 欠驱动系统解耦算法	84
2.2.2 倒立摆动力学系统的解耦	85
2.2.3 滑模控制器的设计	86
2.2.4 滑模参数 C 的设计	87
2.2.5 仿真实例	88
参考文献	92
第3章 控制输入受限或输出受限条件下的滑模控制	93
3.1 控制输入受限条件下的滑模控制分析	93
3.1.1 基本原理	93
3.1.2 控制器设计与分析	93
3.1.3 仿真实例	95
3.2 基于 RBF 网络补偿的控制输入受限滑模控制	99
3.2.1 系统描述	99
3.2.2 基于 RBF 网络控制受限逼近的滑模控制	99
3.2.3 仿真实例	100
3.3 一种按设定误差性能指标函数收敛的滑模控制	106
3.3.1 问题描述	106
3.3.2 跟踪误差性能函数设计	106
3.3.3 收敛性分析	107
3.3.4 仿真实例	108
参考文献	113
第4章 挠性系统和奇异摄动系统的滑模控制	114
4.1 基于谐振抑制的滑模控制	114
4.1.1 谐振抑制滤波器设计	114
4.1.2 系统描述	115
4.1.3 基于名义模型的滑模控制	117

4.1.4	仿真分析	118
4.2	基于输入成型的挠性机械系统滑模控制	123
4.2.1	系统描述	123
4.2.2	滑模控制器设计	123
4.2.3	输入成型器基本原理	124
4.2.4	仿真实例	125
4.3	基于奇异摄动理论的滑模控制	132
4.3.1	问题描述	132
4.3.2	模型分解	132
4.3.3	控制律设计	133
4.3.4	仿真实例	133
4.4	基于奇异摄动理论的滑模鲁棒控制	137
4.4.1	问题描述	137
4.4.2	模型分解	137
4.4.3	控制律设计	138
4.4.4	仿真实例	138
	参考文献	142
第 5 章	机械手滑模控制	143
5.1	机器人动力学模型及特性	143
5.2	基于名义模型的机械手滑模控制——常规方法	144
5.2.1	系统描述	144
5.2.2	控制律设计	144
5.2.3	仿真实例	145
5.3	基于名义模型的机械手滑模控制——PI 方法	150
5.3.1	问题描述	150
5.3.2	控制器设计	151
5.3.3	稳定性分析	152
5.3.4	仿真实例	152
5.4	基于名义模型的机械手滑模控制——趋近律方法	159
5.4.1	设计原理	159
5.4.2	基于名义模型的机械手指指数趋近律的设计	160
5.4.3	仿真实例	161
5.5	基于低通滤波器的机械手滑模控制	166
5.5.1	机械手动态方程	166

目录

5.5.2	滑模控制器的设计	167
5.5.3	仿真实例(1)	168
5.5.4	仿真实例(2)	173
5.6	机械手自适应滑模控制	179
5.6.1	系统描述	179
5.6.2	自适应滑模控制器的设计	180
5.6.3	仿真实例	181
5.7	工作空间中机械手末端轨迹滑模控制	192
5.7.1	工作空间直角坐标与关节角位置的转换	192
5.7.2	机械手在工作空间的建模	193
5.7.3	滑模控制器的设计	194
5.7.4	仿真实例	195
5.8	工作空间中机械手末端的阻抗滑模控制	202
5.8.1	问题的提出	202
5.8.2	阻抗模型的建立	203
5.8.3	滑模控制器的设计	203
5.8.4	仿真实例	204
5.9	受约束条件下双关节机械手力/角度的滑模控制	212
5.9.1	问题的提出	212
5.9.2	模型的降阶	213
5.9.3	控制律的设计	214
5.9.4	稳定性分析	215
5.9.5	仿真实例	216
	附录	223
	参考文献	223
第6章	基于函数逼近的机械手滑模控制	224
6.1	基于模型逼近的机械手RBF网络自适应滑模控制	224
6.1.1	问题的提出	224
6.1.2	基于RBF神经网络逼近的滑模控制	225
6.1.3	稳定性及收敛性分析	226
6.1.4	仿真实例	226
6.2	基于RBF网络最小参数学习法的机械手自适应控制	236
6.2.1	问题的提出	236
6.2.2	基于神经网络逼近的滑模控制	236

6.2.3	基于单参数的自适应滑模控制	237
6.2.4	仿真实例	239
6.3	基于模糊补偿的机械手自适应模糊滑模控制	247
6.3.1	系统描述	247
6.3.2	函数的模糊逼近	247
6.3.3	基于模糊补偿的滑模控制	248
6.3.4	只对摩擦进行模糊补偿的滑模控制	250
6.3.5	仿真实例	250
	参考文献	259
第 7 章	基于干扰观测器的机械手滑模控制	260
7.1	基于指数收敛非线性干扰观测器的滑模控制	260
7.1.1	系统描述	260
7.1.2	非线性干扰观测器的设计	261
7.1.3	双关节机械手干扰观测器的设计	262
7.1.4	滑模控制律设计	264
7.1.5	仿真实例	265
7.2	基于改进的指数收敛非线性干扰观测器的滑模控制	273
7.2.1	非线性干扰观测器的问题描述	273
7.2.2	改进的非线性干扰观测器的设计	273
7.2.3	LMI 不等式的求解	274
7.2.4	仿真实例	275
	参考文献	286
第 8 章	柔性机械手滑模控制	287
8.1	柔性机械手鲁棒观测器设计及分析	287
8.1.1	问题描述	287
8.1.2	观测器设计	288
8.1.3	观测器分析	288
8.1.4	仿真结果	290
8.2	基于鲁棒观测器的柔性关节机械手滑模控制	294
8.2.1	鲁棒观测器的设计	294
8.2.2	滑模控制器设计与分析	295
8.2.3	仿真实例	298
	参考文献	303
第 9 章	飞行器滑模控制	304
9.1	直升机滑模控制	304
9.1.1	直升机数学模型	304

目录

9.1.2	直升机模型的耦合分析	305
9.1.3	直升机模型的线性化	305
9.1.4	直升机的滑模控制	306
9.1.5	仿真实例	307
9.2	基于 Hurwitz 稳定的 VTOL 飞行器滑模控制	312
9.2.1	VTOL 系统描述	312
9.2.2	模型转换	313
9.2.3	控制律的设计	315
9.2.4	参数向量 M 的设计	316
9.2.5	仿真实例	317
9.3	一种简单的双闭环滑模控制设计与分析	322
9.3.1	系统描述	322
9.3.2	双环滑模控制律的设计	323
9.3.3	仿真实例	324
9.4	航天器姿态双闭环滑模控制	329
9.4.1	航天器姿态控制模型	329
9.4.2	传统滑模控制律的设计	330
9.4.3	双环滑模控制律的设计	330
9.4.4	仿真实例	332
9.5	基于双环设计的 VTOL 飞行器轨迹跟踪滑模控制	339
9.5.1	VTOL 模型描述	339
9.5.2	针对第一个子系统的控制	340
9.5.3	针对第二个子系统的滑模控制	342
9.5.4	仿真实例	342
9.6	四旋翼飞行器的滑模控制	350
9.6.1	四旋翼飞行器动力学模型	350
9.6.2	全驱动子系统控制律的设计	352
9.6.3	欠驱动子系统控制律的设计	352
9.6.4	仿真实例	356
9.7	基于内外环的四旋翼飞行器的滑模鲁棒控制	364
9.7.1	四旋翼飞行器动力学模型	364
9.7.2	位置控制律设计	365
9.7.3	虚拟姿态角度的求解	366
9.7.4	姿态控制律设计	367
9.7.5	闭环系统的设计关键	367

9.7.6	仿真实例	368
9.8	四旋翼飞行器轨迹跟踪自适应滑模控制	379
9.8.1	四旋翼无人机动态模型	379
9.8.2	位置跟踪控制器设计	381
9.8.3	姿态控制器设计	384
9.8.4	仿真实例	386
9.9	基于解耦算法的 VTOL 飞行器双环轨迹跟踪滑模控制	399
9.9.1	VTOL 模型描述	399
9.9.2	欠驱动系统解耦算法	400
9.9.3	模型的解耦	400
9.9.4	控制算法的设计	402
9.9.5	轨迹跟踪分析	404
9.9.6	仿真实例	404
9.10	基于全局稳定的 VTOL 飞行器双环轨迹跟踪滑模控制	412
9.10.1	VTOL 模型描述	412
9.10.2	动态系统全局渐近稳定定理	413
9.10.3	控制算法的设计	414
9.10.4	轨迹跟踪分析	416
9.10.5	仿真实例	418
	参考文献	425
第 10 章	基于最优轨迹规划的滑模控制	427
10.1	差分进化算法	427
10.1.1	差分进化算法的提出	427
10.1.2	标准差分进化算法	428
10.1.3	差分进化算法的基本流程	428
10.1.4	差分进化算法的参数设置	430
10.1.5	基于差分进化算法的函数优化	431
10.2	基于最优轨迹规划器的滑模控制	434
10.2.1	问题的提出	434
10.2.2	样条插值实例	434
10.2.3	轨迹规划算法介绍	436
10.2.4	最优轨迹的设计	437
10.2.5	最优轨迹的优化	437
10.2.6	仿真实例	438
	参考文献	444

欠驱动系统是指系统的独立控制变量个数小于系统自由度个数的一类非线性系统,在节约能量、降低造价、减轻重量、增强系统灵活度等方面都比完全驱动系统优越。简单地说,欠驱动系统就是输入比要控制的量多的系统。欠驱动系统结构简单,便于进行整体的动力学分析和试验。同时,由于系统的高度非线性、参数摄动、多目标控制要求及控制量受限等原因,欠驱动系统又足够复杂,便于研究和验证各种算法的有效性。当驱动器故障时,可能使完全驱动系统成为欠驱动系统,欠驱动控制算法可以起到容错控制的作用。从控制理论的角度看,欠驱动系统控制输入的限制是具有挑战性的控制问题,研究欠驱动机械系统的控制问题有助于非完整约束系统控制理论的发展。桥式吊车、Pendubot(Pendulum Robot)、Acrobot(Acrobat Robot)、倒立摆系统都是典型的欠驱动系统。

X. Rong, U. Ozguner 在文献[1]中,针对一类欠驱动系统的滑模控制方法进行了设计和分析研究,本章主要参考该方法,针对几种典型结构的欠驱动系统的滑模控制方法进行了设计和分析。

1.1 一类欠驱动系统的滑模控制

采用滑模控制方法,可有效地实现一类欠驱动系统的鲁棒控制。本文参考文献[1]的设计思路,介绍一种欠驱动系统的滑模控制设计和分析方法。

1.1.1 系统描述

考虑如下欠驱动非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_1(x_1, x_2, x_3) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = f_2(x_1, x_2, x_3) + b(x_1, x_2, x_3)u + d \end{cases} \quad (1.1)$$

其中, u 为控制输入; d 为控制干扰, $|d| \leq \bar{d}$ 。

$f_1(x_1, x_2, x_3)$ 满足如下三个假设条件:

假设 1: $f_1(0, 0, 0) \rightarrow 0$;

假设 2: $\frac{\partial f_1}{\partial x_3}$ 可逆;

假设 3: 如果 $f_1(0, 0, x_3) \rightarrow 0$, 则 $x_3 \rightarrow 0$ 。

控制目标为 $x_i \rightarrow 0, i=1, 2, 3, 4$ 。取误差方程为

$$\begin{cases} e_1 = x_1 \\ e_2 = \dot{e}_1 = x_2 \\ e_3 = \ddot{e}_1 = \dot{x}_2 = f_1(x_1, x_2, x_3) \\ e_4 = \ddot{\ddot{e}}_1 = \dot{f}_1 = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_3} x_4 \end{cases} \quad (1.2)$$

假设 $\left| \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \right| \leq \beta_3, i=1, 2, 3$ 。

1.1.2 滑模控制律的设计及分析

取滑模函数为

$$s = c_1 e_1 + c_2 e_2 + c_3 e_3 + e_4 \quad (1.3)$$

其中, $c_i > 0, i=1, 2, 3$ 。

由式(1.3)可知

$$\begin{aligned} \dot{s} &= c_1 \dot{e}_1 + c_2 \dot{e}_2 + c_3 \dot{e}_3 + \dot{e}_4 = c_1 x_2 + c_2 f_1 + c_3 \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_3} x_4 \right) \\ &+ \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_1} x_2 \right] + \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_1 \right] + \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_3} \right] x_4 + \frac{\partial f_1}{\partial x_3} (f_2 + bu + d) \end{aligned} \quad (1.4)$$

取 $\dot{s} = 0$, 可得到等效控制律 u_{eq} 。控制律为等效控制和切换控制之和, 即

$$\begin{aligned} u_{eq} &= - \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_3} b \right]^{-1} \left\{ c_1 x_2 + c_2 f_1 + c_3 \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_3} x_4 \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_1} x_2 \right] + \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_1 \right] + \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_3} \right] x_4 + \frac{\partial f_1}{\partial x_3} f_2 \right\} \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$u_{sw} = - \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_3} b \right]^{-1} [M \operatorname{sgn}(s) + \lambda s] \quad (1.6)$$

$$u = u_{eq} + u_{sw} \quad (1.7)$$

其中, $\lambda > 0$ 。

将控制律式(1.5)~式(1.7)代入式(1.4), 得

$$\begin{aligned} \dot{s} &= c_1 \dot{e}_1 + c_2 \dot{e}_2 + c_3 \dot{e}_3 + \dot{e}_4 \\ &= c_1 x_2 + c_2 f_1 + c_3 \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_3} x_4 \right) + \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_1} x_2 \right] \\ &\quad + \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_1 \right] + \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_3} \right] x_4 + \frac{\partial f_1}{\partial x_3} (f_2 + bu + d) \\ &= -M \operatorname{sgn}(s) - \lambda s + \frac{\partial f_1}{\partial x_3} d \end{aligned}$$

取 $M = \beta_3 \bar{d} + \rho, \rho > 0$, 取 Lyapunov 函数为 $V = \frac{1}{2} s^2$, 则

$$\begin{aligned}\dot{V} &= s\dot{s} = s \left(-(\beta_3 \bar{d} + \rho) \operatorname{sgn}(s) - \lambda s + \frac{\partial f_1}{\partial x_3} d \right) \\ &= -(\beta_3 \bar{d} + \rho) |s| - \lambda s^2 + s \frac{\partial f_1}{\partial x_3} d \leq -\rho |s| - \lambda s^2 \leq 0\end{aligned}$$

由于

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = x_2 \\ \dot{e}_2 = \dot{x}_2 = f_1 \\ \dot{e}_3 = \dot{f}_1 = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_3} x_4 \\ \dot{e}_4 = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_1} x_2 \right] + \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_1 \right] + \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_3} x_4 \right] = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_1} x_2 \right] \\ \quad + \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_1 \right] + \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_3} \right] x_4 + \frac{\partial f_1}{\partial x_3} (f_2 + bu + d) \end{cases}$$

由式(1.2)可知, $\dot{e}_1 = e_2, \dot{e}_2 = e_3, \dot{e}_3 = e_4$ 。

通过上面的分析可知, $s\dot{s} \leq 0$ 成立, 则存在 $t > t_0, s = 0$ 。当 $s = 0$ 时, 有 $e_1 = -c_1 e_1 -$

$c_2 e_2 - c_3 e_3$ 。取 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{bmatrix}$, A 为 Hurwitz。取 $E_1 = [e_1 \ e_2 \ e_3]^T$, 则有

$$\dot{E}_1 = A E_1 \quad (1.8)$$

取 $Q = Q^T > 0$, 由于 A 为 Hurwitz, 则存在 Lyapunov 方程 $A^T P + PA = -Q$, 其解为 $P = P^T > 0$ 。针对式(1.8), 取 Lyapunov 函数为 $V_1 = E_1^T P E_1$, 则

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= \dot{E}_1^T P E_1 + E_1^T P \dot{E}_1 = (A E_1)^T P E_1 + E_1^T P (A E_1) \\ &= E_1^T A^T P E_1 + E_1^T P A E_1 = E_1^T (A^T P + P A) E_1 \\ &= -E_1^T Q E_1 \leq -\lambda_{\min}(Q) \|E_1\|_2^2 \leq 0\end{aligned}$$

其中, $\lambda_{\min}(Q)$ 为正定阵 Q 的最小特征值。

注1: 收敛性分析如下:

由 $\dot{V}_1 \leq 0$ 可知 $e_1 \rightarrow 0, e_2 \rightarrow 0, e_3 \rightarrow 0$, 又由 $s = c_1 e_1 + c_2 e_2 + c_3 e_3 + e_4 \rightarrow 0$ 可知, $e_4 \rightarrow 0$ 。由 $e_1 \rightarrow 0, e_2 \rightarrow 0$ 可得 $x_1 \rightarrow 0, x_2 \rightarrow 0$ 。由 $e_3 = f_1(0, 0, x_3) \rightarrow 0$, 根据假设3可得 $x_3 \rightarrow 0$ 。由式(1.2)中的定义可知 $x_4 \rightarrow 0$ 。

注2: 为了使 A 为 Hurwitz, 需要保证 A 的特征值实部为负, 即 $|A - \lambda_0 I| = \begin{vmatrix} -\lambda_0 & 1 & 0 \\ 0 & -\lambda_0 & 1 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 - \lambda_0 \end{vmatrix} = \lambda_0^2 (-c_3 - \lambda_0) - c_1 - c_2 \lambda_0 = -\lambda_0^3 - c_3 \lambda_0^2 - c_2 \lambda_0 - c_1 = 0$ 的根实部为负。取特征值为 -3 , 由 $(\lambda_0 + 3)^3 = 0$ 可得 $\lambda_0^3 + 9\lambda_0^2 + 27\lambda_0 + 27 = 0$, 从而按 $\lambda_0^3 + c_3 \lambda_0^2 + c_2 \lambda_0 + c_1 = 0$, 可取 $c_1 = 27, c_2 = 27, c_3 = 9$ 。

注3: 三个假设条件的解释:

(1) 由于闭环系统稳定时, 要求 $e_3 = f_1(x_1, x_2, x_3) = 0$ 且 $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0$ 同时

成立,这就需要假设 1 恒成立,即 $f_1(0,0,0)=0$;

(2) 控制律的表达式要求假设 2 成立,即 $\frac{\partial f_1}{\partial x_3}$ 可逆;

(3) 要求被控对象中的 $f_1(x_1, x_2, x_3)$ 满足 $f_1(0, 0, x_3)=0$ 时, $x_3 \rightarrow 0$ 成立,即假设 3 成立。

1.1.3 位置和速度跟踪

如果控制目标为 $x_1 \rightarrow x_d$,则误差方程为

$$\begin{cases} e_1 = x_1 - x_d \\ e_2 = \dot{e}_1 = x_2 - \dot{x}_d \\ e_3 = \ddot{e}_1 = \dot{x}_2 - \ddot{x}_d = f_1(x_1, x_2, x_3) - \ddot{x}_d \\ e_4 = \ddot{\ddot{e}}_1 = \dot{f}_1 - \ddot{\ddot{x}}_d = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_3} x_1 - \ddot{\ddot{x}}_d \end{cases}$$

相应地, $\dot{s} = c_1 \dot{e}_1 + c_2 \dot{e}_2 + c_3 \dot{e}_3 + \dot{e}_4$ 比式(1.4)多出了 $-c_1 \dot{x}_d - c_2 \ddot{x}_d - c_3 \ddot{\ddot{x}}_d - \ddot{\ddot{x}}_d$,即等效控制律式(1.5)改为

$$\begin{aligned} u_{eq} = & - \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_3} b \right]^{-1} \left\{ c_1 x_2 + c_2 f_1 + c_3 \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_3} x_1 \right) + \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_1} x_2 \right] \right. \\ & \left. + \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_1 \right] + \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_3} \right] x_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_3} f_2 - c_1 \dot{x}_d - c_2 \ddot{x}_d - c_3 \ddot{\ddot{x}}_d - \ddot{\ddot{x}}_d \right\} \quad (1.9) \end{aligned}$$

同理,可实现 $e_i \rightarrow 0, i=1, 2, 3, 4$ 。

1.1.4 仿真实例

1. 仿真实例(1): 简单的欠驱动系统滑模控制

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = g \sin x_1 / l + x_3 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = u - dt \end{cases}$$

其中, $f_1 = g \sin x_1 / l + x_3$; $f_2 = 0$; $dt = 10 \sin t$ 。

控制目标为 $x_i \rightarrow 0, i=1, 2, 3, 4$ 。显然,该模型满足假设 1 至假设 3。 $\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = g \cos x_1 / l$,

$\frac{\partial f_1}{\partial x_2} = 0, \frac{\partial f_1}{\partial x_3} = 1$,且 $\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_1} x_2 \right] = \frac{g}{l} \frac{d}{dt} (x_2 \cos x_1) = \frac{g}{l} (f_1 \cos x_1 - x_2 \sin x_1)$, $\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_1 \right] =$

$0, \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_3} \right] x_1 = 0$ 。被控对象初始状态取 $[0.15 \ 0 \ 0 \ 0]$,取 $c_1 = 27, c_2 = 27, c_3 = 9, \rho =$

$1.0, \lambda = 1.0, \bar{d} = 10$,采用控制律式(1.5)~式(1.7),滑模控制中,采用饱和函数方法,取边界层厚度 Δ 为 0.05。仿真结果如图 1.1 和图 1.2 所示。

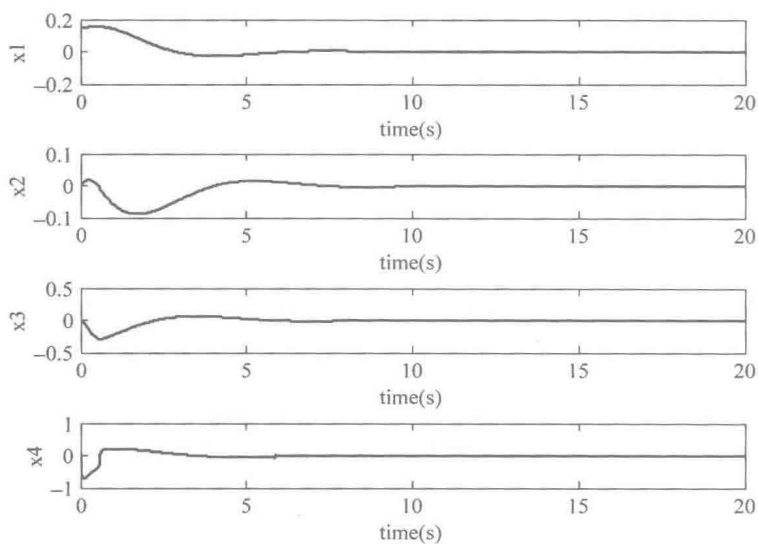


图 1.1 系统状态的响应

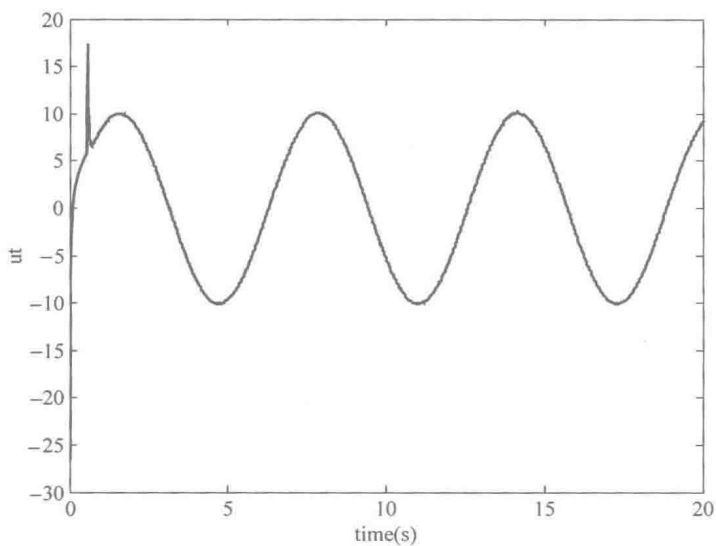


图 1.2 控制输入

仿真程序:

(1) Simulink 主程序: chap1_1sim.mdl

